Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM III – Optika

Úloha č. XIX.

Název: Měření indexu lomu Jaminovým interferometrem

Pracoval: Radim Pechal stud. skup. F–11 dne 20. března 2009

Odevzdal dne: ....

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

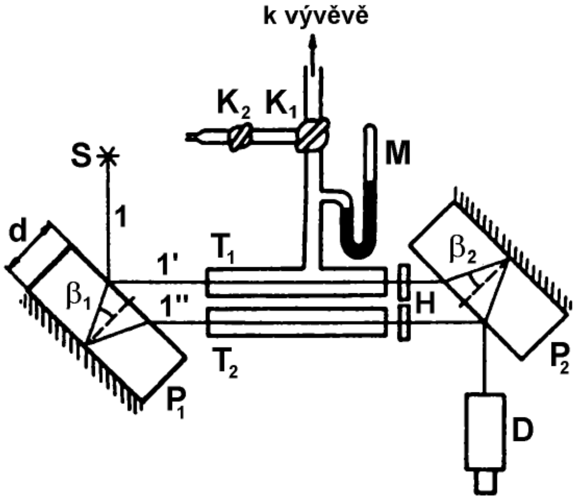
Posuzoval: .... dne ....

Pracovní úkol

1. Změřte závislost indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$.
2. Závislost $n(p)$ zpracujte graficky. Vyneste také závislost vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu $\lambda(n)$. Proveďte lineární regresi závislosti $n(p)$, stanovte chybu parametrů získaných lineární regresí.
3. Porovnáním tabelovaného $n_{15,p0}$ a změřeného $n_{t,p0}$ stanovte teplotu laboratoře (včetně chyby).

Teoretický úvod

Jaminův interferometr využívá interference pro měření indexu lomu. Jeho uspořádání je na obr 1.



Obr 1.: Jaminův interferometr (zdroj [1]).

Pokud je v trubicích T_1 a T_2 stejný plyn, jsou fáze paprsků $1'$ a $1''$ stejné. V trubici T_2 je vyčerpán vzduch a je zde index lomu $N_2 = 1$. Pokud se do trubice T_1 začne přivádět vzduch, začnou přes záměrný kříž v dalekohledu procházet interferenční proužky. Tento posun odpovídá zpoždění paprsku $1'$. Při průchodu k paprsků při osvětlení světlem o vlnové délce λ je index lomu plynu v trubici T_1 dán dle [1] vztahem

$$N = 1 + \frac{k \cdot \lambda}{l}\,, \tag{1}$$

kde l je délka trubic T_1 a T_2.

Závislost vlnové délky λ na indexu lomu n je možno popsat vztahem

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}\,, \tag{2}$$

kde λ_0 je vlnová délka použitého světla ve vakuu.

Teplota závisí na indexu lomu a tlaku dle [2] podle vztahu

$$t = \frac{1}{\gamma} \cdot \left(\frac{(n_{15,\,p0} - 1) \cdot (1 + 15 \cdot \gamma) \cdot p}{(n_{t\,p} - 1) \cdot p_0} - 1 \right)\,. \tag{3}$$

Výsledky měření

K měření jsem používal sodíkovou výbojku. Tato výbojka má dvě čáry s vlnovými délkami $\lambda_1 = (589,60 \pm 0,05)$ nm a $\lambda_2 = (589,00 \pm 0,05)$ nm. Pro výpočty jsem tak předpokládal vlnovou délku $\lambda = (589,3 \pm 0,3)$ nm. Měření jsem prováděl v trubicích délky $l = (50,0 \pm 0,5)$ cm. Měření probíhalo při okolním tlaku $p = (1009,0 \pm 0,5)$ hPa

k	n	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	$\widetilde{p}$
0	$1,0000000 \pm 0,0000006$	1	2	2	1	2	2	2	$1,7 \pm 1,0$
10	$1,0000118 \pm 0,0000006$	50	52	51	50	49	50	51	$50,4 \pm 1,4$
20	$1,0000236 \pm 0,0000006$	98	102	98	95	94	98	99	98 ± 7
30	$1,0000354 \pm 0,0000007$		148	150	150	147	147	149	149 ± 2
40	$1,0000471 \pm 0,0000008$		199	202	200	198	200	199	200 ± 2
50	$1,0000589 \pm 0,0000008$		248	250	250	251	246	248	249 ± 4
60	$1,0000707 \pm 0,0000009$		295	300	299	299	297	299	298 ± 4
70	$1,0000825 \pm 0,0000010$			349	349	348	348	350	349 ± 1
80	$1,0000943 \pm 0,0000011$			398	401	397	396	401	399 ± 4
90	$1,0001061 \pm 0,0000012$			448	448	445	446	449	447 ± 2
100	$1,0001179 \pm 0,0000013$			496	500	490	495	500	496 ± 14
110	$1,0001296 \pm 0,0000014$			546	554	537	544	551	546 ± 35
120	$1,000141 \pm 0,000002$			593	602	586	591	602	595 ± 40
130	$1,000153 \pm 0,000002$			639	644	633	640	650	641 ± 32
140	$1,000165 \pm 0,000002$			683	695	680	691	702	690 ± 64
150	$1,000177 \pm 0,000002$			729	746	728		748	738 ± 86
160	$1,000189 \pm 0,000002$			773	796	772		791	783 ± 114
170	$1,000200 \pm 0,000002$			818	846	823		836	831 ± 121
180	$1,000212 \pm 0,000002$			862	896	857		881	874 ± 242
190	$1,000224 \pm 0,000002$			912		899		926	912 ± 91
200	$1,000236 \pm 0,000002$			962		946		971	960 ± 80
210	$1,000248 \pm 0,000003$			1009		996			1003 ± 21
213	$1,000251 \pm 0,000003$					1009			$1009,0 \pm 1,0$

Tabulka 1: Výsledky měření závislosti tlaku na indexu lomu (hodnoty tlaku jsou v hPa).

Z naměřených dat jsem podle [3] určil střední hodnotu $\widetilde{p}$. Tyto data jsem fitoval pomocí programu GNUplot lineárním vztahem $n = a \cdot p + b$, kde $a, b \in \mathbb{R}$. Tyto parametry mi vyšly

$$a = 246,3 \cdot 10^{-9}\,,$$

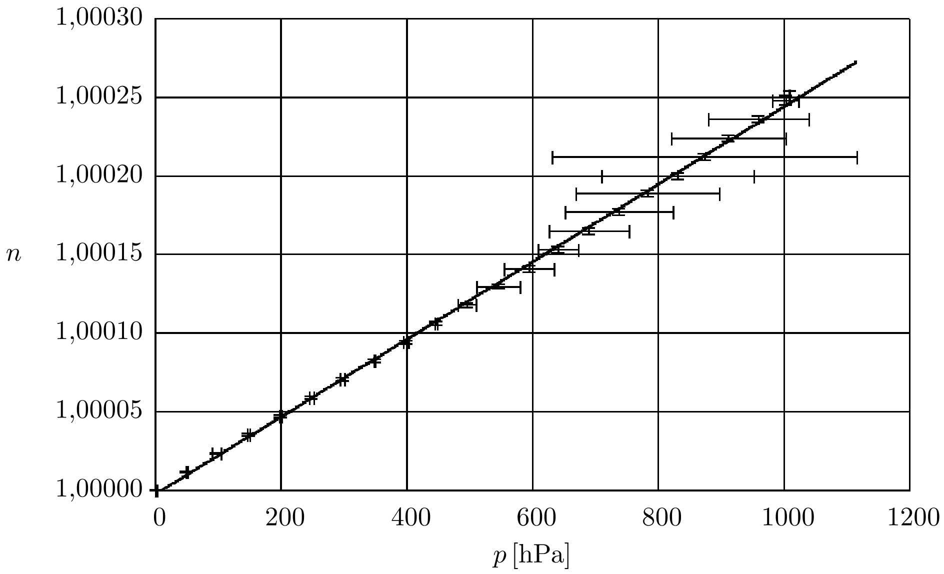
$$b = 0,999997\,,$$

se statistickou chybou $\sigma_{a\,stat} = 1,5 \cdot 10^{-9}$, $\sigma_{b\,stat} = 9 \cdot 10^{-7}$.

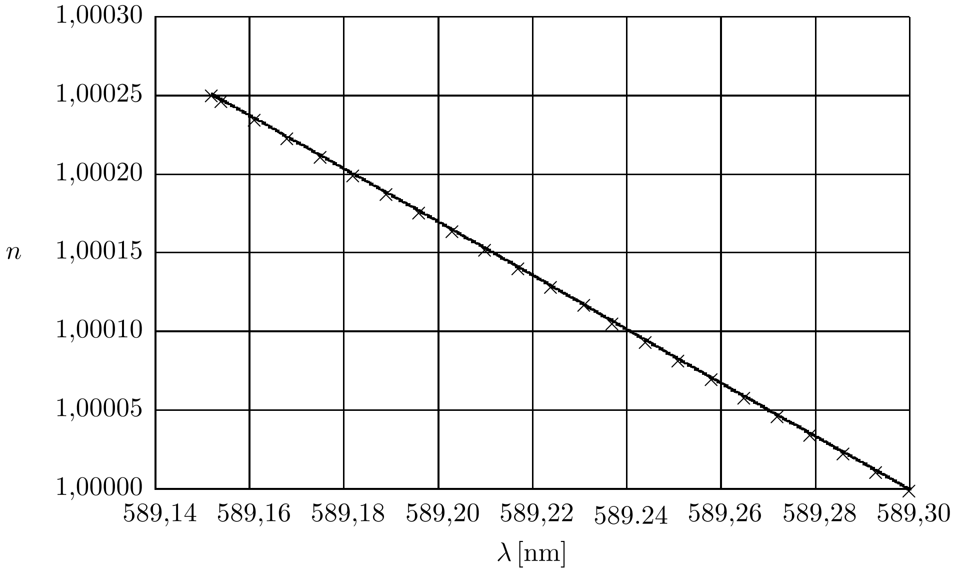
Pomocí měření je možné určit teplotu v kyvetě. Podle přiloženého teploměru byla teplota laboratoře $T = (23,5 \pm 0,1)\,°\mathrm{C}$. K určení teploty v kyvetě mohu použít vztah (3). Podle [2] jsem určil $\gamma = (3670,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$, pomocí lineární interpolace hodnot $\lambda_1 = 550$ nm a $\lambda_2 = 560$ nm jsem určil pro $\lambda = 589,3$ nm: $(n_{15,\,p0} - 1) = (277,2 \pm 0,5) \cdot 10^6$, $p_0 = 101,325$ kPa.

Pro všechny naměřené hodnoty indexů lomu a jim příslušných tlaků jsem určil teplotu. Výslednou hodnotu jsem určil jako střední hodnotu

$$T_{kyv} = (33 \pm 1)\,°\mathrm{C}\,.$$



Graf 1: Závislost indexu lomu na tlaku.



Graf 2: Závislost vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu.

Diskuse výsledků

Při zpracovávání dat závislosti indexu lomu na tlaku jsem postupoval tak, že jsem nechal přejít deset proužků přes záměrný kříž v dalekohledu a následně odečetl tlak. U této metody je nebezpečí hrubé chyby, kdy přes záměrný kříž přejde více proužků. Proto jsem při zpracování postupoval tak, že jsem pro jednotlivé indexy lomu určil tlak z různých měření. Nadále jsem postupoval podle [3] a data zpracoval statisticky.

Určil jsem střední hodnotu tlaku a určil směrodatnou odchylku. V případě, že nebylo dodrženo pravidlo $3 \cdot \sigma$, neboli kvadrát rozdílu naměřené a střední hodnoty se lišil o trojnásobek směrodatné odchylky, došlo při měření k hrubé chybě. V případě, že došlo k tak výrazné hrubé chybě, že nebylo dodrženo pravidlo $3 \cdot \sigma$, měření jsem z dalšího zpracování vypustil.

Pokud jsem měření vypustil z důvodu hrubé chyby, vypustil jsem i následující naměřená data. Při měření se postupuje tak, že se proužky k sobě postupně přičítají. V případě, že při měření dochází k hrubým chybám, tyto chyby se sčítají. Proto v případě, je některá data mají chybu $3 \cdot \sigma$, je zřejmé, že minimálně stejnou hrubou chybou budou zasaženy i následující měření.

Chyby měření tlaku jsem určil jednak pomocí chyby měření digitálního manometru $\sigma_{mn} = \pm 1\,\mathrm{hPa}$ a dále pomocí statistické chyby. Systematická chyba měření manometrem je vyšší než je uvedeno u přístroje. Při měření jsou v aparatuře neťesnosti a tak se od chvíle, kdy odměřím 10 proužků do doby, něž odečtu hodnotu na manometru mírně mění tlak. Tato chyba nění výrazná, přesto jsem se rozhodl ji zohlednit.

Naměřená data jsem fitoval programem GNUplot. Program GNUplot však při fitování nezohledňuje chyby veličin. Proto jsem ke statistickým chybám, které jsem určil pomocí fitu přičetl chybu veličin, kterou jsem odhadl na $\sigma = \pm 0,1\,\%$.

Jako zdroj světla pro měření sloužila sodíková výbojka. Tato výbojka, jak jsem již komentoval ve výsledcích měření, má dvě čáry s $\lambda_1 = (589,60 \pm 0,05)\,\mathrm{nm}$ a $\lambda_2 = (589,00 \pm 0,05)\,\mathrm{nm}$. Pro výpočty jsem tak předpokládal vlnovou délku, která je aritmetickým průměrem těchto vlnových délek. Proto vyšla poměrně veliká chyba vlnové délky $\sigma_\lambda = \pm 0,3\,\mathrm{nm}$.

Naměřená data vyšla podle předpokladů lineárně. A to i v grafu 1, kde jsou předpokládané poměrně veliké chyby měření. Ovšem střední hodnoty ukazují, že jsou tyto chyby nadhodnocené. Pravděpodobně jsem tak mohl použít přísnější kritérium pro vyřazení naměřených hodnot než je pravidlo $3 \cdot \sigma$. Tím bych dostal menší statistické chyby.

Chyby u vypočtených veličin jsem určil pomocí kvadratického zákona přenosu chyb v [3].

Závěr

Změřil jsem závislost indexu lomu na tlaku. Výsledná charakteristika je uvedena v grafu 1. Naměřená data jsem fitoval pomocí vztahu $n = a \cdot p + b$, parametry a a b mi vyšly

$$a = (246 \pm 2) \cdot 10^{-9}\,,$$

$$b = (1,000 \pm 0,001)\,.$$

Závislost indexu lomu na vlnové délce je v grafu 2.

Z měření jsem určil teplotu v kyvetě

$$T = (33 \pm 1)\,^\circ\mathrm{C}\,.$$

Seznam použité literatury

[1] I. Pletant, J. Fiala, J. Pospíšil, J. Fähnrich: *Fyzikální praktikum III.* Optika. Karolinum, Praha 1993. ISBN 80–7066–763–X.

[2] J. Brož a kol.: *Fyzikální a matematické tabulky.* SNTL, Praha 1980.

[3] J. Englich: *Zpracování výsledků fyzikálních měření.* Praha 2000. `http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/mereni.pdf`