Vojtěch Hrubý Úloha 13

Pracovní úkol

(1) Ze zadané hustoty krystalu fluoridu lithného určete vzdálenost d hlavních atomových rovin.
(2) Proměřte úhlovou závislost intenzity difraktovaného rentgenového záření při pevné orientaci krystalu.
(3) Proměřte spektrum rentgenového záření při konstantním anodovém napětí rentgenky $U_a = 20\,\mathrm{kV}$.
(4) Z mezní hodnoty energie spojitého spektra určete Planckovu konstantu a porovnejte s tabelovanou hodnotou. Určete vlnové délky čar K_α a K_β, porovnejte je s tabelovanými hodnotami, spočtěte jejich vlnočty a odpovídající energetické rozdíly vyjádřete v keV. Určete konstanty stínění.

Teoretická část

Nejprve potřebujeme vypočítat vzdálenost hlavních atomových rovin LiF. Vezměme jednotkovou krychli krystalu. Jeho hmotnost je

$$m = \varrho V, \tag{1}$$

kde ϱ je hustota. Počet částic v krychli je

$$N = \frac{m \cdot N_A}{M}, \tag{2}$$

kde N_A je Avogadrova konstanta a $M = (M_{Li} + M_F)/2$ je průměrná molární hmotnost Li a F (to můžeme učinit díky tomu, že atomy Li a F jsou rozmístěny pravidelně „na přeskáčku“). Na jedné hraně jednotkové krychle je

$$N_1 = \left(\frac{m \cdot N_A}{M}\right)^{\frac{1}{3}}, \tag{3}$$

částic. Odtud plyne vzdálenost hlavních rovin

$$d = \left(\frac{V \cdot M}{m \cdot N_A}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{M}{\varrho \cdot N_A}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{4}$$

S použitím hodnot z [2] ($M_{Li} = 6.941 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$, $M_F = 18.9984 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$) je mezirovinná vzdálenost

$$2.0231\,\text{Å}. \tag{5}$$

Při dopadu elektronu na anodu rentgenky dochází ke dvěma jevům. Elektrony jsou bržděny a vyzařují spojité brzdné spektrum. Pro minimální hodnotu vlnové délky vystupujícího fotonu platí vztah

$$\frac{hc}{\lambda_m} = eU_a, \tag{5}$$

ze kterého lze určit Planckovu konstantu (U_a je anodové napětí). Druhou částí spektra je charakteristické záření, které je diskrétní a vzniká zaplněním děr vytvořených dopadajícími elektrony. Při zaplňování díry jiným elektronem je vyzářen foton. Toto spektrum je diskrétní.

Čáry tohoto spektra jsou označeny K_α a K_β. Pro jejich vlnočet platní vztah

$$\nu_{12} = R(Z-s)^2\Big(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\Big), \tag{6}$$

kde R je Rydbergova konstatna, Z je atomové číslo prvku materiálu anody, n_1 a n_2 jsou hladiny přeskoku. Z tohoto vztahu lze určit koeficient stínění.

Ke konstruktivní interferenci rentgenového záření na krystalu LiF dojde, je-li splněna Braggova podmínka

$$2d \sin\Theta = k\lambda, \tag{7}$$

kde k je řád interference (v našem případě se omezíme na interferenci prvního řádu) a d je vzdálenost atomových rovin.

Při studiu spektra rentgenového záření necháváme na krystal dopadat záření pod různými úhly. Pod stejným úhlem sledujeme pomocí GM počítače intenzitu difraktovaného záření tak, aby byla splněna podmínka odrazu.

Měření

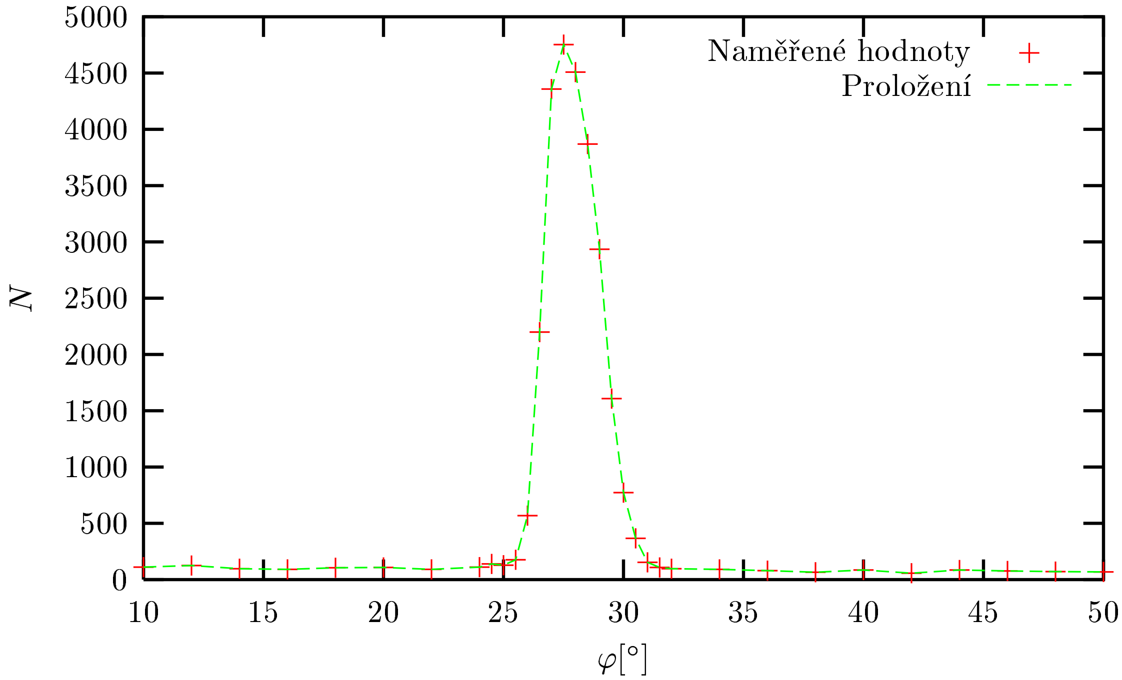
Nejprve jsem proměřil závislost difraktovaného záření na úhlu pozorování. Měření intenzity prověhlo pomocí GM čítače. Ten měří počet prošlých částic na stanovený čas (40 s). Při takto dlouhém časovém intervalu už lze ztotožnit intenzitu a počet procházejících částic. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1 a v grafu 1. Chyba měření úhlu byla v celé úloze 0.5°. Maximum nastalo při úhlu

$$27.5^\circ \pm 0.5^\circ,$$

což odpovídá zákonu lomu v optice. Pozn.: pro některé úhly jsem naměřil více hodnot. V takovém případě uvádím jejich průměr. Více hodnot jsem měřil z toho důvodu, abych se přesvědčil, jaké jsou fluktuace.

φ	N	φ	N	φ	N
10.0°	110	26.0°	568	31.5°	108
12.0°	126	26.5°	2199	32.0°	96
14.0°	98	27.0°	4359	34.0°	92
16.0°	92	27.5°	4753.25	36.0°	80
18.0°	106	28.0°	4509.5	38.0°	64
20.0°	108	28.5°	3870	40.0°	86
22.0°	90	29.0°	2934	42.0°	58
24.0°	112	29.5°	1608	44.0°	84
24.5°	138	30.0°	774	46.0°	76
25.0°	128	30.5°	366	48.0°	72
25.5°	176	31.0°	152	50.0°	68

Tabulka 1.: Závislost intenzity difraktovaného záření na úhlu



Graf 1.: Závislost difraktovaného záření na krystalu na úhlu

Při měření spektra jsem postupoval následujícím způsobem. Dodržoval jsem stejný úhel dopadu i odrazu a současně jsem otáčel krystalem LiF pod úhly uvedenými v tabulce 2. Tím jsem proměřil spektrum rentgenového záření. Výsledky jsem uvedl v tabulce 2 a v grafu 2.

Ze spektra jsem určil následující hledané parametry.

$$\lambda_m = (0.60 \pm 0.02)\,\text{Å},$$

$$\lambda_{K_\beta} = (1.40 \pm 0.02))\,\text{Å},$$

$$\lambda_{K_\alpha} = (1.55 \pm 0.02)\,\text{Å}.$$

Tebulkové hodnoty jsou

$$\lambda_{K_\beta} = 1.39222\,\text{Å},$$

$$\lambda_{K_\alpha} = 1.54439\,\text{Å},$$

pro měděnou katodu. Vlnočty jsou

$$\nu_\alpha = (6.5 \pm 0.1) \cdot 10^9\,\mathrm{m}^{-1}$$

$$\nu_\beta = (7.1 \pm 0.1) \cdot 10^9\,\mathrm{m}^{-1}$$

Energie fotonů byla podle vztahu (5)

$$E_\alpha = (8.0 \pm 0.2)\,\mathrm{keV}$$

$$E_\beta = (8.7 \pm 0.2)\,\mathrm{keV},$$

Θ	$\lambda\,[\text{Å}]$	N	Θ	$\lambda\,[\text{Å}]$	N
5.0°	0.353	190	18.0°	1.250	2485
5.5°	0.388	154	18.5°	1.284	2469
6.0°	0.423	178	19.0°	1.317	2572
6.5°	0.458	140	19.5°	1.351	2332
7.0°	0.493	162	20.0°	1.384	5352
7.5°	0.528	152	20.25°	1.400	16105
8.0°	0.563	170	20.5°	1.417	12268
8.5°	0.598	992	21.0°	1.450	2470
9.0°	0.633	2635	21.5°	1.483	1900
9.5°	0.668	4169	22.0°	1.516	3121
10.0°	0.703	5418	22.5°	1.548	43837
10.5°	0.737	5791	23.0°	1.581	15552
11.0°	0.772	6548	23.5°	1.613	1204
11.5°	0.807	6394	24.0°	1.646	1006
12.0°	0.841	6515	24.5°	1.678	948
12.5°	0.876	6144	25.0°	1.710	890
13.0°	0.910	5918	25.5°	1.742	894
13.5°	0.945	5417	26.0°	1.774	770
14.0°	0.979	4605	26.5°	1.805	614
14.5°	1.013	4506	27.0°	1.837	612
15.0°	1.047	4166	27.5°	1.868	636
15.5°	1.081	3888	28.0°	1.900	460
16.0°	1.115	3644	28.5°	1.931	506
16.5°	1.149	3244	29.0°	1.962	410
17.0°	1.183	3192	29.5°	1.992	424
17.5°	1.217	2659	30.0°	2.023	358

Tabulka 2.: Spektrum rentgenového záření

koeficienty stínění jsou

$$s_\alpha = 1.0 \pm 0.4,$$

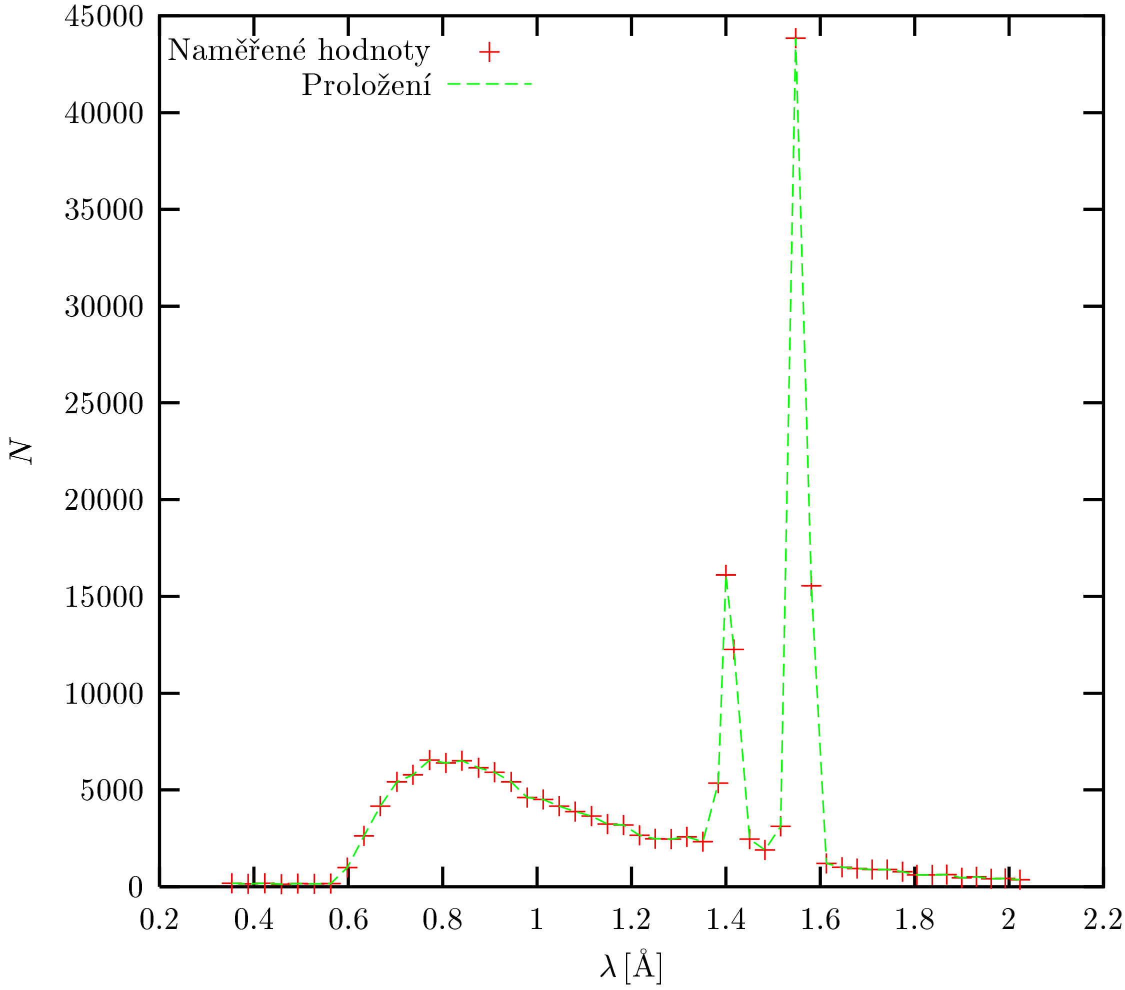
$$s_\beta = 2.3 \pm 0.4.$$

Z mezní vlnové délky spektra rentgenového záření a anodového napětí ($U_a = 20.8 \pm 0.3\,\mathrm{kV}$) jsem určil Planckovu konstantu

$$h = (6.6 \pm 0.2) \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}.$$

Diskuse

Měření se shoduje s tabulkovými hodnotami v rámci chyby měření. Mírné problémy byly spojeny s měřením charakteristické části spektra, kdy nebylo snadné najít čáry díky tomu, že jsou velmi úzké. V jednom místě jsem musel snížit krok na polovinu doporučené hodnoty, abych spolehlivě naměřil příslušnou hodnotu. Měření by bylo možné výrazně zpřesnit, kdyby bylo dělení stupnice přístroje jemnější. Navíc byl ukazatel poněkud vzdálený od stupnice, a proto bylo potřeba odečítat hodnoty velmi opatrně.



Graf 2.: Spektrum rentgenového záření

Závěr

Měření považuji za úspěšné. Naměřené závislosti jsou uvedeny v grafech 1 a 2. Hodnoty veličin požadovaných v zadání jsou:

$$\lambda_m = (0.60 \pm 0.02)\,\text{Å},$$

$$\lambda_{K_\beta} = (1.40 \pm 0.02))\,\text{Å},$$

$$\lambda_{K_\alpha} = (1.55 \pm 0.02)\,\text{Å}.$$

$$\nu_\alpha = (6.5 \cdot 10^9 \pm 0.1)\,\mathrm{m}^{-1}$$

$$\nu_\beta = (7.1 \cdot 10^9 \pm 0.1)\,\mathrm{m}^{-1}$$

$$E_\alpha = (8.0 \pm 0.2)\,\mathrm{keV}$$

$$E_\beta = (8.7 \pm 0.2)\,\mathrm{keV},$$

$$s_\alpha = 1.0 \pm 0.4,$$

$$s_\alpha = 2.3 \pm 0.4.$$

$$h = (6.6 \pm 0.2) \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}.$$

Literatura

[1] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.
[2] Brož, J., Roskovec, V., Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky. SNTL, Praha 1980.
[3] `physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp`: Studijní text a Pokyny k měření.