Pracovní úkol

1. Seřiďte goniometr
2. Změřte lámavý úhel skleněného hranolu a proměřte indexy lomu čar spektra rtuťové výbojky.
3. Změřte lámavý úhel kyvety a proměřte pro přiloženou kapalinu indexy lomu čar spektra rtuťové výbojky.
4. Naměřené hodnoty zpracujte graficky do disperzních křivek. Vypočtěte střední disperzi, relativní disperzi a Abbeovo číslo pro změřené materiály.
5. Odvoďte výraz pro chybu nepřímého měření indexu lomu. Spočtěte její velikost a diskutujte, kolik desetinných míst indexu lomu tato metoda zaručuje.

Teoretická část

K měření indexu lomu Fraunhoferovou metodou používáme trojboký hranol, kterým necháme procházet světlo s čárovým světlem (například ze rtuťové výbojky), najdeme nejmenší odchylku vstupujícího a vystupujícího paprsku. Ze Snellova zákona a z geometrie vzorku plyne vztah pro index lomu

$$N = \frac{\sin((\delta_{min} + \varphi)/2)}{\sin(\varphi/2)}. \tag{1}$$

kde φ je lámavý úhel hranolu a δ_{min} je minimální deviace paprsku. Pro každou vlnovou délku se δ_{min} liší díky disperzní charakteristice materiálu.

Odchylku indexu lomu vypočítáme podle obecného vztahu z [1]

$$\Delta y = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \tag{2}$$

V tomto případě je odchylka

$$\Delta N = \sqrt{\frac{\cos^2((\delta_{min} + \varphi)/2)}{4\sin^2(\varphi/2)}(\Delta\delta_{min})^2 + \frac{\sin^2(\delta_{min}/2)}{4sin^4(\varphi/2)}(\Delta\varphi)^2}. \tag{3}$$

Deviaci paprsku měříme ve dvou zrcadlově převrácených polohách v okamžiku, kdy přiotáčení hranolem dojde k extrému pohybu výstupního paprsku. Minimální deviaci pak vypočítáme

$$\delta_{min} = \frac{|\beta_1 - \beta_2|}{2}, \tag{4}$$

kde β_1 a β_2 jsou naměřené úhly.

Lámavý úhel hranolu vypočítáme podle vztahu

$$\varphi = 180° - \frac{|\alpha_1 - \alpha_2|}{2}, \tag{5}$$

kde α_1 a α_2 jsou úhly naměrné při kolmém nastavení dalekohledu k lámavým stěnám.

Disperze je závislá na vlnové délce světla přibližně podle vztahu

$$N = N_0 + \frac{a}{\lambda + \lambda_0}, \tag{6}$$

kde N_0, a a λ_0 jsou konstanty.

Pro charakteristiku materiálu často používáme index lomu při některých význam-ných vlnových délkách označených písmeny F, D a C. Dále můžeme charakterizovat materiál pomocí následujících definitoricky zavedených vztahů:

a) Střední disperze

$$\Delta = N_\mathrm{F} - N_\mathrm{C}, \qquad \Delta\Delta = \Delta N_\mathrm{F} + \Delta N_\mathrm{C} \qquad (6),(7)$$

b) Relativní disperze

$$\delta = \frac{\Delta}{N_\mathrm{D} - 1}, \qquad \Delta\delta = \delta \cdot \left(\frac{\Delta\Delta}{\Delta} + \frac{\Delta N_\mathrm{D}}{N_\mathrm{D} - 1} \right) \qquad (8),(9)$$

c) Abbeovo číslo

$$\gamma = \frac{1}{\delta}, \qquad \Delta\gamma = \gamma \cdot \frac{\Delta\delta}{\delta}. \qquad (10),(11)$$

Vzorce pro odchylky jsou sestaveny podle návodu v [1].

Pozn.: chápu, že vztahu (9) je trochu „předeltováno". Je potřeba důsledně rozlišo-vat, co je prefix a co střední disperze. Možná by bylo dobré použít různá písmena, ale přesto doufám, že je to srozumitelné.

Měření

Při měření jsem používal hranol číslo 3 a kapalinu číslo 4.

Nejprve jsem provedl seřízení goniometru. Bylo třeba správně nastavit sklon dale-kohledu, vyrovnat stoleček s hranolem, respektive kyvetou a správně nastavit štěrbinu výbojky, aby byly dobře viditelné spektrální čáry.

Při měření hranolu jsem nejprve měřil v poloze s dalekohledem po levé ruce. Syn-chronně jsem pohyboval dalekohledem a stolečkem tak, abych našel místo, kdy se při stálém otáčení stolečku obraz spektrálních čar přestane pohybovat a při dalším otáčení se vrací zpět. Právě bod obratu odpovídá minimální deviaci. Stejný postup jsem provedl na pravé straně.

Kyvetu s kapalinou jsem proměřil stejným způsobem.

Jak pro hranol, tak pro kyvetu jsem naměřil lámavý úhel. Nastavil jsem dalekohled kolmo na jednu používanou stěnu hranolu, resp. kyvety, změřil jsem úhel a stejný postup jsem provedl na druhé stěně při stejné poloze hranolu, resp. kyvety.

Naměřené hodnoty pro minimální deviaci pro hranol jsou uvedeny v tabulce 1, v tabulce 2 jsou hodnoty pro kyvetu.

Na hranolu jsem naměřil $\alpha_1 = 109°54'53''$, $\alpha_2 = 229°55'39''$. Tomu odpovídá lámavý úhel

$$59.9872° \pm 0.0006°.$$

Na kyvetě jsem naměřil $\alpha_1 = 223°9'40''$, $\alpha_2 = 103°25'12''$. Tomu odpovídá lámavý úhel

$$59.8076° \pm 0.0006°.$$

λ [nm]	β_1	β_2	δ_{min}	N	ΔN
404.7	$205°8'48''$	$125°29'43''$	39.826°	1.5303	0.0004
407.8	$205°6'6''$	$125°31'5''$	39.792°	1.5299	0.0004
433.9	$204°50'34''$	$125°47'50''$	39.523°	1.5269	0.0004
434.8	$204°49'59''$	$125°48'21''$	39.514°	1.5268	0.0004
435.8	$204°49'28''$	$125°48'53''$	39.505°	1.5267	0.0004
491.6	$204°24'24''$	$126°14'39''$	39.081°	1.5219	0.0003
	$204°22'45''$	$126°15'52''$	39.057°	1.5216	0.0003
546.1	$204°7'20''$	$126°31'13''$	38.801°	1.5187	0.0003
577.0	$203°59'28''$	$126°39'16''$	38.668°	1.5172	0.0002
579.1	$203°58'59''$	$126°39'32''$	38.662°	1.5171	0.0002
607.3	$203°52'36''$	$126°45'38''$	38.558°	1.5159	0.0002
612.3	$203°51'47''$	$126°46'35''$	38.543°	1.5158	0.0002
623.4	$203°49'38''$	$126°48'52''$	38.506°	1.5154	0.0002
671.6	$203°41'36''$	$126°57'4''$	38.371°	1.5138	0.0002
690.7	$203°38'46''$	$126°59'58''$	38.323°	1.5133	0.0002

Tabulka 1.: Naměřené a vypočítané hodnoty pro hranol

λ [nm]	β_1	β_2	δ_{min}	N	ΔN
404.7	$189°45'36''$	$140°51'45''$	24.449°	1.3450	0.0003
407.8	$189°43'20''$	$140°52'7''$	24.419°	1.3446	0.0003
435.8	$189°34'18''$	$141°3'33''$	24.256°	1.3425	0.0004
491.6	$189°18'59''$	$141°19'21''$	23.997°	1.3392	0.0005
546.1	$189°7'42''$	$141°30'25''$	23.811°	1.3367	0.0006
577.0	$189°2'38''$	$141°35'20''$	23.728°	1.3357	0.0006
579.1	$189°2'20''$	$141°35'20''$	23.721°	1.3356	0.0006
607.3	$188°58'11''$	$141°40'1''$	23.651°	1.3347	0.0006
612.3	$188°55'55''$	$141°41'56''$	23.617°	1.3342	0.0007

Tabulka 2.: Naměřené a vypočítané hodnoty pro kyvetu

$$\begin{aligned} N_0 &= 1.4993 \pm 0.0002 \\ a &= (7.3 \pm 0.1)\,\mathrm{nm} \\ \lambda_0 &= (-169 \pm 3)\,\mathrm{nm} \end{aligned}$$

Tabulka 3.: Tabulka parametrů prokládané křivky pro hranol

$$\begin{aligned} N_0 &= 1.318 \pm 0.002 \\ a &= (8.4 \pm 1.7)\,\mathrm{nm} \\ \lambda_0 &= (-88 \pm 39)\,\mathrm{nm} \end{aligned}$$

Tabulka 4.: Tabulka parametrů prokládané křivky pro kyvetu

Chybu měření jsem zvolil odhadem. Pro všechna měření na hranolu a pro měření lámavého úhlu kyvety jsem volil 0.0006°. Pro měření minimální deviace v kyvetě jsem volil chybu 0.002°. Tím jsem chtěl odlišit nepřesnost kyvety především v tom, že vlastní kyveta má konečnou tloušťku stěn, které bezpochyby negativně ovlivňují měření. Teorie totiž počítá s tím, že tloušťka stěn je zanedbatelná, což rozhodně nelze říci o použité

Čára	λ [nm]	N
F	486.1	1.5223 ± 0.0009
D	589.3	1.5167 ± 0.0007
C	656.3	1.5143 ± 0.0007

Tabulka 5.: Interpolované indexy lomu hranolu pro zadané čáry

Čára	λ [nm]	N
F	486.1	1.339 ± 0.015
D	589.3	1.335 ± 0.013
C	656.3	1.333 ± 0.011

Tabulka 6.: Interpolované indexy lomu kyvety pro zadané čáry

Střední disperze	$\Delta = (8.1 \pm 0.7) \cdot 10^{-3}$
Relativné disperze	$\delta = (15.6 \pm 3.1) \cdot 10^{-3}$
Abbeovo číslo	$\gamma = (64 \pm 13)$

Tabulka 7.: Disperzní charakteristiky hranolu

Střední disperze	$\Delta = (6.3 \pm 11.4) \cdot 10^{-3}$
Relativné disperze	$\delta = (18.8 \pm 80.2) \cdot 10^{-3}$
Abbeovo číslo	$\gamma = (53 \pm 227)$

Tabulka 8.: Disperzní charakteristiky kyvety

Sklo BK7	N_{F}	1.52191
	N_{D}	1.51625
	N_{C}	1.51385
Destilovaná voda	N_{F}	1.337448
	N_{D}	1.332988
	N_{C}	1.331151

Tabulka 9.: Tabelované disperzní charakteristiky [2]

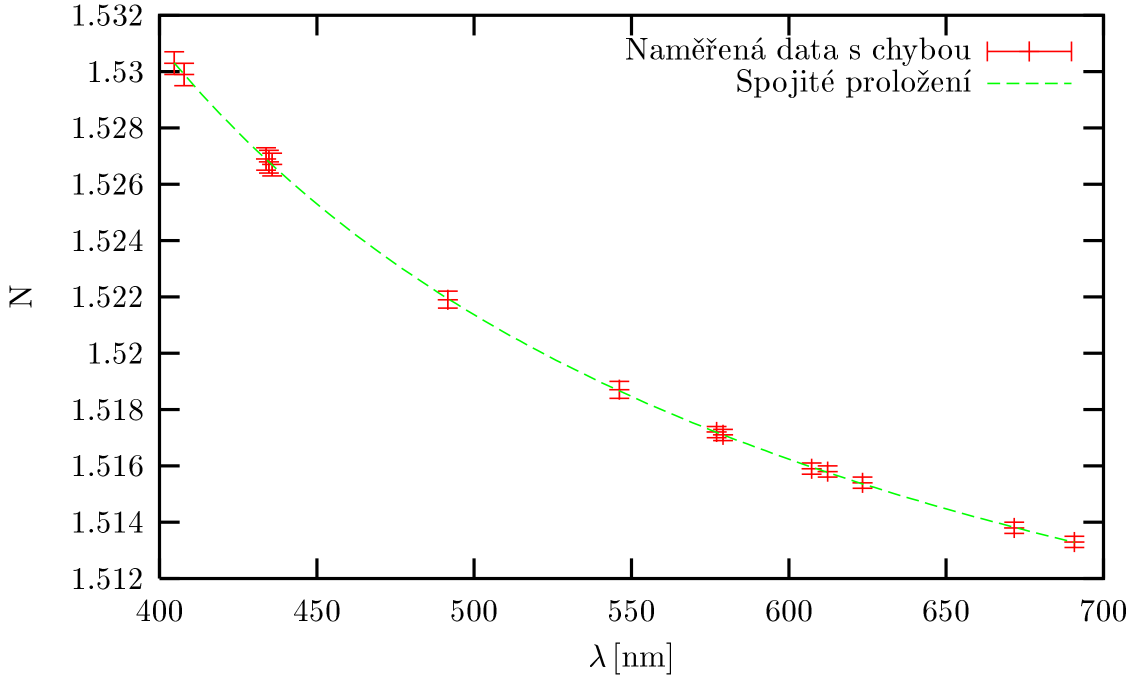
kyvetě. Chybu pro měření na hranolu jsem zvolil větší, než je polovina nejmenšího dílku stupnice. Je to z toho důvodu, že nebylo právě jednoduché najít přesnou polohu minimální deviace.

Naměřené hodnoty indexu lomu jsem porovnal s tabulkovými hodnotami. Mému měření nejlépe odpovídá v případě hranolu 3 sklo BK7 a kapalina 4 je destilovaná voda. Naměřené hodnoty odpovídají tabulkovým v rámci chyby měření.

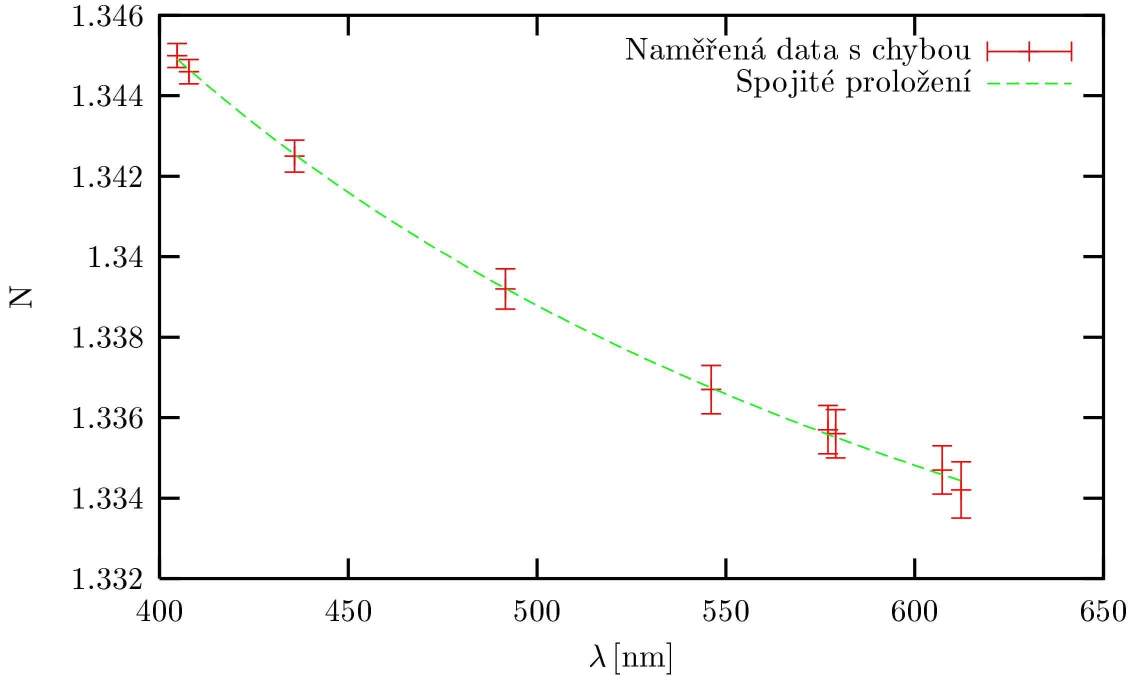
V případě měření kyvety jsem neviděl všechny čáry spektra, proto jsem naměřil jen část čar. Při měření hranolu se objevila ještě jedna modrozelená čára, která nebyla uvedena ve studijním textu. Naměřil ji tedy bez znalosti vlnové délky. Do dalších výpočtů jsem ji pochopitelně nemohl zahrnout. Jakým způsobem se tam objevila, to opravdu nevím.

Naměřené hodnoty jsou dále uvedeny v grafech 1 a 2 včetně proložení funkcí (6).

Pozn.: Prosím opravujícího, aby mi sdělil na můj e-mail `vojta@brejlovec.net`, zda je lepší psát úhly v minutách a vteřinách, nebo desetinným rozvojem. Rád bych



Graf 1.: Naměřené hodnoty a proložení pro hranol



Graf 2.: Naměřené hodnoty a proložení pro kyvetu

tím předešel budoucím problémům. Děkuji.

Diskuse

Velmi náročnou částí úlohy bylo seřízení goniometru. Především z porovnání naměřených indexů lomu lze usuzovat, že nastavení proběhl správně, protože naměřené hodnoty tabulkám dobře odpovídají, pokud se skutečně jedná o zmíněné materiály (v tomto ohledu je mýlka dosti nepravděpodobná byť možná). Ze stejného důvodu usuzuji, že i mé měření bylo v souladu s teoretickou částí.

Rozsáhlou diskusi si zaslouží určení chyby měření. Pro měření hranolu jsem použil chybu dvě úhlové vteřiny, což je sice více než jedna polovina nejmenšího dílku, ale chtěl jsem tím zohlednit možnou nepřesnost nalezení polohy s nejmenší deviací. V případě kyvety jsem volil chybu několikanásobně větší především proto, že jsem ve skutečnosti neměřil pouze index lomu kapaliny, ale soustavy kapalina–kyveta. Při srovnání výsledků měření indexu lomu kapaliny s tabulkovými hodnotami se ukázalo, že by vyhovovala i menší chyba. Nemohu však zaručit, že se jednalo skutečně o destilovanou vodu, i když tomu naměřené hodnoty velmi dobře odpovídají. Proto se držím původního odhadu chyby.

Velikost chyby relativní disperze a Abbeova čísla mě poněkud zaskočila. V těchto dvou případech se lze spolehnout v podstatě jen na řád výsledku, v případě měření na kyvetě s kapalinou již ani na to ne. Je to způsobeno tím, že odečítáme dvě velmi blízká čísla, která sice mají poměrně malou chybu, ale jsou tak málo odlišná, že se relativní chyba rozdílu prudce zvýší. V případě střední disperze hranolu je výsledek ještě s výhradami použitelný, u ostatních charakteristik je to podstatně horší.

Z přiložených grafů je zřejmé, že proložená křivka vždy prochází rozsahem chyby měření. Z toho lze usuzovat, že zvolená chyba je dostatečně velká.

Závěr

Měření indexu lomu považuji za úspěšné, neboť naměřené hodnoty indexu lomu odpovídají údajům v tabulkách v rámci chyby. Měření střední disperze, relativní disperze a Abbeova čísla nelze považovat za úspěšné kvůli příliš vysoké chybě. Přiložený kvádr číslo 3 je ze skla BK7, kapalina v kyvetě byla destilovaná voda. Hodnoty indexu lomu, parametry proložení disperzní křivky a charakteristiky disperzní křivky jsou uvedeny v tabulkách 3 až 9 a v grafech 1 a 2.

Literatura

[1] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.

[2] Brož, J., Roskovec, V., Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky. SNTL, Praha 1980.

[3] `physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp`: Studijní text a Pokyny k měření.