Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM III – Optika

Úloha č. VII.

Název: Měření vlnových délek světla interferometry

Pracoval: Radim Pechal stud. skup. F–11 dne 9. dubna 2009

Odevzdal dne: ....

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

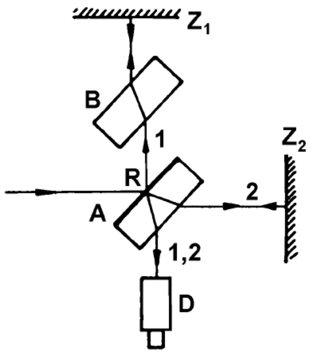
Posuzoval: .... dne ....

Pracovní úkol

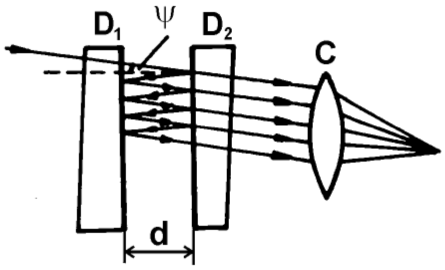
1. Změřte vlnovou délku zelené čáry spektra rtuti Michelsonovým interferometrem. Totéž proveďte pro vlnovou délku He–Ne laseru.
2. Změřte vzdálenost spektrálních čar sodíkového dubletu Fabryho–Perotovým interferometrem.
3. Všechna měření proveďte metodou postupných měření a zpracujte lineární regresí.
4. Stanovte chybu vlnové délky získané v úkolu 1 a 2 lineární regresí.
   V úkolu 1 diskutujte vliv zadaného převodního koeficientu pro posuv zrcadla u Michelsonova interferometru na systematickou chybu vlnové délky a hledejte jeho vhodnější velikost.

Teoretický úvod

Michelsonův interferometr využívá interference světla dvou paprsků, které vycházejí z téhož zdroje. Interferenční obrazec tak závisí na rozdílů drah paprsků. Michelsonův interferometr je schématicky znázorněn na obrázku 1.



Obrázek 1: Michelsonův interferometr (zdroj [1])



Obrázek 2: Fabry–Perotův interferometr (zdroj [1])

Pokud se bude zvětšovat vzdálenost jednoho ze zrcadel od polopropustné planparalelní destičky, začne se měnit interfenční obraz. To se projeví posunem interferenčních proužků. Pokud se změní vzdálenost zrcadla o L a přes střed dalekohledu projde k proužků, je možné určit dle [1] vlnovou délku světla λ vztahem

$$\lambda = \frac{2 \cdot L}{k} \,. \qquad (1)$$

V použitém Michelsonově interferometru se používá převodu M, který dané posunutí mikrometrického šroubu o vzdálenost l přenese jako posunutí zrcadla

$$L = \frac{l}{M} \,. \qquad (2)$$

Vztah pro výpočet vlnové délky, který budeme používat má tedy tvar

$$\lambda = \frac{2 \cdot l}{k \cdot M} \,. \qquad (3)$$

Při měření Fabry–Perotovým interferometrem se využívá mnohonásobného odrazu na mezeře mezi dvěmi skleněnými deskami. Situace je schématicky znázorněna na obrázku 2.

Pokud Fabry–Perotův interferometr osvětlíme světlem, které má různé vlnové délky (např. sodíkový dublet), uvidíme pro kažnou vlnovou délku interferenční obrazec. Pokud měníme šířku mezery d, začnou se interferenční maxima překrývat nebo naopak rozcházet. Pokud určíme vzdálenost mezi dvěmi překryvy l, můžeme při známém průměru vlnových délek λ_s určit rozdíl vlnových délek

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\lambda_s^2}{2 \cdot l}\,. \tag{4}$$

Výsledky měření

Nejdříve jsem prováděl měření vlnové délky zeleného světla rtuťové výbojky a světla He–Ne laseru pomocí Michalsonova interferometru. Vzdálenost l jsem nastavoval mikrometrickým šroubem. Velikost l jsem odečítal z nonia mikrometrického šroubu s přesností $\sigma_l = \pm 0,005\,\mathrm{mm}$. Velikost převodu M je v závislosti na vzálenosti l $5,0$ až $5,2$. Pro určení vlnové délky zeleného světla rtuťové výboky jsme uvažoval $M = 5,1 \pm 0,1$.

k	l [mm]	λ [nm]	l [mm]	λ [nm]	l [mm]	λ [nm]
0	$10,49$		$10,49$		$10,49$	
50	$10,56$	549 ± 57	$10,56$	549 ± 57	$10,56$	549 ± 57
100	$10,63$	549 ± 57	$10,63$	549 ± 57	$10,63$	549 ± 57
150	$10,70$	549 ± 57	$10,70$	549 ± 57	$10,70$	549 ± 57
200	$10,78$	627 ± 57	$10,76$	471 ± 57	$10,77$	549 ± 57

Tabulka 1: Měření vlnové délky zeleného světla rtuťové výbojky.

Měření jsem prováděl třikrát pro 50, 100, 150 a 200 prošlých proužků. Naměřená data jsem zpracoval statatisticky podle [2]. Vyšlo mi

$$\lambda_{\mathrm{Hg}} = (549 \pm 66)\,\mathrm{nm}\,.$$

Při zpracování pomocí lineární intepolace jsem přímkou proložil jednotlivá měření. Výsledek je znázorněn v grafu 1. Zjistil jsem tak směrnice $\alpha = l/k$. Vyšly mi tyto směrnice a jim příslušné statistické chyby $\alpha_1 = (1,44 \pm 0,03)\,\mu\mathrm{m}$, $\alpha_2 = (1,36 \pm 0,02)\,\mu\mathrm{m}$, $\alpha_3 = 1,40\,\mu\mathrm{m}$. Z těchto hodnot jsem určil střední hodnotu. Vyšlo mi

$$\lambda_{\mathrm{Hg}} = (549 \pm 70)\,\mathrm{nm}\,.$$

Dále jsem měřil vlnovou délku světla He–Ne laseru. Pro výpočet jsem používal $M = 5,13$ (viz. diskse výsledků).

k	l [mm]	λ [nm]	l [mm]	λ [nm]	l [mm]	λ [nm]
0	$10,49$		$10,49$		$10,49$	
50	$10,57$	624 ± 57	$10,58$	702 ± 58	$10,57$	624 ± 57
100	$10,65$	624 ± 57	$10,66$	624 ± 57	$10,66$	702 ± 58
150	$10,73$	624 ± 57	$10,74$	624 ± 57	$10,74$	624 ± 57
200	$10,81$	624 ± 57	$10,83$	702 ± 58		

Tabulka 2: Měření vlnové délky He–Ne laseru.

Postupoval jsem obodbně jako při určování vlnové délky zeleného světla rtuťové výbojky. Statisticky jsem určil

$$\lambda_{\mathrm{He-Ne}} = (645 \pm 68)\,\mathrm{nm}\,.$$

Jednotlivá měření jsem také proložil přímkou a určil směrnici α. Vyšly mi tyto směrnice se statistickými chybami $\alpha_1 = 1,6\,\mu\mathrm{m}$, $\alpha_2 = (1,68 \pm 0,03)\,\mu\mathrm{m}$ a $\alpha_3 = (1,68 \pm 0,03)\,\mu\mathrm{m}$. Z těchto hodnot jsem určil střední hodnotu a vypočetl vlnovou délku

$$\lambda_{\mathrm{He-Ne}} = (645 \pm 70)\,\mathrm{nm}\,.$$

Dále jsem měřil rozdíl vlnových délek sodíkového dubletu. Nastavoval jsem délku l a hledal tak kdy se budou proužky nejméně překrývat. Velikost jsem nastavoval s přesností $\sigma_l = \pm 0,005\,\mathrm{mm}$.

l_1 [mm]	l_2 [mm]	l [mm]	$\lambda_1 - \lambda_2$ [nm]	l_1 [mm]	l_2 [mm]	l [mm]	$\lambda_1 - \lambda_2$ [nm]
$2,41$	$2,69$	$0,28$	$0,62 \pm 0,02$	$2,99$	$3,29$	$0,30$	$0,580 \pm 0,014$
$2,69$	$2,99$	$0,30$	$0,572 \pm 0,013$	$2,42$	$2,71$	$0,29$	$0,60 \pm 0,02$
$2,69$	$2,99$	$0,30$	$0,581 \pm 0,014$	$2,71$	$3,00$	$0,29$	$0,61 \pm 0,02$
$2,99$	$3,28$	$0,29$	$0,591 \pm 0,014$	$3,00$	$3,31$	$0,31$	$0,553 \pm 0,012$
$2,70$	$2,98$	$0,28$	$0,63 \pm 0,02$	$2,41$	$2,70$	$0,29$	$0,594 \pm 0,014$
$2,98$	$3,31$	$0,33$	$0,532 \pm 0,012$	$2,70$	$3,00$	$0,29$	$0,591 \pm 0,014$
$2,11$	$2,42$	$0,31$	$0,560 \pm 0,013$	$3,00$	$3,29$	$0,29$	$0,593 \pm 0,014$
$2,42$	$2,71$	$0,29$	$0,60 \pm 0,02$	$2,41$	$2,72$	$0,31$	$0,562 \pm 0,013$
$2,71$	$2,99$	$0,28$	$0,61 \pm 0,02$	$2,72$	$3,01$	$0,29$	$0,60 \pm 0,02$
$2,99$	$3,28$	$0,29$	$0,596 \pm 0,014$	$3,01$	$3,35$	$0,34$	$0,509 \pm 0,011$
$2,70$	$2,99$	$0,30$	$0,582 \pm 0,014$				

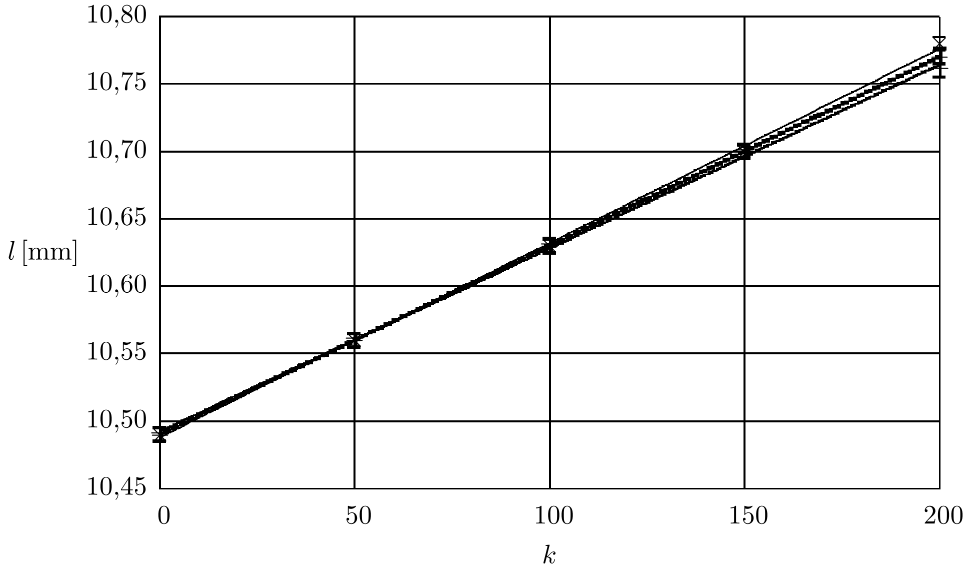
Tabulka 3: Měření rozdílu vlnové délky sodíkového dubletu.

Data jsem zpracoval jednak statisticky. Vyšlo mi tak

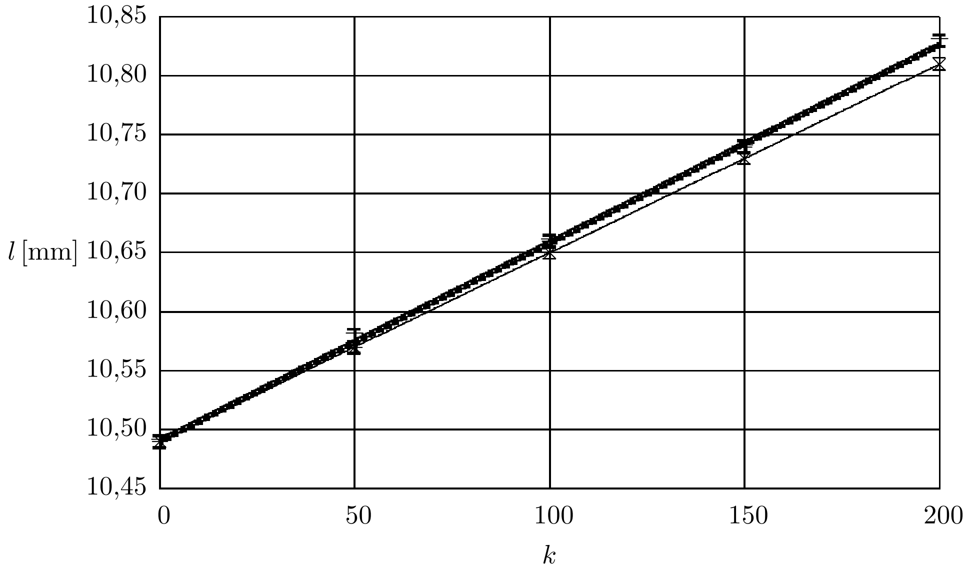
$$\lambda_1 - \lambda_2 = (0,58 \pm 0,03)\,\mathrm{nm}\,.$$

A dále jsem data také zpracoval pomocí lineární regrese. Jednotlivé přímky pro všechna měření jsem vynesl do grafu 3. Dostal jsem tak osm směrnic se statistickými chybami $\alpha_1 = (0,293 \pm 0,002)\,\mathrm{mm}$, $\alpha_2 = (0,296 \pm 0,007)\,\mathrm{mm}$, $\alpha_3 = (0,286 \pm 0,004)\,\mathrm{mm}$, $\alpha_4 = (0,293 \pm 0,002))\,\mathrm{mm}$, $\alpha_5 = (0,300 \pm 0,005)\,\mathrm{mm}$, $\alpha_6 = (0,291 \pm 0,002)\,\mathrm{mm}$, $\alpha_7 = (0,323 \pm 0,017)\,\mathrm{mm}$, $\alpha_8 = 0,290\,\mathrm{mm}$. Z těchto dat jsem určil rozdíl vnových délek. Jejich střední hodnota je

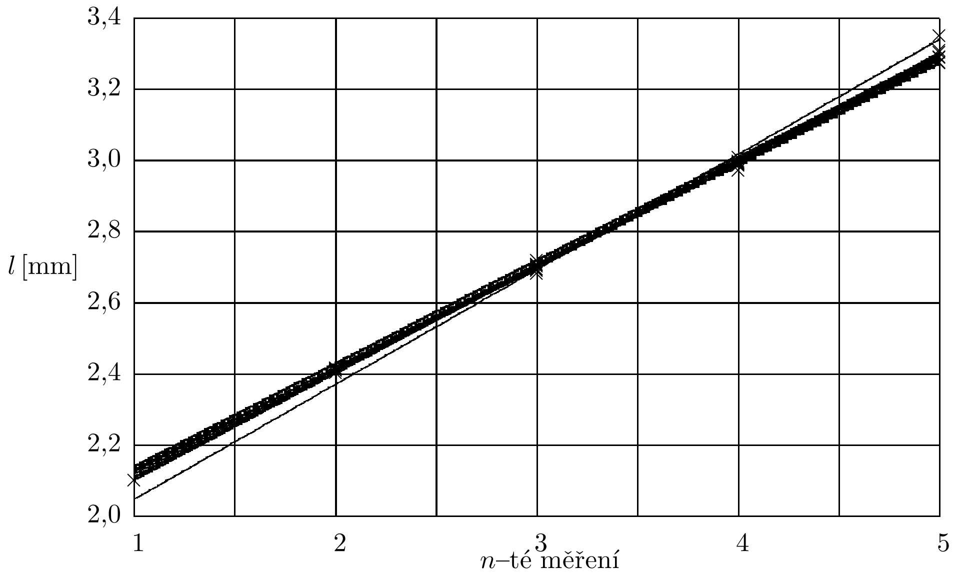
$$\lambda_1 - \lambda_2 = (0,59 \pm 0,04)\,\mathrm{nm}\,.$$



Graf 1: Závislost výchylky na počtu průchozích proužků pro zelené světlo rtuťové výbojky.



Graf 2: Závislost výchylky na počtu průchozích proužků pro He–Ne laser.



Graf 3: Měření rozdílu vlnových délek sodíkového dubletu.

Diskuse výsledků

Při zpracování výsledků měření jsem se nejvíce zamýšlel nad tím, jaký způsob zpracování zvolit. V pracovním úkolu je zadáno, že se mají data zpracovávat lineární regresí. Ovšem dle mého názoru to není nejlepší způsob.

Při měření vlnové délky světla pomocí Michalsonova interferometru jsem narážel na problém, že hodnota převodu M není konstantní pro všechny hodnoty l. Tato hodnota leží v intervalu od $5,0$ do $5,2$. Proto jsem pro první měření zvolil $M = 5,1 \pm 0,1$, což pokrývá celý interval. Jako výchozí hodnotu l jsem vždy volil $l_0 = 10,49\,\mathrm{mm}$ a následně jsem nechával procházet proužky přes střed dalekohledu. Vždy po 50 proužcích jsem hodnotu zaznamenal. Hodnoty jsem zaznamenával do 200 pružků.

Mohl jsem samozřejmě postupovat i dále, ale pro více proužků se již mohla projevit nekonstantnost převodu M. Závislost délky l na počtu proužků k by přestávala být lineární. Proto jsem raději provedl více měření s počáteční hodnotou $l_0 = 10,49\,\mathrm{mm}$.

Data jsem tak zpracovával raději jako jednotlivá měření. Nejvhodnější by bylo provést např. 10 měření vždy pro stejnou počáteční hodnotu l_0, tím bych vliv měnícího se převodu ještě více vyloučil.

Výhodou zpracovávání jednotlivých měření je také v tom, že se bere rozdíl hodnot l pro 50 prošlých proužků. Při zpracování lineární regresí bych v případě, že jsem se například dopustil hrubé chyby při měření vzdálenosti pro prvních 50 prošlých proužků (např. prošlo mi 52 a nikoliv pouze 50 prožků), ovlivnil touto hrubou chybou i následující hodnoty vzdálenosti l. Ale v případě statistického zpracovávání jednotlivých měření hrubou chybu nepřenáším. Při statistickém zpracování je pro mě také jednodušší vyřadit údaj, který je ovlivněn hrubou chybou a liší se o více než $3 \cdot \sigma$ od střední hodnoty.

Při měření vlnové délky rtuťového světla byl do cesty paprsky postaven zelený filtr, který propouští pouze čáru o vlnové délce $\lambda_{\mathrm{Hg\,zelena}} = 546,1\,\mathrm{nm}$. Tato hodnota se shoduje v rámci chyby měření s naměřenou hodnotou. Porovnáním známé a naměřené hodnoty jsem určil, že pro výchozí hodnotu $l_0 = 10,49\,\mathrm{mm}$ je hodnota převodu $M = 5,13 \pm 0,10$. Tuto hodnotu převodu jsem použil pro určení vlnové délky He–Ne laseru.

Pro určení rozdílu vlnových délek světla v sodíkovém dubletu jsem postupoval podobně jako v případě Michelsonova interferometru. I zde si myslím, že by bylo vhodnější použít statistického zpracování dat, než data určit z lineární regrese.

V grafu 1 až 3 jsem znázornil naměřená data, která jsem proložil přímkami. Tyto grafy se můžou zdát méně přehledné, ale přišlo mi vhodnější znázornit jednotlivé měření do stejného grafu a ukázat tak, že se shodují než v tomto protokolu věnovat cca 7 stran pouze grafům.

K lineární regresi jsem používal program GNUplot. Hodoty chyb u vypočtených hodnot jsem určil z kvadratického zákona přenosu chyb, který je uveden v [2].

Závěr

Pomocí Michelsonova interferometru jsem změřil vlnovou délku zeleného světla rtuťové výbojky

$$\lambda_{\mathrm{Hg}} = (549 \pm 66)\,\mathrm{nm}\,,$$

a He–Ne laseru

$$\lambda_{\mathrm{He-Ne}} = (645 \pm 68)\,\mathrm{nm}\,.$$

Pomocí Fabry–Perotova interferometru jsem změřil rozdíl vlnových délek světla u sodíkového dubletu

$$\lambda_1 - \lambda_2 = (0,59 \pm 0,04)\,\mathrm{nm}\,.$$

Seznam použité literatury

[1] I. Pletant, J. Fiala, J. Pospíšil, J. Fähnrich: *Fyzikální praktikum III.* Optika. Karolinum, Praha 1993. ISBN 80–7066–763–X.

[2] J. Englich: *Zpracování výsledků fyzikálních měření.* Praha 2000. `http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/mereni.pdf`