Vojtěch Hrubý Úloha 6

Pracovní úkol

1. Na milimetrový papír zobrazte obrazec vzniklý ohybem na mřížce.
2. Pomocí aparatury proměřte ohybové obrazce na štěbinách a dvojštěrbinách, proměřte mřížku i tímto způsobem.
3. Okalibrujte mikroskopový okulár metodou postupných měření a lineární regresí, odhadněte relativní chybu kalibrace.
4. Mikroskopem změřte mřížkovou konstantu mřížky, šířku štěrbin, u dvojštěrbin navíc vzdálenosti štěrbin.
5. Z ohybových obrazců mřížky a ze změřené mřížkové konstanty stanovte vlnovou délku použitého laseru. Porovnejte ji s tabelovanou hodnotou. Vyhodnoťte sifrakční obrazce mřížky v bodě 1 a 2 a diskutujte, ve kterém případě je spočtená mřížková konstanta zatížená menší chybou.
6. Z ohybových obrazců na štěrbinách a dvojštěrbinách a tabelované hodnoty vlnové délky laseru stanovte šířky štěrbin a u dvojštěrbin navíc vzdálenosti štěrbin.

Teoretická část

Při průchodu světla kolem překážky nebo štěrbinou dochází k difrakci. V malé vzdálenosti od překážky pozorujeme Fresnelovu difrakci. Ve většcích vzdálenostech pak Fraunhoferovu difrakci. V této úloze pozorujeme difrakční obrazce pomocí spojné čočky, která nám umožňuje simulovat pozorování z nekonečna.

Při ohybu na štěrbině je intenzita na stínítku v závislosti na úhlu φ dopadajícího paprsku úměrná výrazu

$$\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\varphi\right)^2}{\frac{\pi b}{\lambda}\varphi}\right)^2, \tag{1}$$

kde b je šířka štěrbiny a λ vlnová délka světla. Minimální intenzita dopadajícího záření závisí na úhlu podle vztahu

$$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{b}, \tag{2}$$

kde k je celé číslo a nazýváme jej řádem interference.

Zkoumáme-li difrakci na dvojštěrbině, musíme vztah (1) vynásobit ještě výrazem

$$\cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda}\varphi\right), \tag{3}$$

kde a je vzdálenost štěrbin. Tento člen přináší další minima

$$\varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2a}, \tag{4}$$

kde k je celé číslo.

Mřížka s mřížkovou konstantou a dává hlavní maxima pro úhly

$$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{a}. \tag{5}$$

Měření

Nejprve jsem provedl kalibraci okuláru mikroskopu. Zobrzil jsem jím milimetrové měřítko s dílkem 0.1 mm. Naměřené dílky v závislosti na vzdálenosti na měřítku jsem zapsal do tabulky 1 a zobrazil do grafu 1. Směrnice proložené přímky je

$$s = 0.161077\,\mathrm{mm/dílek},\ 0.1\%.$$

Tento převodní faktor používám ve všech měření mikroskopem.

Dále jsem zobrazil difrakční obrazec mřížky na milimetrový papír. Naměřené hodnoty jsem přepsal do tabulky 2. K určení vlnové délky laseru jsem dále potřeboval znát vzdálenost mezi stínítkem a spojnou čočkou zobrazovací aparatury

$$95.8 \pm 1.0\,\mathrm{cm}$$

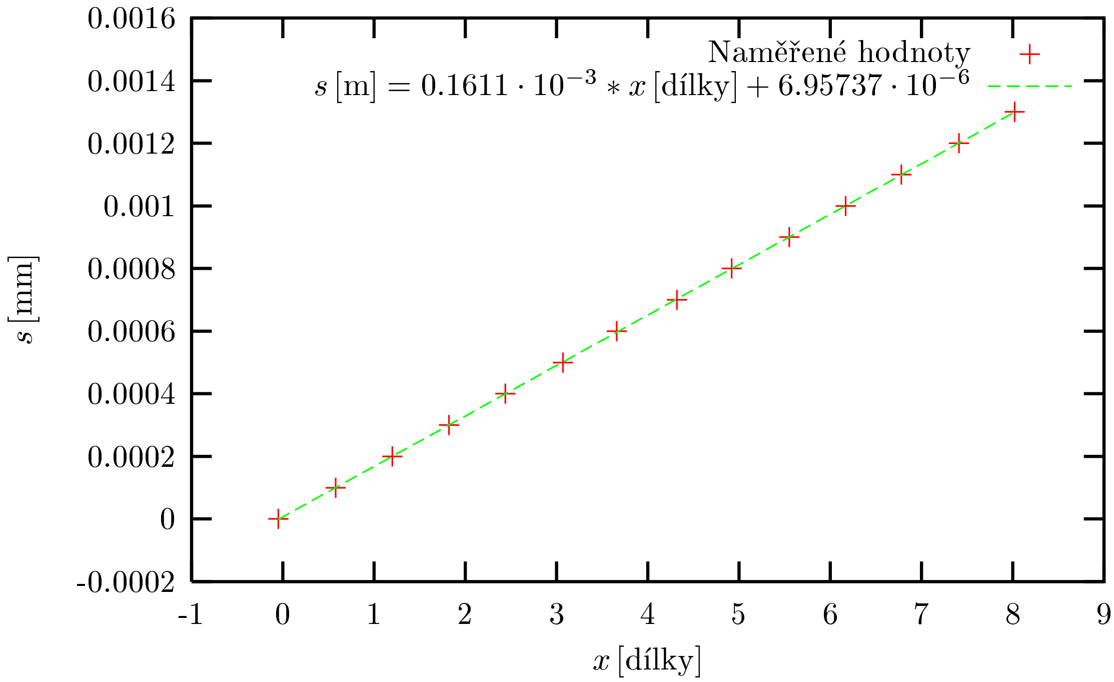
(chybu jsem odhadl poměrně velkou, protože k měření této vzdálenosti jsem neměl k dispozici odpovídající pomůcky). Dále jsem naměřil mřížkovou konstantu mřížky. Použil jsem mikroskop a naměřil jsem vzdálenost 25 vrypů. Z odečtené hodnoty jsem pomocí převodního koeficientu vypočítal mřížkovou konstantu

$$a_m = 50.4 \pm 0.6\,\mu\mathrm{m}.$$

Vlnová délka laseru je podle tohoto měření

$$\lambda = 612 \pm 16\,\mathrm{nm}.$$

Do chyby měření jsem zahrnul směrodatnou odchylku průměru, odhadnutou chybu měření vzdáleností na milimetrovém papíře a chybu měření mřížkové konstanty.



Graf 1.: Kalibrace měřítka mikroskopu

dílky	s [m]
-0.05	0
0.58	0.0001
1.20	0.0002
1.82	0.0003
2.44	0.0004
3.07	0.0005
3.66	0.0006
4.32	0.0007
4.92	0.0008
5.55	0.0009
6.17	0.0010
6.78	0.0011
7.41	0.0012
8.02	0.0013

Tabulka 1.: Kalibrace měřítka mikroskopu

d [cm]	k	λ [nm]
-13.1 ± 0.1	11	621 ± 14
-11.9 ± 0.1	10	621 ± 14
-10.6 ± 0.1	9	616 ± 14
-9.5 ± 0.1	8	622 ± 14
-8.3 ± 0.1	7	621 ± 14
-7.1 ± 0.1	6	621 ± 14
-5.9 ± 0.1	5	620 ± 14
-4.7 ± 0.1	4	617 ± 14
-3.6 ± 0.1	3	631 ± 14
-2.4 ± 0.1	2	631 ± 14
-1.2 ± 0.1	1	631 ± 14
0		
1.2 ± 0.1	1	631 ± 14
2.3 ± 0.1	2	605 ± 14
3.5 ± 0.1	3	613 ± 14
4.7 ± 0.1	4	617 ± 14
5.8 ± 0.1	5	609 ± 14
7 ± 0.1	6	612 ± 14
8.2 ± 0.1	7	614 ± 14
9.4 ± 0.1	8	615 ± 14
10.6 ± 0.1	9	616 ± 14
11.8 ± 0.1	10	616 ± 14
12.9 ± 0.1	11	611 ± 14

Tabulka 2.: Difrakce na mřížce, záznam z milimetrového papíru, d je vzdálenost maxima od maxima nultého řádu, k je řád.

Dále jsem proměřil difrakci na mřížce pomocí počítačem ovládané aparatury. Naměřená data jsem vynesl do grafu 6. Maxima prvního a druhého řádu jsou uvedena v

$d\,[\mathrm{cm}]$	k	$\lambda\,[\mathrm{nm}]$
-2.462 ± 0.005	2	645 ± 16
-1.228 ± 0.005	1	644 ± 18
1.222 ± 0.005		
2.442 ± 0.005		

Tabulka 3.: Difrakce na mřížce, záznam počítačem, d je vzdálenost maxima od maxima nultého řádu, k je řád.

tabulce 3. Z nich jsem podle vzorce (5) vypočítal vlnovou délku laseru

$$\lambda = 644 \pm 18\,\mathrm{nm}.$$

Tabulková hodnota vlnové délky laseru je podle [2]

$$\lambda = 632.8\,\mathrm{nm}.$$

Pokračoval jsem v měření rozměrů štěrbin a dvojštěrbin mikroskopem. Šířka štěrbiny A je

$$b_A = (0.105 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

štěrbiny C

$$b_C = (0.435 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

šířka štěrbiny ve dvojštěrbině A je

$$b_{2A} = (0.121 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

vzdálenost středů štěrbin v A je

$$a_{2A} = (0.606 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

totéž pro dvojštěrbinu C

$$b_{2C} = (0.213 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

$$a_{2C} = (1.210 \pm 0.016)\,\mathrm{mm}.$$

Chyba měření vyplynula z nepřesnosti určení hrany štěrbiny.

Dále jsem pomocí počítače zaznamenal difrakční obrazce na štěrbinách A a C a na dvojštěrbinách A a C a zobrazil jsem je v grafech 2 až 5. Pomocí počítače jsem odečetl polohy minim a zaznamenal je do tabulek 4 až 7. Z polohy minim jsem vypočítal šířky štěrbin b a vzdálenost dvojštěrbin a. Tyto parametry jsou v tabulkách uvedeny za textem „Aritm. průměr“. Chyba měření se skládá z několika částí: směrodatná odchylka průměru všech měření, chyba odečtu polohy minima a chyba měření vzdálenosti spojné čočky k detektoru, která byla

$$l = (100.5 \pm 0.5)\,\mathrm{cm}.$$

$d\,[\mathrm{mm}]$	$d_1 - d_2\,[\mathrm{mm}]$	k	$b\,[\mathrm{mm}]$
-10.92 ± 0.10	21.96	2	0.116 ± 0.001
-5.42 ± 0.05	10.98	1	0.116 ± 0.002
5.56 ± 0.05	Aritm. průměr:		0.116 ± 0.002
11.04 ± 0.10			

Tabulka 4.: Naměřené polohy minim d na štěrbině A a výpočet šířky štěrbiny b

$d\,[\mathrm{mm}]$	$d_1 - d_2\,[\mathrm{mm}]$	k	$b\,[\mathrm{mm}]$
-12.28 ± 0.05	24.78	9	0.462 ± 0.003
-10.80 ± 0.05	21.96	8	0.463 ± 0.003
-9.40 ± 0.05	19.12	7	0.466 ± 0.004
-8.00 ± 0.05	16.42	6	0.465 ± 0.004
-6.70 ± 0.05	13.74	5	0.463 ± 0.004
-5.36 ± 0.05	11.04	4	0.461 ± 0.004
-4.02 ± 0.05	8.34	3	0.458 ± 0.005
-2.64 ± 0.05	5.62	2	0.453 ± 0.006
-1.34 ± 0.05	2.28	1	0.442 ± 0.008
1.54 ± 0.05	Aritm. průměr:		0.461 ± 0.008
2.98 ± 0.05			
4.32 ± 0.05			
5.68 ± 0.05			
7.04 ± 0.05			
8.42 ± 0.05			
9.72 ± 0.05			
11.16 ± 0.05			
12.50 ± 0.05			

Tabulka 5.: Naměřené polohy minim d na štěrbině C a výpočet šířky štěrbiny b

Hlavní minima			
$d\,[\mathrm{mm}]$	$d_1 - d_2\,[\mathrm{mm}]$	k	$b\,[\mathrm{mm}]$
-10.5 ± 0.1	21.3	2	0.119 ± 0.003
-5.2 ± 0.1	10.7	1	0.119 ± 0.006
5.5 ± 0.1	Aritm. průměr:		0.119 ± 0.006
10.8 ± 0.1			
Vedlejší minima			
$d\,[\mathrm{mm}]$	$d_1 - d_2\,[\mathrm{mm}]$	k	$a\,[\mathrm{mm}]$
-8.70 ± 0.05	17.64	8	0.613 ± 0.005
-7.70 ± 0.05	15.18	7	0.628 ± 0.005
-6.68 ± 0.05	13.46	6	0.614 ± 0.005
-3.62 ± 0.05	7.36	3	0.605 ± 0.007
-2.54 ± 0.05	5.24	2	0.607 ± 0.009
-1.48 ± 0.05	3.06	1	0.623 ± 0.013
-0.50 ± 0.05	1.08	0	0.589 ± 0.030
0.58 ± 0.05	Aritm. průměr:		0.611 ± 0.018
1.58 ± 0.05			
2.70 ± 0.05			
3.74 ± 0.05			
6.78 ± 0.05			
7.48 ± 0.05			
8.94 ± 0.05			

Tabulka 6.: Naměřené polohy minim d na dvojštěrbině A a výpočet šířky štěrbiny b a vzdálenost středů štěrbin a

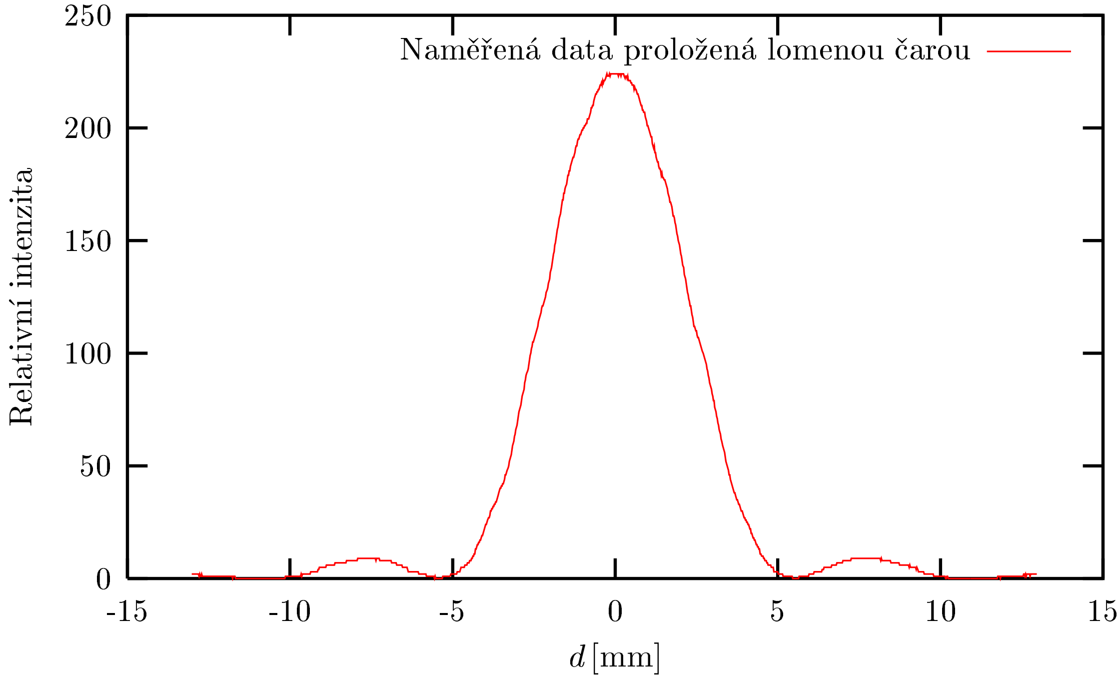
Hlavní minima			
$d\,[\mathrm{mm}]$	$d_1 - d_2\,[\mathrm{mm}]$	k	$b\,[\mathrm{mm}]$
-9.20 ± 0.10	18.38	3	0.208 ± 0.007
-6.20 ± 0.10	12.38	2	0.205 ± 0.009
-3.08 ± 0.10	6.30	1	0.202 ± 0.017
3.22 ± 0.10		Aritm. průměr:	0.205 ± 0.011
6.18 ± 0.10			
9.18 ± 0.10			
Vedlejší minima			
$d\,[\mathrm{mm}]$	$d_1 - d_2\,[\mathrm{mm}]$	k	$a\,[\mathrm{mm}]$
-8.02 ± 0.05	16.22	13	1.059 ± 0.009
-7.50 ± 0.05	15.54	12	1.023 ± 0.008
-5.86 ± 0.05	12.76	11	1.146 ± 0.010
-6.24 ± 0.05	12.40	10	1.077 ± 0.010
-5.52 ± 0.05	11.10	9	1.089 ± 0.010
-5.02 ± 0.05	9.98	8	1.083 ± 0.011
-4.34 ± 0.05	8.82	7	1.082 ± 0.012
-3.84 ± 0.05	7.64	6	1.082 ± 0.012
-3.16 ± 0.05	6.36	5	1.100 ± 0.014
3.20 ± 0.05		Aritm. průměr:	1.082 ± 0.027
3.80 ± 0.05			
4.48 ± 0.05			
4.96 ± 0.05			
5.58 ± 0.05			
6.16 ± 0.05			
6.90 ± 0.05			
7.52 ± 0.05			
8.20 ± 0.05			

Tabulka 7.: Naměřené polohy minim d na dvojštěrbině C a výpočet šířky štěrbiny b a vzdálenost středů štěrbin a

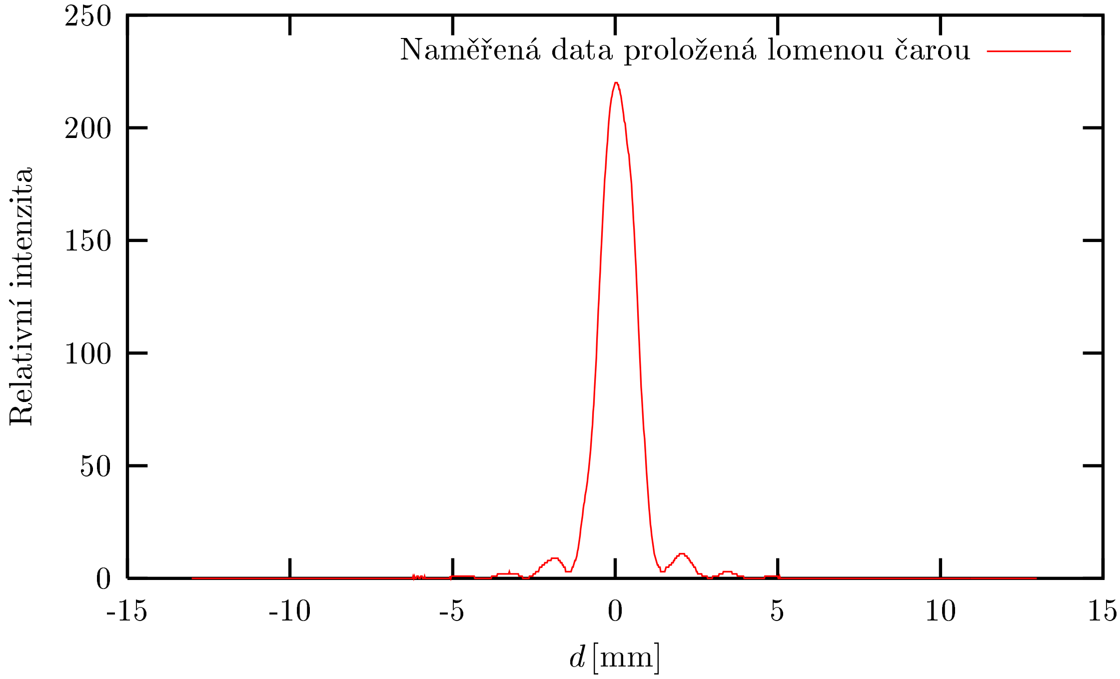
Diskuse

Naměřená hodnota vlnové délky laseru pomocí počítače odpovídá tabulkové hodnotě v rámci chyby. Měření pomocí milimetrového papíru není v rámci chyby v souladu s tabulkami. Je však pozoruhodné, že se obě naměřené hodnoty nacházejí až na hranici rozsahu chyby a to vždy na opačných stranách tabulkové hodnoty. Na vině bude pravděpodobně nepřesnost měření vzdálenosti zobrazovací soustavy a detektoru, která měla rozhodující vliv na celkovou chybu měření. Ukázalo se tedy, že měření pomocí počítače je přesnější. Na první pohled bych však očekával větší přesnost od milimetrového papíru, protože dokázal zaznamenat mnohem větší množství maxim než počítač, který na druhou stranu proměřil polohu maxim s mnohem větší přesností.

Srovnám-li naměřené hodnoty šířky štěrbin b a vzdálenosti dvojštěrbin a, ukazuje se, že všechny hodnoty si v rámci chyby odpovídají kromě šířky štěrbiny C a vzdálenosti štěrbin v dvojštěrbině C. Zvláště v druhém případě je chyba cca. 10%! Nejpravděpodobnější možností je chyba při měření mikroskopem, protože měření pomocí počítače bylo plně automatizované. Lze namítnout, že jsem mohl špatně určit řád interference.



Graf 2.: Difrakční obrazec na štěrbině A

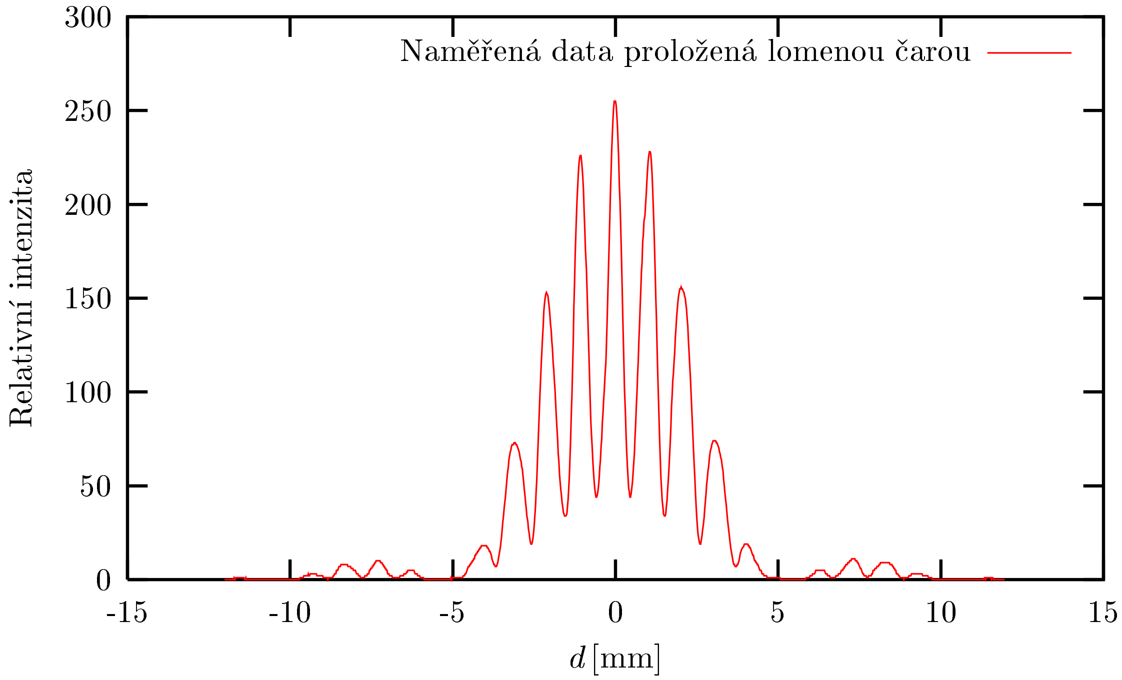


Graf 3.: Difrakční obrazec na štěrbině C

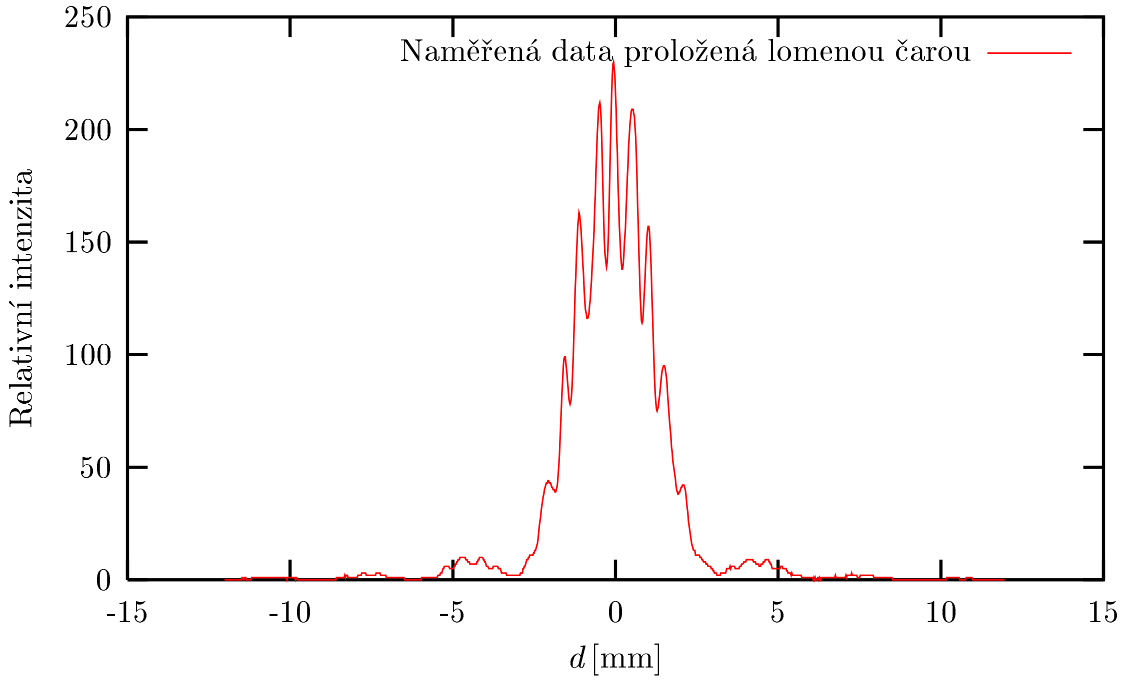
Jednak jsem počítal pečlivě a navíc by chyba přinesla ještě větší rozdíl hodnot.

Závěr

Většina měření přinesla shodu ve sledovaných parametrech kromě měření vlnové délky laseru pomocí milimetrového papíru, šířky štěrbiny C a vzdálenost štěrbin v dvojštěr-



Graf 4.: Difrakční obrazec na dvojštěrbině A



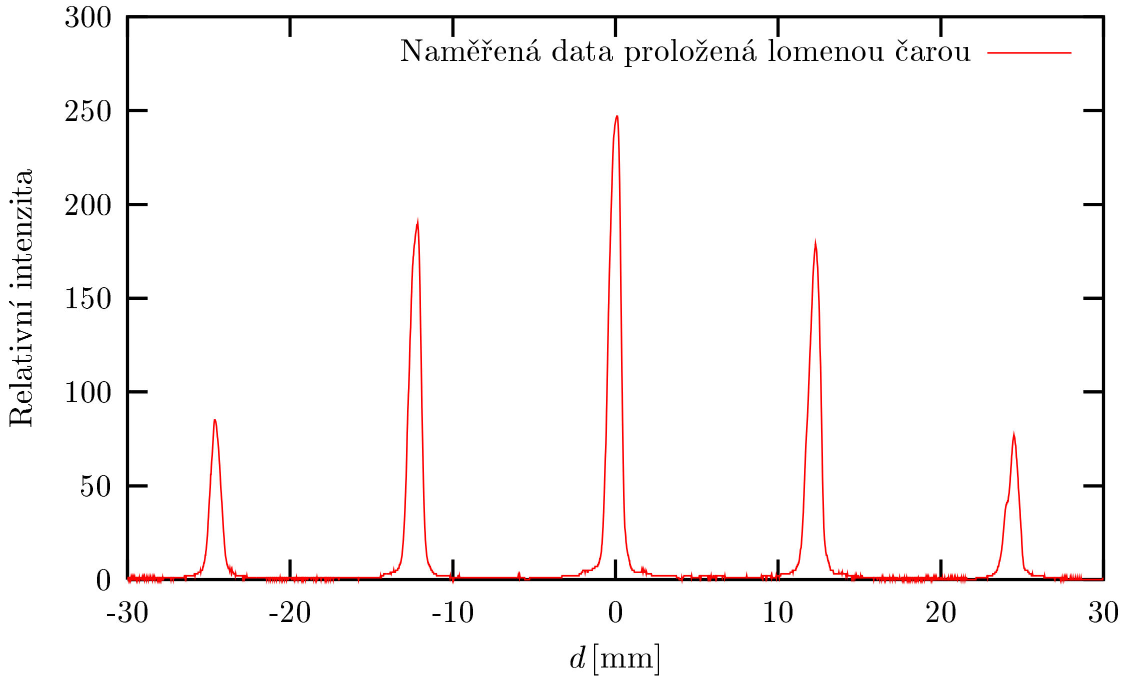
Graf 5.: Difrakční obrazec na dvojštěrbině C

bině C. Naměřil jsem vlnovou délku laseru

$$\lambda = 644 \pm 18\,\mathrm{nm}.$$

Rozměry štěrbin pomocí mikroskopu jsou

$$b_A = (0.105 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$



Graf 6.: Difrakční obrazec na mřížce

$$b_C = (0.435 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

$$b_{2A} = (0.121 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

$$a_{2A} = (0.606 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

$$b_{2C} = (0.213 \pm 0.016)\,\mathrm{mm},$$

$$a_{2C} = (1.210 \pm 0.016)\,\mathrm{mm}.$$

Pomocí difrakce jsem naměřil

$$b_A = (0.116 \pm 0.002)\,\mathrm{mm},$$

$$b_C = (0.461 \pm 0.008)\,\mathrm{mm},$$

$$b_{2A} = (0.119 \pm 0.006)\,\mathrm{mm},$$

$$a_{2A} = (0.611 \pm 0.018)\,\mathrm{mm},$$

$$b_{2C} = (0.205 \pm 0.011)\,\mathrm{mm},$$

$$a_{2C} = (1.082 \pm 0.027)\,\mathrm{mm}.$$

Literatura

[1] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.
[2] `physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp`: Studijní text a Pokyny k měření, úloha 6.