Vojtěch Hrubý Úloha 3

Pracovní úkol

1. Seřiďte spektrometr pro kolmý dopad světla pomocí bočního osvětlení nitkového kříže (rovina optické mřížky je kolmá k ose kolimátoru).
2. Stanovte mřížkovou konstantu použité mřížky. K měření užijte čar sodíkového dubletu v 1. a 2. řádu.
3. Odhadněte rozlišovací schopnost spektrometru ze zobrazení sodíkového dubletu ve spektru 1. a 2. řádu. Vypočtěte teoreticky maximální dosažitelnou rozlišovací schopnost a oba výsledky porovnejte.
4. Proměřte viditelné čáry ve spektru rtuti 1. řádu. Pomocí vámi stanovené mřížkové konstanty z úkolu 2. spočtěte vlnové délky rtuťového spektra a porovnejte je s tabelovanými hodnotami.
5. Vytvořte kalibrační křivku spektrometru jako závislost úhlu na vlnové délce
6. Určete úhlovou disperzi mřížky ve žluté oblasti spektra 1. a 2. řádu. Vypočtěte teoretické hodnoty a porovnejte je s experimentálními hodnotami.
7. Spočtěte relativní chyby výsledků

Teoretická část

Základem spektrometru je disperzní prvek. V této úloze používáme optickou mřížku na průchod. Dopadá-li svazek rovnoběžných paprsků kolmo na mřížku s mřížkovou konstantou a, dochází na každé ze štěrbin k ohybu světla. V důsledku interference světla z různých štěrbin se světlo za mřížkou nešíří všemi směry, ale jeho intenzita nabývá ostrého maxima v určitých směrech kolmých ke vrypům mřížky a svírající úhel φ_k s kolmicí k rovině mřížky. Platí

$$\sin\varphi_k = \frac{k\lambda}{a}, \tag{1}$$

kde k je celé číslo. Tímto způsobem můžeme světlo rozložit na jednotlivé spektrální čáry.

Spektrometr se skládá z kolimátoru, mřížky a otočného dalekohledu. Abychom vyloučili chybu nulové polohy dalekohledu, měříme úhel stejného řádu na obou stranách. Pro konkrétní uspořádání aparatury pak platí

$$\varphi_k = |\varphi_1 - \varphi_2|/2. \tag{2}$$

Z měření sodíkovým spektrem o známých vlnových délkách čar dubletu ($\lambda_{D1} = 589.0\,\mathrm{nm}$, $\lambda_{D2} = 589.6\,\mathrm{nm}$) určíme pomocí vztahu (1) mřížkvou konstantu.

Mřížku dále charakterizuje její rozlišovací schopnost, úhlová disperze a disperzní oblast. Jako rozlišovací schopnost se u spektrálních přístrojů obvykle zavádí číslo

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \tag{3}$$

kde $\delta\lambda$ je nejmenší rozdíl vlnových délek spektrálních čar, které lze přístrojem rozlišit. Má-li spektrometr dostatečně velké zvětšení dalekohledu, úzkou štěrinu a kvalitní optiku, je horní mez R_m rozlišovací schopnosti dána vlnovým charakterem světla. Tato mez je dána vztahem

$$R_m = mk, \tag{4}$$

kde k je řád spektra a m je počet interferujících svazků. Osvětlují-li paprsky z kolimátoru jen část celkové plochy mřížky, platí

$$m = 0.82\frac{D}{a}, \tag{5}$$

kde D je průměr výstupní pupily kolimátoru.

Úhlová disperze soustavy se definuje vztahem

$$D_a = \frac{\mathrm{d}\varphi_k}{\mathrm{d}\lambda}, \tag{6}$$

pro rozdíl úhlů a vlnových délek. Diferenciací tohoto vztahu dostáváme

$$D_a = \frac{k}{a\cos\varphi_k}. \tag{7}$$

Měření

Nejprve jsem pod odborným dohledem provedl seřízení spektrometru.

Pokračoval jsem měřením mřížkové konstanty. Za tímto účelem jsem přivedl do aparatury světlo ze sodíkové výbojky a proměřil jsem její spektrální čáry (sodíkový dublet). Ze vztahu (1) jsem pak vypočítal mřížkovou konstantu. Chybu měření jsem odhadl z přesnosti stupnice a především ze své schopnosti správně lokalozovat střed čáry, což mělo podstatně větší vliv na chybu měření. V tabulce 1 uvádím naměřené hodnoty a vypočítanou hodnotu mřížkové konstanty.

	$\varphi\,[^\circ]$	$a\,[\mathrm{nm}]$
1. řád, čára 1	19.62 ± 0.08	1754 ± 7
1. řád, čára 2	19.70 ± 0.08	1749 ± 7
2. řád, čára 1	42.20 ± 0.08	1754 ± 3
2. řád, čára 2	42.33 ± 0.08	1751 ± 3

Tabulka 1.: Měření mřížkové konstanty pomocí sodíkového dubletu, $\lambda_1 = 589.0\,\mathrm{nm}$, $\lambda_2 = 589.6\,\mathrm{nm}$

Mřížkovou konstantu jsem určil průměrem hodnot naměřených pro jednotlivé čáry

$$a = (1752 \pm 7)\,\mathrm{nm},$$

tuto hodnotu budu používat ve všech následujících měřeních. Mřížková konstanta uvedená na mřížce byla (570 vrypů na milimetr)

$$a = 1754\,\mathrm{nm}$$

Dále jsem podle sodíkového dubletu odhadl rozlišovací schopnost spektrometru. v prvním řádu jsem dokázal pouze rozlišit dvě čáry sodíkového dubletu, ale mezi nimi jsem viděl jen minimální mezeru. Proto odhaduji $\delta\lambda = 0.6\,\mathrm{nm}$ při střední vlnové délce $\lambda = 589.6\,\mathrm{nm}$. Z toho plyne podle (3) rozlišovací schopnost

$$R_1 = 980,$$

Teoretická maximální rozlišovací schopnost je při výstupní pupile $D = 18\,\mathrm{mm}$ podle (4) a (5)

$$R_{t1} = 8400.$$

Pro druhý řád jsem provedl podobný odhad. V tomto případě jsem byl schopen rozlišit dvě čáry a prostor mezi nimi, který byl přibližně stejný jako šířka čar. Proto jsem odhadl $\delta\lambda = 0.2\,\mathrm{nm}$. Pak tedy

$$R_2 = 3000,$$

teoretická hodnota je

$$R_{t2} = 17000.$$

Barva	$\varphi[°]$	$\lambda\,[\mathrm{nm}]$	$\lambda_{Tabulky}\,[\mathrm{nm}]$
fialová	13.30 ± 0.08	403 ± 2	404.7
fialová	13.53 ± 0.08	410 ± 2	407.8
modrá	14.42 ± 0.08	436 ± 2	433.9
modrozelená	16.34 ± 0.08	493 ± 2	491.6
zelená	18.11 ± 0.08	545 ± 2	546.1
žlutá 1	19.24 ± 0.08	577 ± 2	577.0
žlutá 2	19.32 ± 0.08	580 ± 2	579.1
červená	20.28 ± 0.08	607 ± 2	607.3
červená	20.46 ± 0.08	612 ± 2	612.3
červená	20.77 ± 0.08	621 ± 2	623.4
červená	22.49 ± 0.08	670 ± 2	671.6
červená	23.04 ± 0.08	686 ± 2	690.7

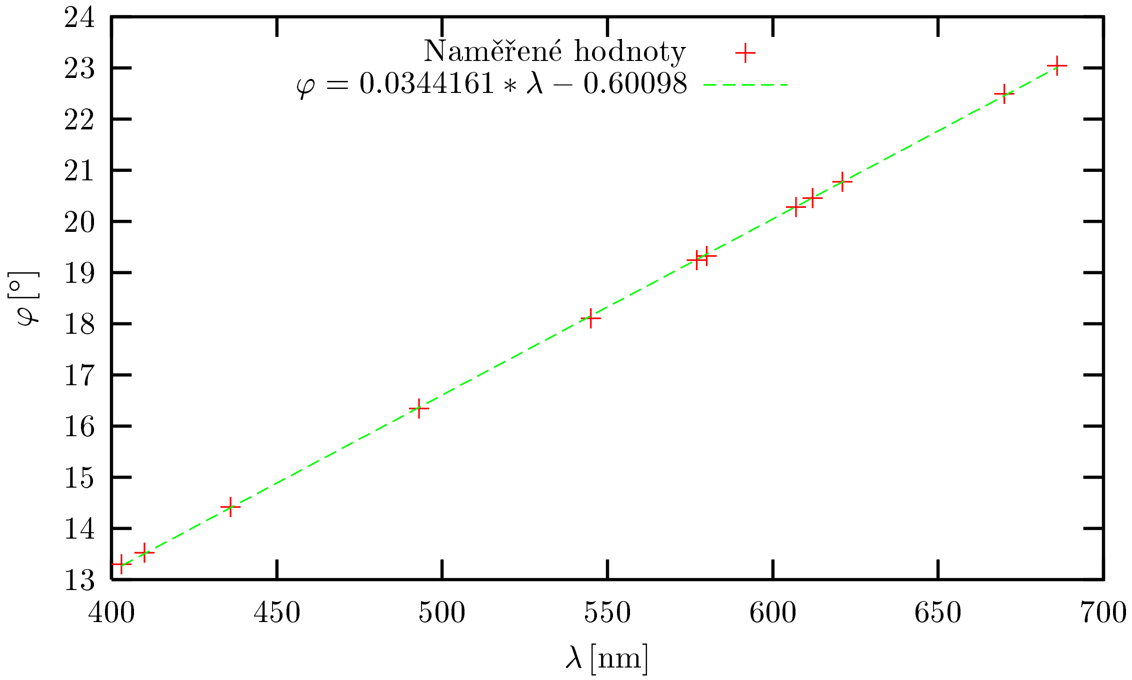
Tabulka 2.: Proměření spektra rtuti

V tabulce 2 uvádím naměřené hodnoty spektra rtuti a jejich tabelované hodnty. Chyba měření se skládá ze dvou částí: z chyby určení mřížkové konstanty a z chyby měření úhlu dalekohledu. Následně jsem do grafu 1 vynesl kalibrační křivku spektrometru a proložení lineární funkcí.

Podle vzorců (1), (6) a (7) jsem vypočítal úhlovou disperzi. První dva vzorce posloužily k teoretickému výpočtu, poslední pak k výpočtu z naměřených hodnot, které uvádím v tabulce 3.

	Teoretické		Experimentální	
	$\lambda\,[\mathrm{nm}]$		$\lambda\,[\mathrm{nm}]$	$\varphi\,[°]$
1 řád, čára 1	577.0	1. řád, čára 1	577 ± 2	19.24 ± 0.08
1. řád, čára 2	579.1	1. řád, čára 2	580 ± 2	19.32 ± 0.08
2 řád, čára 1	577.0	2. řád, čára 1	576 ± 2	41.08 ± 0.08
2. řád, čára 2	579.1	2. řád, čára 2	579 ± 2	41.33 ± 0.08

Tabulka 3.: Úhlová disperze, čáry odpovídají spektru rtuti



Graf 1.: Kalibrační křivka spektrometru

Teoretické hodnoty úhlové disperze pro žlutou oblast spektra rtuti jsou

$$D_{at1} = 6.04 \cdot 10^5 \,\mathrm{m}^{-1},$$

$$D_{at2} = 1.52 \cdot 10^6 \,\mathrm{m}^{-1}.$$

Experimentálné hodnoty pro první a druhý řád jsou

$$D_{ae1} = (4.8 \pm 7.9) \cdot 10^5 \,\mathrm{m}^{-1},$$

$$D_{ae2} = (1.5 \pm 1.4) \cdot 10^6 \,\mathrm{m}^{-1}.$$

Diskuse

Seřízení spektrometru bylo velmi komplikované a vyžadovalo velmi citlivý přístup, který byl zřejmě za hranicí mých schopností. Tuto nepřesnost jsem zahrnul do chyby měření.

Měření mřížkové konstanty přineslo výsledek, který v rámci chyby odpovídá hodnotě uvedené na aparatuře. Shoda by se zachovala, i kdybych zvolil menší chybu, nicméně můj odhad se dobře uplatnil při určování vlnové délky spektrálních čar rtuti. Proto na této chybě trvám.

Odhad rozlišovací schopnosti spektrometru zůstal hluboko pod teoretickou hodnotu, což jsem očekával.

Spektrum rtuti se mi podařilo naměřit ve většíně případů v souladu s tabulkami. Kromě posledního měření, které mohlo být zatíženo hrubou chybou vzhledem k nezřetelnosti čáry, jsou hodnoty v souladu s tabulkami, zaokrouhlíme-li tabulkové hodnoty na stejný počet platných míst jako hodnoty naměřené.

Teoretické i experimentální hodnoty úhlové disperze si odpovídají mnohem lépe, než je chyba experimentu. Hlavním problémem experimentálního určení je odečítání dvou relativně velkých čísel, jejichž absolutní chyba sice není velká, ale jejich rozdíl je již srovnatelný s chybou měření.

Závěr

Měření přineslo vesměs takové výsledky, jaké jsem očekával. Dále uvádím některé zajímavé výsledky.

Mřížková konstanta byla

$$a = (1752 \pm 7)\,\mathrm{nm},$$

experimentální rozlišovací schopnost v prvním a druhém řádu

$$R_1 = 980,$$

$$R_2 = 3000.$$

Odhadnuté úhlové disperze pro první a druhý řád

$$D_{ae1} = (4.8 \pm 7.9) \cdot 10^5\,\mathrm{m}^{-1},$$

$$D_{ae2} = (1.5 \pm 1.4) \cdot 10^6\,\mathrm{m}^{-1}.$$

Kalibrační křivka je zobrazena v grafu 1.

Toto je moje poslední úloha z praktika III. Přeji Vám krásné prázdniny a děkuji za kvalitní asistenci při měření. Těším se na další semestr.

Literatura

[1] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.
[2] `physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp`: Studijní text a Pokyny k měření, úloha 3