Pracovní úkol

1. Změřte průběh intenzity magnetického pole na ose souosých kruhových magnetizačních cívek
   a) v zapojení s nesouhlasným směrem proudu při vzdálenostech 12, 16, 20 cm
   b) v zapojení se souhlasným směrem proudu při týchž vzdálenostech cívky.
2. Změřte intenzitu magnetického pole uprostřed mezi souosými kruhovými magnetizačními cívkami v zapojení se souhlasným směrem magnetizačního proudu při proměnné vzájemné vzdálenosti cívek 7 až 20 cm.
3. Přesvěčte se, že při Helmholtzově poloze cívek v zapojení se souhlasným směrem proudu je pole na ose cívek v rámci možnosti homogenní. Pro tento případ stanovte experimentálně konstantu úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívce a porovnejte ji s teoretickou hodnotou.
4. Proměřte průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu.
5. Experimentální výsledky podle bodů 1 až 4 porovnejte s teoretickými výpočty. Veškeré výsledky zpracujte tabelárně i graficky.

Teorie

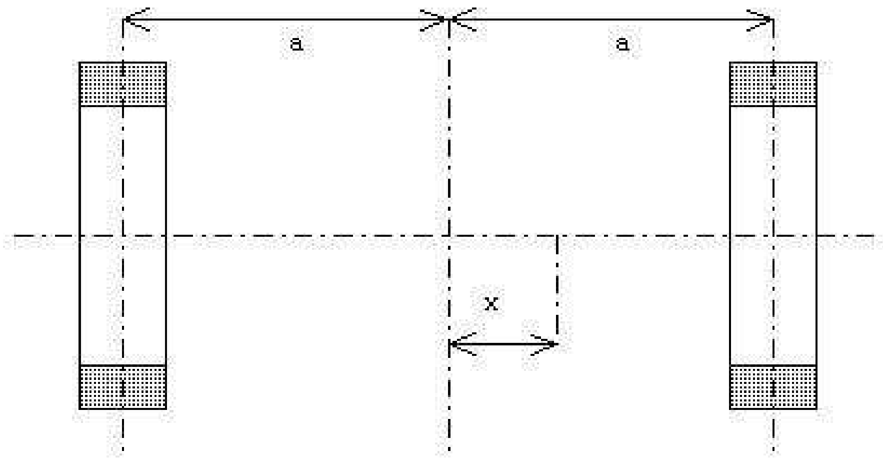
Pro intenzitu magnetického pole H na ose cívky s N závity ve vzdálenosti x od středu cívky platí vztah

$$H = \frac{NIR^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}, \tag{1}$$

kde I je proud procházející cívkou a R střední poloměr cívky. Z principu superpozice a rovnice (1) plyne pro dvě stejné cívky protékané stejným proudem I , umístěné na společné ose ve vzdálenosti $2a$, vztah pro intenzitu pole H na ose cívek ve vzdálenosti x od střední polohy mezi cívkami (viz Obr. 1)

$$H = \frac{NIR^2}{2} . \left\{ \frac{1}{[R^2 + (x + a)^2]^{\frac{3}{2}}} \pm \frac{1}{[R^2 + (x - a)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}. \tag{2}$$

Prochází-li proud cívkami v souhlasném směru, platí znaménko " + ", v případě opačného směru znaménko " − ".

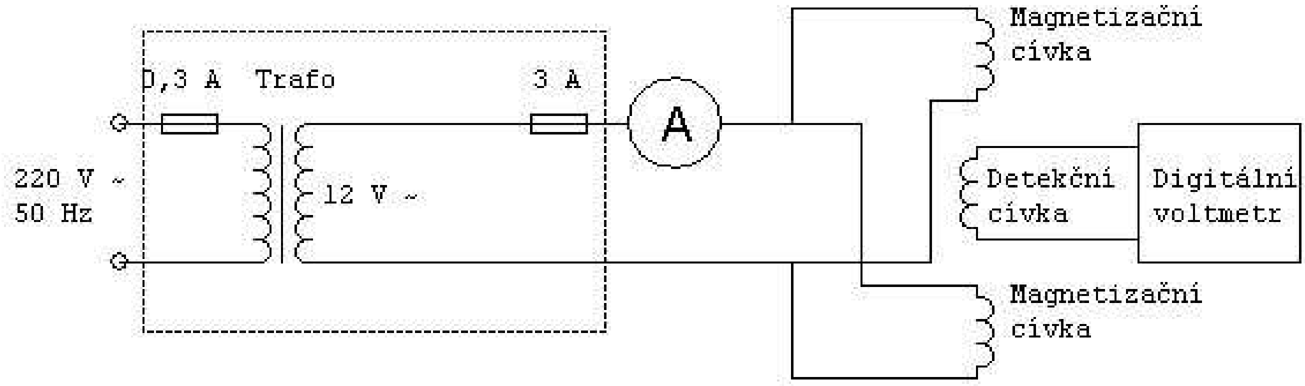


Obr 1.: Schématické znázornění polohy cívek na ose

Homogenity pole (vyvolaného proudem procházejícím cívkami souhlasným směrem) dosáhneme při tzv. Helmholtzově uspořádání, kdy je splněna podmínka $2a = R$. Mezi cívkami je v tomto případě intenzita pole (dle (2))

$$H = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{NI}{R}. \tag{3}$$

Při měření zaznamenáváme magnetické pole detekční cívkou. Schéma zapojení je na Obrázku 2.



Obr 2.: Schéma zapojení obvodu pro měření magnetického pole na ose dvou cívek

Mezi intenzitou magnetického pole H a napětím U indukovaným na detekční cívce platí vztah

$$H = kU = \frac{1}{\mu_0 \omega n S} U = \frac{1}{2\mu_0 \pi^2 f n r^2} U, \tag{4}$$

kde f je síťová frekvence, n počet závitů detekční cívky a r její poloměr.

Pro magnetickou intenzitu na ose solenoidu platí přibližně vztah

$$H = \frac{NI_s}{l_s}, \tag{5}$$

v němnž N je celkový počet závitů, l_s délka solenoidu a I_s protékající proud.

Při konečné délce solenoidu s více vrstvami vinutí je třeba použít vzorec

$$\begin{aligned} H(a) = \frac{NI_s}{2l_s(r_2 - r_1)} \Bigg\{ \left(\frac{l_s}{2} + a\right) \left[\ln\left(r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l_s}{2} + a\right)^2} \right) - \right. \\ - \left[\ln\left(r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l_s}{2} + a\right)^2} \right) \right] + \left(\frac{l_s}{2} - a\right). \\ . \left[\ln\left(r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l_s}{2} - a\right)^2} \right) - \left[\ln\left(r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l_s}{2} - a\right)^2} \right) \right] \right] \Bigg\}, \end{aligned} \tag{6}$$

přičemž a je vzdálenost od středu solenoidu, r_1 je vnitřní a r_2 vnější poloměr.

Všechny vztahy viz [1].

Měření

Při měření 1. - 3. úkolu používáme zapojení dle Obrázku 2. Magnetické pole zaznamenáváme pomocí detekční cívky, ve které se indukuje napětí U úměrné magnetické intenzitě. Z naměřeného napětí dle vzorce (4) vypočítáme magnetickou indukci H. Teoretickou hodnotu magnetické indukce určíme dle vztahu (2).

V úkolu 1. nastavíme pevnou polohu magnetizačních cívek a posouváme detekční cívkou po 1 cm na daném intervalu. V úkolu 2. měníme polohu magnetizačních cívek po 1 cm, tj. vzdalujeme každou cívku od detekční cívky postupně po 0,5 cm, a zaznamenáváme hodnoty detekovaného napětí. Při Helmholtzově zapojení cívek postupujeme jako v úkolu 1, ale musí být splněna podmínka daná pro Helmholtzovu konfiguraci (viz teoretický úvod).

Zda proud prochází magnetizačními cívkami v nesouhlasném či souhlasném směru poznáme dle průběhu intenzity magnetického pole mezi cívkami. Při zapojení cívek v nesouhlasném směru je intenzita uprostřed rovna nule.

Při zjišťování průběhu magnetického pole na ose solenoidu postupujeme obdobně jako v předchozích případech. Detekční cívkou pohybujeme po ose a zaznamenáváme detekované napětí. Hodnoty zpracováváme dle vzorce (4). Teoretická hodnota magnetické indukce je dána vztahem (6), který se v přiblížení pro nekonečně dlouhý solenoid redukuje na vztah (5).

Při měření jsem používala digitální voltmetr s přesností $\pm 0,8\%$ $ofrdg$ ± 3 $digits$. Třída přesnosti použitého ampermetru byla $0,2\%$.

Výslednou chybu intenzity magnetického pole H stanovíme dle standardní teorie chyb (viz [2]), přičemž vycházíme z přesnosti voltmetru a z relacicní chyby úhlové frekvence $\eta_\omega = 1\%$. Napětí U bylo ve všech případech měřeno na stejném rozsahu.

Chybu teoretické hodnoty intenzity magnetického pole považuji v dobrém přiblížení za zanedbatelnou.

Veličiny vyskytující se ve vzorcích udává tabulka 1.

veličina	*hodnota*	
μ_0	$1,257.10^{-6}\ Hm^{-1}$	viz [3]
počet závitů detekční cívky n	1000 *závitů*	viz [1]
poloměr detekční cívky r	$12,8\ mm$	viz [1]
počet závitů magnetizační cívky N	100 *závitů*	viz [1]
síťová frekvence f	$50\ Hz$	viz [1]
poloměr detekční cívky solenoidu r_s	$6\ mm$	zadáno
počet závitů detekční cívky solenoidu n_s	200 *závitů*	zadáno
počet závitů solenoidu N_s	4204 *závitů*	zadáno
délka solenoidu l_s	$400\ mm$	zadáno
vnější poloměr solenoidu r_2	$140\ mm$	zadáno
vnitřní poloměr solenoidu r_1	$80\ mm$	zadáno
proud protékající cívkou I	$1,5\ A$	změřeno
proud protékající solenoidem I_s	$385\ mA$	změřeno

Tabulka 1.: Hodnoty potřebné při výpočtech

Výsledky Úkolu 1 jsou v Tabulkách 2 - 4. Grafické zpracování viz Graf 1 a 2. Plnou čarou jsou vyneseny teoretické závislosti.

Výsledná závislost intenzity magnetického pole Úkolu 2 je zanesena do Tabulky 5 a znázorněna v Grafu 3.

Z naměřených hodnot lze experimentálně zjistit konstantu úměrnosti k mezi intenzitou H_t a detekovaným napětím U. Konstantu k určíme lineární regresí pomocí programu Gnuplot

$$k_{\mathrm{n}} = (5020 \pm 40)\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Vm}}$$

Teoretická hodnota je dána dle vztahu (4)

$$k_{\mathrm{t}} = (4920 \pm 50)\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Vm}}$$

Měření v Helmholtzově poloze cívek udává tabulka 6 a graf 4.

Výsledky měření intenzity magnetického pole solenoidu udává tabulka 7 a graf 9.

Tabulky s výsledky a Grafy jsou uvedeny na konci dokumentu.

Diskuze

Pokud se podíváme na grafy 1 - 7, můžeme konstatovat, že v rámci přesnosti měření jsme dosáhli shody naměřených hodnot intenzity magnetického pole s teoretickými. Rozdíly teoretických a experimentálně zjištěných hodnot mohly být způsobeny přítomností detekční cívky, jež taktéž pole ovlivňovala.

V případě Helmholtzově poloze cívek jsou teoretické hodnoty zhruba o 7% vyšší než hodnoty změřené, avšak z grafu je patrná homogenita pole. Konstantu úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívce jsem stanovila jak experimentálně, tak teoteticky

$$k_{\mathrm{n}} = (5020 \pm 40)\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Vm}}$$

$$k_{\mathrm{t}} = (4920 \pm 50)\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{Vm}}$$

Změřená a teoretická hodnota konstanty k je v rámci přesnosti měření shodná.

Magnetické pole na ose solenoidu je znázorněno v Grafu 9. Je zřejmé, že uprostřed je oblast odpovídající téměr homogennímu poli, zatímco na okrajích intenzita H poměrně rychle klesá. Z grafu je také patrná neshoda experimentálních výsledků s teoretickými výpočty.

Závěr

Změřila jsem průběh intenzity magnetického pole na ose souosých kruhových magnetizačních cívek a to v zapojení s nesouhlasným a souhlasným směrem proudu při různých vzdálenostech cívek. Výsledky viz Grafy 1-7. Z grafů je patrné, že naměřené hodnoty se v rámci přesnosti měření ve většině případů dobře shodují s hodnotami teoretickými.

Průběh magnetického pole na ose cívek v Helmholtzově zapojení se souhlasným směrem proudu je v rámci přesnosti měření homogenní, což je patrné z Grafu 8.

Průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu je zanesen do Grafu 9. Je zřejmé, že uprostřed je oblast odpovídající téměr homogennímu poli.

Literatura

[1] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II., SPN
[2] J. Englich: Zpracování výsledků fyzikálních měření, Praha 2000
[3] J. Brož a kol.: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980

	Nesouhlasné zapojení				Souhlasné zapojení			
$\frac{x}{\text{cm}}$	$\frac{U_\text{n}}{\text{mV}}$	$\frac{H_\text{n}}{\text{A/m}}$	$\frac{\sigma_\text{H}}{\text{A/m}}$	$\frac{H_\text{t}}{\text{A/m}}$	$\frac{U_\text{s}}{\text{mV}}$	$\frac{H_\text{s}}{\text{A/m}}$	$\frac{\sigma_\text{H}}{\text{A/m}}$	$\frac{H_\text{t}}{\text{A/m}}$
-3	66	325	21	328	191	940	32	951
-2	47	231	19	227	190	935	32	945
-1	25	123	17	116	189	930	32	940
0	4	20	15	0	188	925	31	937
1	23	113	17	116	188	925	31	940
2	44	217	19	227	189	930	32	945
2,9	63	310	20	318	190	935	32	951

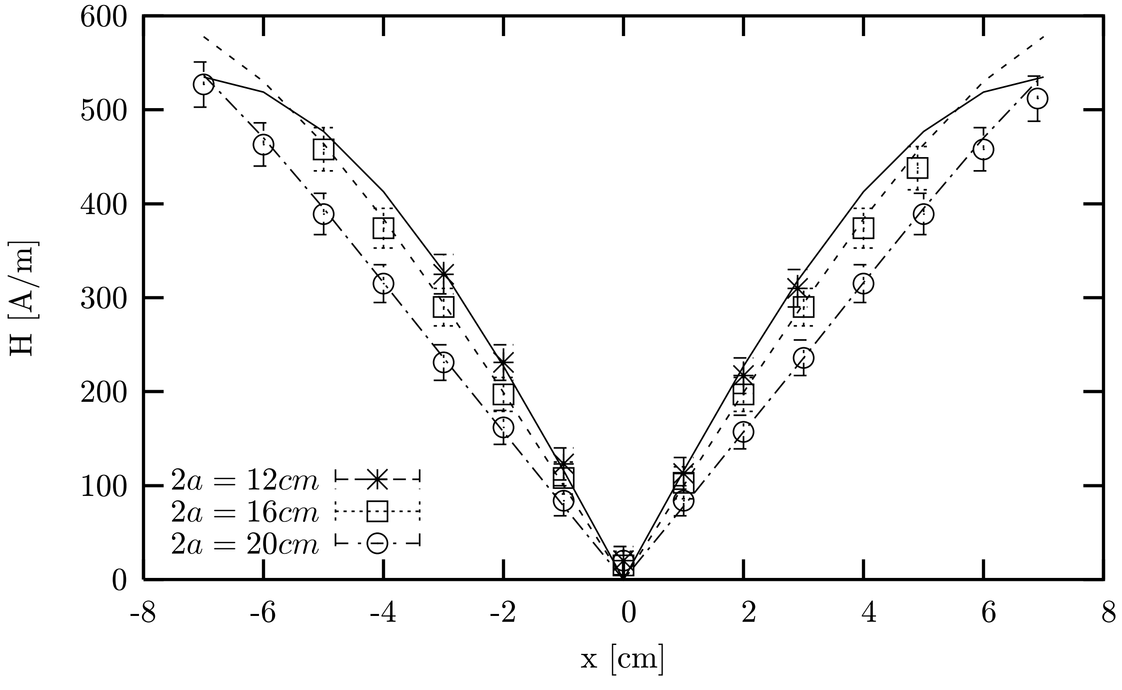
Tabulka 2.: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek při vzdálenosti 12 cm

	Nesouhlasné zapojení				Souhlasné zapojení			
$\frac{x}{\text{cm}}$	$\frac{U_\text{n}}{\text{mV}}$	$\frac{H_\text{n}}{\text{A/m}}$	$\frac{\sigma_\text{H}}{\text{A/m}}$	$\frac{H_\text{t}}{\text{A/m}}$	$\frac{U_\text{s}}{\text{mV}}$	$\frac{H_\text{s}}{\text{A/m}}$	$\frac{\sigma_\text{H}}{\text{A/m}}$	$\frac{H_\text{t}}{\text{A/m}}$
-5	93	458	23	464	165	812	29	815
-4	76	374	21	384	159	782	29	789
-3	59	290	20	294	154	758	28	762
-2	40	197	18	199	149	733	28	739
-1	22	108	17	100	146	718	28	724
0	3	15	15	0	145	714	28	718
1	21	103	17	100	147	723	28	724
2	40	197	18	199	149	733	28	739
3	59	290	20	294	153	753	28	762
4	76	374	21	384	158	778	29	789
4,9	89	438	23	456	162	797	29	813

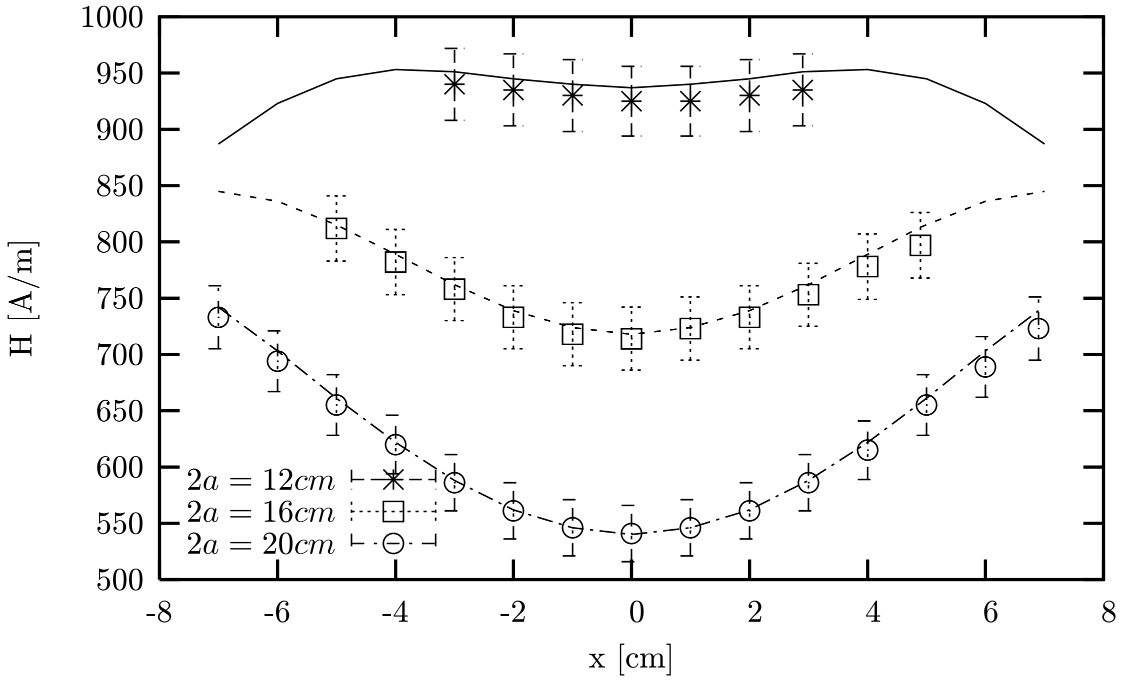
Tabulka 3.: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek při vzdálenosti 16 cm

	Nesouhlasné zapojení				Souhlasné zapojení			
$\frac{x}{\mathrm{cm}}$	$\frac{U_\mathrm{n}}{\mathrm{mV}}$	$\frac{H_\mathrm{n}}{\mathrm{A/m}}$	$\frac{\sigma_\mathrm{H}}{\mathrm{A/m}}$	$\frac{H_\mathrm{t}}{\mathrm{A/m}}$	$\frac{U_\mathrm{s}}{\mathrm{mV}}$	$\frac{H_\mathrm{s}}{\mathrm{A/m}}$	$\frac{\sigma_\mathrm{H}}{\mathrm{A/m}}$	$\frac{H_\mathrm{t}}{\mathrm{A/m}}$
-7	107	527	24	537	149	733	28	742
-6	94	463	23	470	141	694	27	703
-5	79	389	22	395	133	655	27	661
-4	64	315	20	316	126	620	26	622
-3	47	231	19	236	119	586	25	588
-2	33	162	18	157	114	561	25	562
-1	17	84	16	78	111	546	25	546
0	4	20	15	0	110	541	25	540
1	17	84	16	78	111	546	25	546
2	32	157	18	157	114	561	25	562
3	48	236	19	236	119	586	25	588
4	64	315	20	316	125	615	26	622
5	79	389	22	395	133	655	27	661
6	93	458	23	470	140	689	27	703
6,9	104	512	24	531	147	723	28	739

Tabulka 4.: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek při vzdálenosti 20 cm



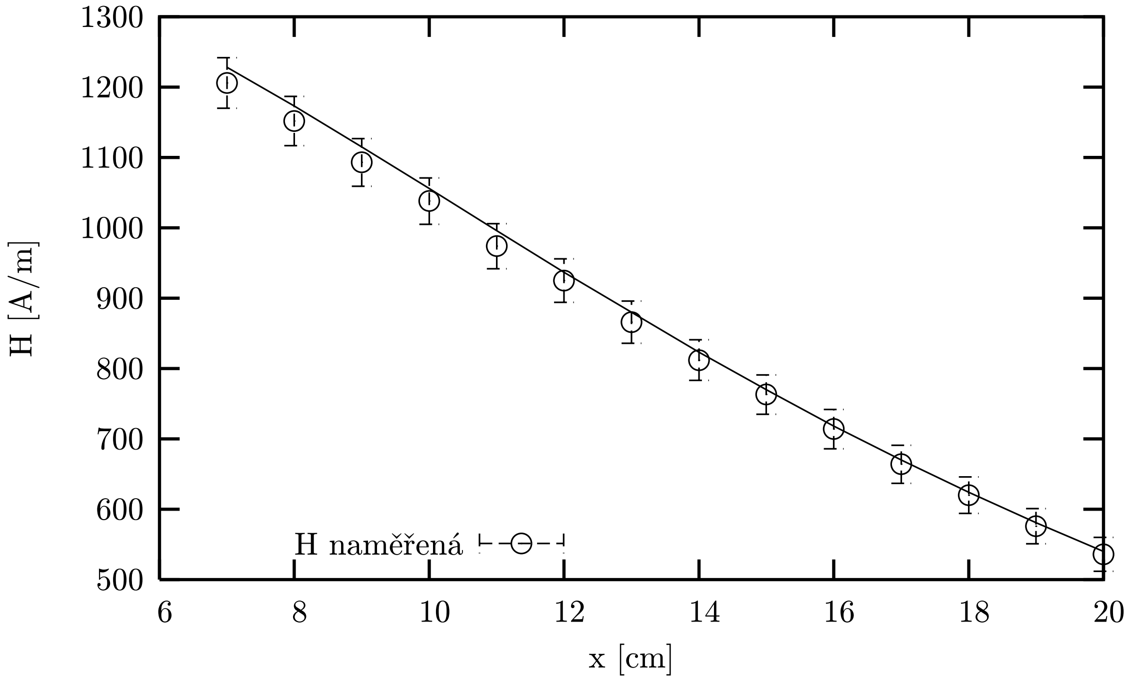
Graf 1.: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek v zapojení s nesouhlasným směrem proudu.



Graf 2.: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek v zapojení s nesouhlasným směrem proudu.

$\frac{2a}{\text{cm}}$	$\frac{U}{\text{mV}}$	$\frac{H}{\text{A/m}}$	$\frac{\sigma_\text{H}}{\text{A/m}}$	$\frac{H_\text{t}}{\text{A/m}}$
7	245	1206	36	1228
8	234	1152	35	1173
9	222	1093	34	1115
10	211	1038	33	1056
11	198	974	32	996
12	188	925	31	937
13	176	866	30	880
14	165	812	29	823
15	155	763	28	770
16	145	714	28	718
17	135	664	27	670
18	126	620	26	624
19	117	576	25	581
20	109	536	24	540

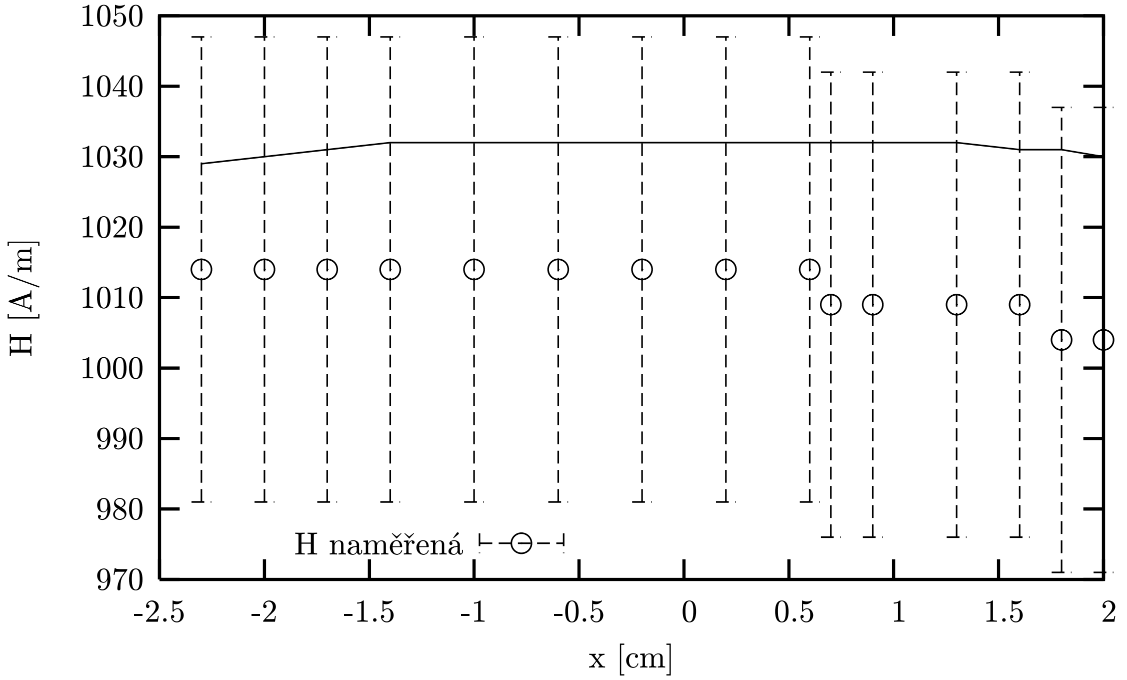
Tabulka 5.: Intenzita magnetického pole uprostřed mezi cívkami při proměnné vzájemné vzdálenosti



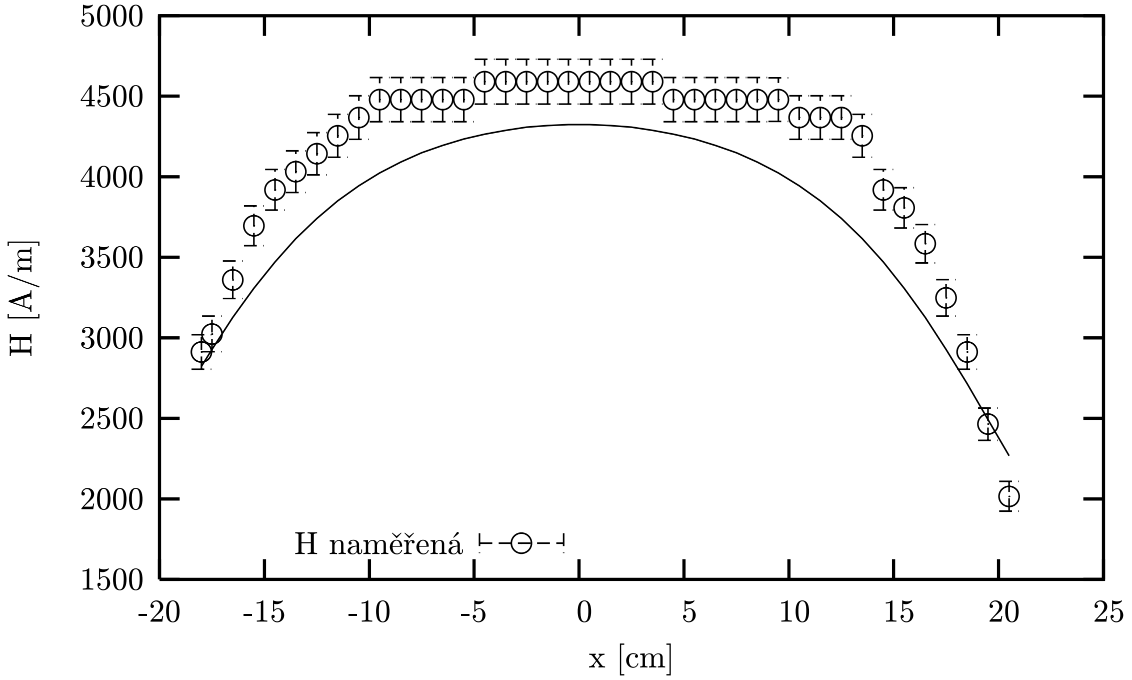
Graf 3.: Intenzita magnetického pole ve středu mezi cívkami při proměnné vzdálenosti cívek.

x / cm	U / mV	H / A/m	σ_{H} / A/m	H_{t} / A/m
-2,3	206	1014	33	1029
-2,0	206	1014	33	1030
-1,7	206	1014	33	1031
-1,4	206	1014	33	1032
-1,0	206	1014	33	1032
-0,6	206	1014	33	1032
-0,2	206	1014	33	1032
0,2	206	1014	33	1032
0,6	206	1014	33	1032
0,7	205	1009	33	1032
0,9	205	1009	33	1032
1,3	205	1009	33	1031
1,6	205	1009	33	1031
1,8	204	1004	33	1031

Tabulka 6.: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek při Helmholtzově konfiguraci



Graf 4.: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek v Helmholtzově zapojení.



Graf 5.: Průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu.

$\frac{x}{\text{cm}}$	$\frac{U}{\text{mV}}$	$\frac{H}{\text{A/m}}$	$\frac{\sigma_{\text{H}}}{\text{A/m}}$	$\frac{H_{\text{t}}}{\text{A/m}}$
-18	18	2016	92	2823
-17,5	22	2464	100	2928
-16,5	26	2912	108	3127
-15,5	29	3248	114	3308
-14,5	32	3584	120	3471
-13,5	34	3807	125	3615
-12,5	35	3919	127	3741
-11,5	38	4255	133	3850
-10,5	39	4367	135	3944
-9,5	39	4367	135	4023
-8,5	39	4367	135	4091
-7,5	40	4479	137	4148
-6,5	40	4479	137	4195
-5,5	40	4479	137	4234
-4,5	40	4479	137	4265
-3,5	40	4479	137	4289
-2,5	40	4479	137	4307
-1,5	41	4591	139	4318
0	41	4591	139	4324
0,5	41	4591	139	4324
1,5	41	4591	139	4318
2,5	41	4591	139	4307
3,5	41	4591	139	4289
4,5	41	4591	139	4265
5,5	41	4591	139	4234
6,5	41	4591	139	4195
7,5	40	4479	137	4148
8,5	40	4479	137	4091
9,5	40	4479	137	4023
10,5	40	4479	137	3944
11,5	40	4479	137	3850
12,5	39	4367	135	3741
13,5	38	4255	133	3615
14,5	37	4143	131	3471
15,5	36	4031	129	3308
16,5	35	3919	127	3127
17,5	33	3695	123	2928
18,5	30	3360	116	2715
19,5	27	3024	110	2493
20,5	26	2912	108	2267

Tabulka 7.: Průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu