Úloha 10 Štěpán Roučka

Měření elektrické vodivosti a Hallovy konstanty polovodiče

Pracovní úkol

1. Změřte závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukci.
2. Zjistěte závislost Hallova napětí na magnetické indukci při konstantním proudu vzorkem.
3. Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku.
4. Vypočtěte pohyblivost a koncentraci nositelů náboje.

Teorie

Měrnou vodivostí charakterizujeme shopnost látky vést elektrický proud a značíme ji σ. Dle Ohmova zákona platí

$$i = \sigma E \tag{1}$$

kde i je proudová hustota a E je intenzita elektrického pole. Proudovou hustotu v polovodiči lze vyjádřit jako součet proudových hustot elektronů a děr

$$i = -en \langle v_n \rangle + ep \langle v_p \rangle \tag{2}$$

kde e je elementární náboj, n je koncentrace elektronů, p je koncentrace děr a $\langle v_n \rangle$ resp. $\langle v_p \rangle$ jsou střední rychlosti elektronů resp. děr. Dle ohmova zákona musí být střední rychlosti nosičů náboje přímo úměrné intenzitě elektrického pole:

$$\langle v_n \rangle = -\mu_n E \ ; \ \ \langle v_p \rangle = \mu_p E \tag{3}$$

Srovnáním předchozích rovnic dostáváme vztah pro vodivost

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \tag{4}$$

Pro určení koncentrace i vodivosti ovšem potřebujeme ještě další lineárně nezávislou rovnici a tu lze získat měřením Hallova napětí.

Hallovo napětí vzniká v důsledku Lorentzovy síly působící na náboje pohybující se v magnetickém poli. Pro proudovou hustotu uvnitř vzorku tvaru kvádru popsaného v [1] na str. 70 platí

$$i = \frac{I}{d\,t} \tag{5}$$

Pokud kvádr protékaný proudem umístíme do magnetického pole kolmého na směr proudu, začnou se nositelé náboje působením Lorentzovy síly hromadit u jednoho okraje vzorku. Tím vznikne elektrické pole E_y kolmé na magnetické pole a na směr proudu. Stacionární stav nastane pokud síly od magnetického a elektrického pole kolmé na směr proudu budou v rovnováze, tedy

$$eE_y = e \langle v_n \rangle B \tag{6}$$

Za střední rychlost $\langle v_n \rangle$ dosadím ze vztahu (3) za předpokladu, že E_x je intenzita rovnoběžná s proudem.

$$E_y = \mu_n E_x B \tag{7}$$

Zkoumaný polovodič je typu n a proto předpokládám, že koncentrace děr $p = 0$. Z výše uvedeného předpokladu a vztahu (4) plyne: $\sigma = en\mu_n$. Užitím Coulombova zákona ve tvaru $i = \sigma E_x$ potom dostávám vztah pro Hallovo napětí U_H kolmé na proud a na magnetické pole.

$$U_H = E_y d = \frac{IB}{e\,n\,t} \tag{8}$$

Z výše uvedeného vztahu lze vyjádřit koncentraci náboje. Protože jsme v tomto odvození neuvažovali interakci elektronů s materiálem, došlo k jistému zanedbání. Toto zanedbání koriguje takzvaný Hallův rozptylový faktor r_H v následujícím vzorci

$$U_H = r_H \frac{I\,B}{e\,n\,t} = R_H \frac{I\,B}{t} \tag{9}$$

kde R_H je Hallova konstanta a je rovna

$$R_H = \frac{r_H}{e\,n} \tag{10}$$

Protože rozptylový faktor Germania není uveden v [1] ani v [2], používám ve výpočtech hodnotu platnou pro indiumantimonid uvedenou v [1].

$$r_H = \frac{3\pi}{8}$$

Hallovskou pohyblivost μ lze ze znalosti Hallovy konstanty a měrné vodivosti vypočíst následovně

$$\mu = R_H \sigma \tag{11}$$

Měření

Při měření jsem používal vzorek z Germania typu n. Jeho rozměry byly zadané a jsou:

$$l = (6.0 \pm 0.1)\text{mm}$$

$$d = (3.4 \pm 0.1)\text{mm}$$

$$t = (0.7 \pm 0.1)\text{mm}$$

Závislost magnetického pole B uvnitř cívky na proudu I procházejícím cívkou byla taktéž zadaná a je následující

$$B = 0.098 \cdot I \tag{12}$$

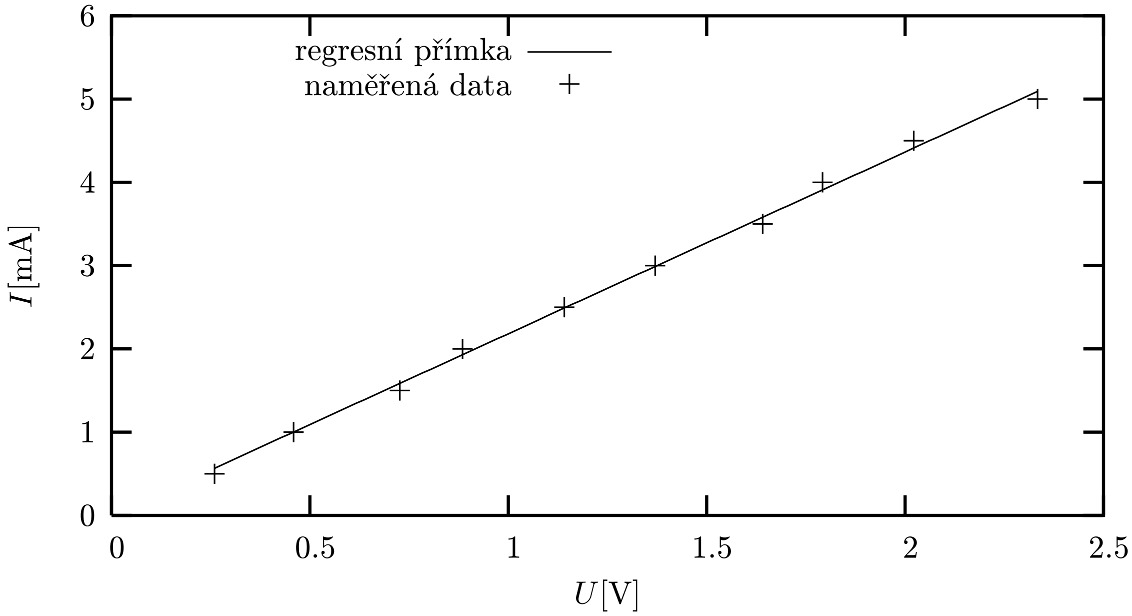
Třída přesnosti voltmetru je 0.5 a třída přesnosti ampérmetru je rovna 1. Již jsem uvedl, že vzorek je zapojen podle obr. 1 v [1] na str. 70. Nejdříve jsem změřil vodivost vzorku. Zdroj proudu a ampérmetr jsem zapojil na kotakty 1,2 a voltmetr jsem zapojil na

I[mA]	U[V]
5.00	2.334
4.50	2.022
4.00	1.792
3.50	1.641
3.00	1.370
2.50	1.141
2.00	0.885
1.50	0.727
1.00	0.459
0.50	0.260

Tabulka 1.: Vodivost vzorku

kontakty 3,4, abych eliminoval přechodové odpory. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 1 a zaneseny do grafu 1.

Graf 1.: Měření vodivosti vzorku



Napětí na vzorku je vázáno s procházejícím proudem Ohmovým zákonem $U = IR$. Lineární regresí jsem zjistil odpor vzorku

$$R = (0.458 \pm 0.010)\,\Omega$$

Uvedenou chybu jsem získal sečtením chyby regrese a chyby přístrojů odhadnuté na 2%. Z odporu jsem následovně vypočetl vodivost užitím vztahu

$$\sigma = \frac{l}{t\,d\,R} \tag{13}$$

Výsledkem je

$$\sigma = (5.5 \pm 0.8)\,\Omega^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-1}$$

Poměrně velká chyba tohoto výsledku vznikla započítáním chyby rozměrů vzorku.

Poté jsem měřil Hallovo napětí. Obvod jsem sestavil podle pokynů v [1]. Pro každou velikost magnetické indukce jsem měřil Hallovo napětí na kontaktech 5,6 při obou možných polaritách magnetického pole. Polovina rozdílu takto naměřených hodnot potom představuje skutečné Hallovo napětí.

$$|U_H| = \frac{|U_1 - U_2|}{2} \tag{14}$$

Takto se eliminuje ohmické napětí, které lze na těchto elektrodách naměřit ve velikostech srovnatelných s Hallovým napětím. Ohmické napětí zde vzniká nepřesným naletováním elektrod. Naměřené hodnoty napětí pro proud procházející vzorkem $I_v = (5.00 \pm 0.06)\,\mathrm{mA}$ a pro různé proudy procházející cívkou jsem zapsal do tabulky 2. U_1 a U_2 značí napětí na kontaktech 5,6 při opačných polaritách magnetického pole.

I[A]	U_1[mV]	U_2[mV]
4.00	-48.2	280.7
3.50	-29.5	261.2
3.00	-12.5	239.6
2.50	9.0	219.6
2.00	27.7	196.5
1.50	50.1	176.5
1.00	69.2	152.5
0.50	91.3	133.0

Tabulka 2.: Měření Hallova napětí pro proud procházející vzorkem $I_v = 5\,\mathrm{mA}$

obdobná data, ovšem pro proud procházející vzorkem $I_v = (2.50 \pm 0.06)\,\mathrm{mA}$ jsem zapsal do tabulky 3.

I[A]	U_1[mV]	U_2[mV]
4.00	-23.0	145.9
3.50	-14.4	135.7
3.00	-4.1	126.2
2.50	5.3	114.1
2.00	16.7	104.1
1.50	26.5	91.9
1.00	38.3	81.4
0.50	48.4	69.5

Tabulka 3.: Měření Hallova napětí pro proud procházející vzorkem $I_v = 2.5\,\mathrm{mA}$

Konečně do tabulky 4 jsem zapsal Hallovo napětí $U_H(2.5)$ pro proud $I_v = 2.5\,\mathrm{mA}$ a $U_H(5)$ pro proud $I_v = 5\,\mathrm{mA}$ vypočítané ze vztahu (13) v závislosti na magnetické indukci vypočítané užitím vztahu (12).

Na naměřenou závislost v tabulce 4 jsem aplikoval lineární regresi. Srovnáním výsledků regrese se vztahem (9) jsem vypočetl Hallovu konstantu

$$R_H(5) = (6.0 \pm 0.9) \cdot 10^{-2} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

B[T]	$U_H(5)$[mV]	$U_H(2.5)$[mV]
0.39	164.45	84.45
0.34	145.35	75.05
0.29	126.05	65.15
0.25	105.3	54.4
0.20	84.4	43.7
0.15	63.2	32.7
0.10	41.65	21.55
0.05	20.85	10.55

Tabulka 4.: Hallovo napětí v závislosti na magnetické indukci

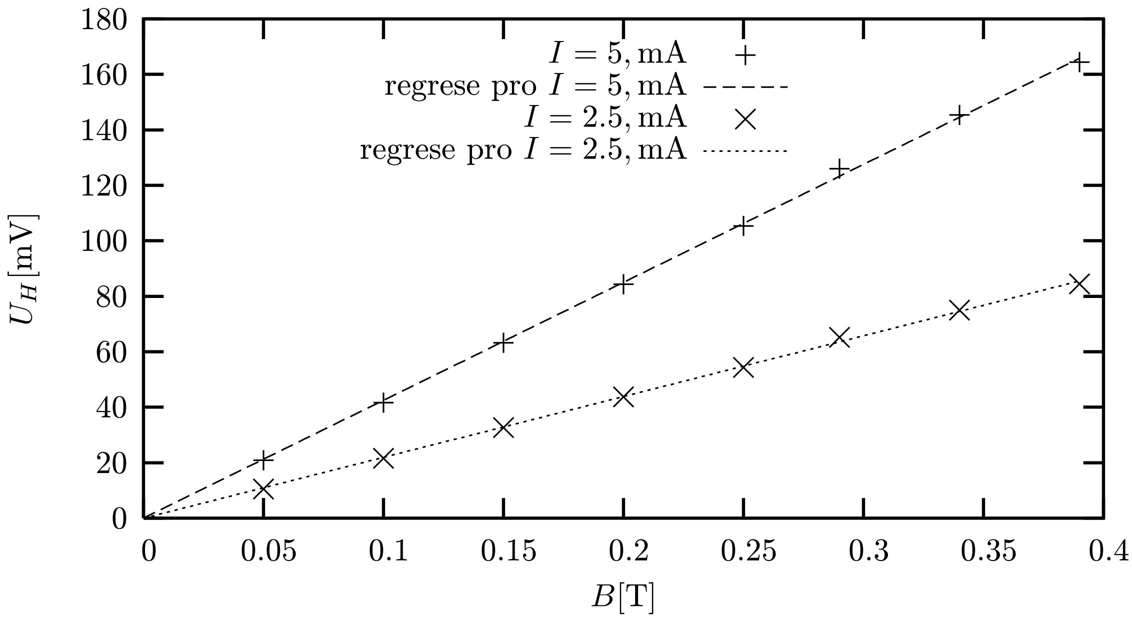
$$R_H(2.5) = (6.1 \pm 0.9) \cdot 10^{-2} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Chybu jsem určil sečtením chyb regrese, zadaných rozměrů a odhadnuté chyby měření 2% v kvadrátech. Výsledky se pro oba použité proudy vzorkem v rámci chyby shodují. Výslednou Hallovu konstantu jsem určil jako jejich střední hodnotu.

$$R_H = (6.0 \pm 0.9) \cdot 10^{-2} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Naměřená data z tabulky 4 a odpovídající regresní křivky jsem zanesl do grafu 2.

Graf 2.: Měření Hallova napětí



Dále jsem ze vztahu (10) vyjádřil koncentraci nositelů náboje n, přičemž za r_H jsem dosadil hodnotu $3\pi/8$ platnou pro indiumantimonid

$$n_1 = (1.22 \pm 0.17) \cdot 10^{20} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Pokud bych rozptylový faktor zanedbal, byla by koncentrace

$$n_2 = (1.03 \pm 0.14) \cdot 10^{20} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Nakonec jsem ze vztahu (11) vypočetl Hallovskou pohyblivost

$$\mu = (0.33 \pm 0.01)\,\Omega^{-1} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}^3$$

Chyby Hallovy konstanty i měrné vodivosti jsou sice postatně větší než uvedená chyba Hallovské pohyblivosti. To je proto, že Hallova konstanta je přímo úměrná chybou velmi zatížené veličině t a vodivost je jí naopak nepřímo úměrná. Pokud tedy do vztahu (11) dosadím ze vztahů (9) a (13), tak se rozměr t vykrátí a tím pádem se zmenší chyba výsledku.

Diskuze

Z grafů je vidět, že jsem v rámci své přesnosti potvrdil lineární závislosti veličin ve vztazích (1) a (9). Problematické bylo určení koncentrace nositelů náboje, neboť neznám rozptylový faktor germania. Osobně se ovšem přikláním spíše k hodnotě n_1 vypočítané s užitím rozptylového faktoru indiumantimonidu. Předpokládám totiž, že materiálové vlastnosti germania budou bližší jinému polovodiči typu n, než ideálnímu materiálu bez interakce s elektrony.

Výsledná koncentrace řádově odpovídá poměru příměsí $1 : 10^7$, což je, myslím, hodnota u polovodičů běžně používaná.

Výsledky by bylo možné výrazně zpřesnit pouze přesnějším změřením vzorku. Chyba jeho tloušťky je totiž 14%. Je však možné, že rozměry upřesnit nelze například v důsledku nepravidelných rozměrů, či kvůli vlivu připojených kontaktů, které jistě také mění jeho vlastnosti.

Závěr

Úspěšně jsem naměřil závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí a závislost Hallova napětí na magnetické indukci. Výsledky měření je možno zhlédnout v grafickém zpracování na grafech 1 a 2. Z naměřených hodnot jsem vypočetl měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku a pohyblivost a koncentraci nositelů náboje.

Literatura

[1] Bakule, R., Šternberk, J.: Fyzikální praktikum II. SPN Praha

[2] Mikulčák, J., Klimeš, B., Široký, J., Šůla, V., Zemánek, F.: Matematické fyzikální a chemické tabulky. Prometheus, Praha 1997.