Pracovní úkol

1. Změřte závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukci.
2. Zjistěte závislost Hallova napětí na magnetické indukci při konstantním proudu vzorkem.
3. Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku.
4. Vypočtěte pohyblivost a koncentraci nositelů náboje.

Teorie

Měrnou elektrickou vodivostí σ charakterizujeme schopnost látky vést elektrický proud. Dle Ohmova zákona vyjádřeném v diferenciálním tvaru platí

$$i = \sigma E, \tag{1}$$

kde i je proudová hustota a E intenzita elektrického pole. Proudovou hustotu v polovodiči lze vyjádřit jako součet proudových hustot elektronů a děr.

$$i = -en \langle v_n \rangle + ep \langle v_p \rangle, \tag{2}$$

kde e je hodnota elementárního náboje, n koncentrace elektronů, p koncentrace děr a $\langle v_n \rangle$, resp. $\langle v_p \rangle$ střední rychlosti elektronů, resp. děr. Má-li platit Ohmův zákon, musí být střední rychlosti $\langle v_n \rangle$ a $\langle v_p \rangle$ přímo úměrné intenzitě pole E. Konstanty úměrnosti nazýváme pohyblivosti μ_n μ_p. Platí tedy

$$\langle v_n \rangle = -\mu_n E \; ; \;\; \langle v_p \rangle = \mu_p E. \tag{3}$$

Náš vzorek je polovodič typu n, proto předpokládáme pouze elektronový proud, tj. $p = 0$.

Pokud srovnáme předchozí vztahy, dostáváme pro vodivost

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \tag{4}$$

Abychom zjistili koncentraci nositelů a jejich pohyblivost, potřebujeme další nezávislou veličinu, tj. změříme Hallovu konstantu.

Hallovo napětí vzniká v důsledku působení Lorentzovy síly na náboje pohybující se v magnetickém poli. Mějme vzorek s kontakty tvaru kvádru (viz obrázek 1 str 70 v [1]). Pro proudovou hustotu uvnitř vzorku platí

$$i = \frac{I}{d\,t} \tag{5}$$

Pokud kvádr protékaný proudem umístíme do magnetického pole kolmého na směr proudu, bude Lorentzova síla přitahovat elektrony ke kraji vzorku. Tak vznikne elektrické pole E_y kolmé na směr proudu. Ke stacionárnímu stavu dojde, jsou-li síly od pole magnetického a elektrického v rovnováze, tedy platí

$$eE_y = e \langle v_n \rangle B \tag{6}$$

S využitím vztahů (1), (3), (4), (6) a za předpokladu, že platí

$$E_y = \mu_n E_x B \tag{7}$$

, dostáváme pro Hallovo napětí výraz

$$U_H = E_y d = \frac{IB}{e\,n\,t} \tag{8}$$

Při odvození vztahu (8) jsme uvažovali, že elektrony jsou zcela volné, tedy s ničím neinteragují. Tím jsme se dopustili jistého zanedbání, které lze korigovat zavedením tzv. Hallova rozptylového faktoru r_H. Pro Hallovo napětí potom platí

$$U_H = r_H \frac{I\,B}{e\,n\,t} = R_H \frac{I\,B}{t}, \tag{9}$$

kde R_H je Hallova konstanta definovaná vztahem

$$R_H = \frac{r_H}{e\,n} \tag{10}$$

Ze znalosti Hallovy konstanty a měrné vodivosti lze určit hallovskou pohyblivost ze vztahu

$$\mu = R_H \sigma \tag{11}$$

Všechny vztahy viz [1].

Měření

Při měření jsem používala vzorek z Germania typu n. Rozměry vzorku byly zadány

$$l = (6.0 \pm 0.1)\mathrm{mm}$$

$$d = (3.4 \pm 0.1)\mathrm{mm}$$

$$t = (0.7 \pm 0.1)\mathrm{mm}$$

Nejprve jsem změřila vodivost vzorku, a to podle zapojení na obrázku 2 str. 71 v [1]. Zdroj proudu a ampermetr jsem připojila na kontakty 1, 2, voltmetr byl připojen na kontaktech 3, 4. Při měření jsem použila ampermetr s třídou přesnosti 1. Třída přesnosti voltmetru byla 0.5. Naměřené hodnoty jsou udány v Tabulce 1. Grafické zpracování viz Graf 1. Grafy jsou přiloženy na konec dokumentu.

Vodivost jsem určila ze vztahu

$$\sigma = \frac{l}{t\,d}\frac{I}{U} = \frac{l}{t\,d\,R}, \tag{13}$$

kde odpor vzorku zjistíme lineární regresí z Grafu 1

$$R = (469 \pm 9)\,\Omega$$

Chyba je dána chybou regrese a chybou přístrojů.

I[mA]	U[V]
0.1	0.023
0.2	0.099
0.3	0.155
0.4	0.164
0.5	0.246
0.6	0.283
0.7	0.306
0.8	0.386
0.9	0.447
1.0	0.480
1.1	0.494
1.2	0.584
1.3	0.589
1.4	0.664
1.5	0.728
1.6	0.732
1.7	0.789
1.8	0.832
1.9	0.898
2.0	0.931
2.1	0.993
2.2	1.038
2.3	1.109
2.4	1.164
2.8	1.272
3.0	1.388
3.5	1.673
4.0	1.829
4.5	2.126
5.0	2.334

Tabulka 1.: Vodivost vzorku

Vodivost vzorku tedy je

$$\sigma = (5.4 \pm 0.8)\,\Omega^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-1}$$

Chybu jsem určila dle standardní teorie šíření chyb. Podrobněji viz [2].

Poté jsem změřila Hallovo napětí. Schéma zapojení pro měření najde čtenář v [1], str. 72 Obrázek 3. Pro různé hodnoty magnetické indukce jsem měřila milivoltmetrem napětí na kontaktech 5, 6 při obou možných polaritách magnetického pole.

Elektrody nebyly naletovány symetricky, což vedlo ke vzniku Ohmického napětí. Proto správnou hodnotu Hallova napětí stanovíme po odečtení tohoto ohmického napětí jako polovinu rozdílu naměřených hodnot napětí

$$|U_H| = \frac{|U_1 - U_2|}{2} \tag{14}$$

Výsledky měření pro proud procházející vzorkem $I_v = (2.00 \pm 0.6)\,\mathrm{mA}$ jsou udány v tabulce 2, kde I je proud procházející cívkou a U_1, U_2 jsou napětí na kontaktech 5,6 při opačných polaritách magnetického pole.

Vztah pro proud I procházející cívkami a magnetickou indukcí B byl zadán a platí pro něj

$$B = 0.098 \cdot I \tag{15}$$

Obdobně jsem zpracovala i data pro proud procházející vzorkem $I_v = (5.00 \pm 0.6)\,\mathrm{mA}$. Výsledky udává Tabulka 3. Grafické zpracování pro oba proudy je vyneseno v Grafu 2, který je přiložen na konci dokumentu.

I[A]	U_1[mV]	U_2[mV]	U_H[mV]	B[T]
0.5	-47.0	-67.1	10.0	0.05
1.0	-38.0	-76.5	19.3	0.10
1.5	-29.2	-86.0	28.4	0.15
2.0	-20.1	-95.4	37.6	0.20
2.5	-11.2	-104.5	46.6	0.25
3.0	-3.1	-113.3	55.1	0.29
3.5	5.2	-121.8	63.5	0.34
4.0	12.9	-130.0	71.4	0.39

Tabulka 2.: Měření Hallova napětí pro proud procházející vzorkem $I_v = 2\,\mathrm{mA}$

I[A]	U_1[mV]	U_2[mV]	U_H[mV]	B[T]
0.5	-108.5	-155. 2	23.4	0.05
1.0	-88.6	-174.3	42.9	0.10
1.5	-68.6	-193.1	62.3	0.15
2.0	-49.3	-213.1	81.9	0.20
2.5	-31.2	-232.1	100.5	0.25
3.0	-14.1	-250.6	118.3	0.29
3.5	2.2	-269.6	135.9	0.34
4.0	18.0	-288.3	153.1	0.39

Tabulka 3.: Měření Hallova napětí pro proud procházející vzorkem $I_v = 5\,\mathrm{mA}$

Hallovu konstantu R_H určíme porovnáním vztahu (9) s předpisem přímky určené lineární regresí v Grafu 2. Takto dostaneme pro každý proud Hallovu konstantu

$$R_H(2.5) = (5.3 \pm 1.1) \cdot 10^{-2} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

$$R_H(5) = (5.6 \pm 1.0) \cdot 10^{-2} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Vidíme, že v rámci přesnosti měření se obě hodnoty shodují. Výslednou Hallovu konstantu určím jako jejich střední hodnotu.

$$R_H = (5.5 \pm 1.1) \cdot 10^{-2} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Chyba měření je určena na základě chyb regrese, rozměru vzorku a chyby ampermetru, jehož třída přesnosti byla 1.

Koncentraci nositelů náboje n určíme ze vztahu (10). Protože rozptylový faktor germania se mi nepodařilo najít ani v [1] ani v [3], používám ve výpočtech hodnotu platnou pro indiumantimonid uvedenou v [1]

$$r_H = \frac{3\pi}{8}$$

Koncentrce nábojů tedy je

$$n = (1.34 \pm 0.26) \cdot 10^{20} \cdot \mathrm{m}^{-3}$$

Hallovskou pohyblivost určíme ze vztahu (11), a to tak, že do něj dosadíme ze vztahů (9) a (13). Tím eliminujeme závislost na t, což vede k přesnějšímu výsledku. Pohyblivost μ tedy je

$$\mu = (0.30 \pm 0.02)\,\Omega^{-1} \cdot \mathrm{C}^{-1} \cdot \mathrm{m}^3$$

Diskuze

Pokud se podíváme na Graf 1, je patrné, že se nám dle předpokladů padařila naměřit lineární závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí. Z Grafu 2 je zřejmé, že závislost Hallova napětí na magnetické indukci je opět lineární.

Problematické bylo v praktiku určit koncentraci nositelů náboje, jelikož neznám rozptylový faktor germania.

Měření jsou zatížena velkou chybou. Například v případě koncentrace nábojů dosahuje chyba 19%. Tato nepřesnost je způsobena především chybou tloušťky vzorku, která je 14%. Proto zpřesnění výsledků bychom mohli dosáhnout přesnějším změřením vzorku.

Závěr

V tomto praktiku jsem změřila závislost proudu na napětí při nulové magnetické indukci. Výsledky udává Graf 1. Úspěšně jsem zjistila závislost Hallova napětí na magnetické indukci při konstantním proudu vzorkem. Grafické zpracování je vyneseno v Grafu 2.

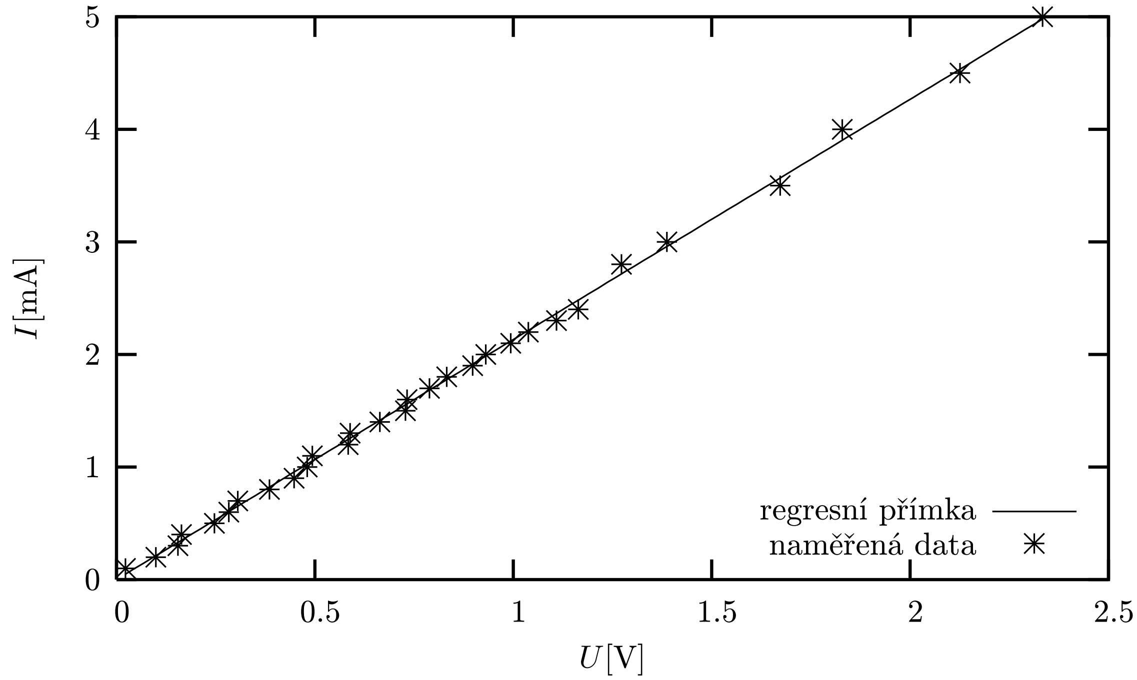
Z naměřených hodnot jsem vypočítala měrnou vodivost, Hallovu konstantu a pohyblivost a koncentraci nositelů nabojů.

Literatura

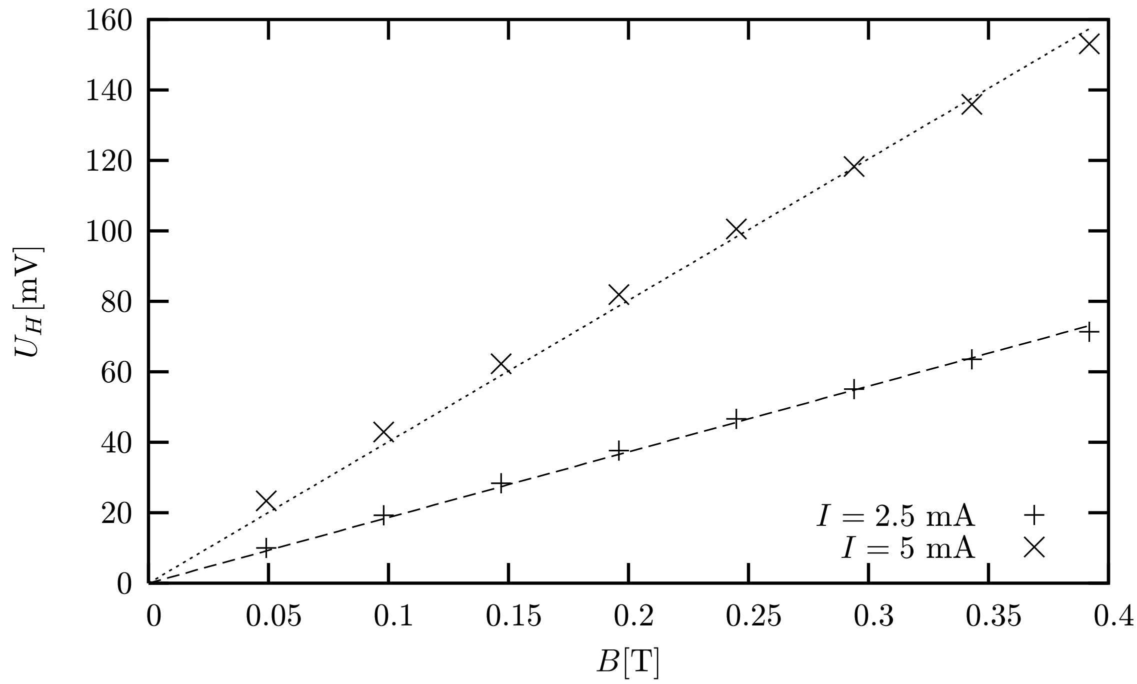
[1] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II., SPN, Praha 1989

[2] J. Englich: Zpracování výsledků fyzikálních měření, Praha 2000

[3] Brož, J. a kol.: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980



Graf 1.: Měření vodivosti vzorku



Graf 1.: Měření Hallova napětí. Přímkami jsou vyneseny lineární proložení naměřenými daty.