Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

# PRAKTIKUM II – Elektřina a magnetismus

Úloha č. X.

Název: Hallův jev

Pracoval: Radim Pechal stud. skup. F – 11 dne 9. prosince 2008

Odevzdal dne: ....................................

Hodnocení:.......................................

Připomínky:

| Kapitola referátu | Možný počet bodů | Udělený počet bodů |
|---|---|---|
| Teoretická část | 0 – 3 | |
| Výsledky měření | 0 – 9 | |
| Diskuse výsledků | 0 – 5 | |
| Závěr | 0 – 2 | |
| Seznam použité literatury | 0 – 1 | |
| **Celkem** | max. 20 | |

## Pracovní úkol

1. Zjistěte závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukci.
2. Zjistěte závislost Hallova napětí na magnetické indukci při dvou hodnotách konstantního proudu vzorkem.
3. Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku.
4. Vypočtěte pohyblivost a koncentraci nositelů náboje.

## Teoretický úvod

Proud, který protéká polovodičovým materiálem, je způsoben pohybem elektronů a děr. Rychlost různých elektronů a různých děr se liší. Proto se pracuje se střední hodnotou rychlosti elektronů $\langle v_n \rangle$ a děr $\langle v_p \rangle$. Proudovou hustotu $i$ proudu, který protéká vzorkem, je možné dle [1.] zapsat ve tvaru

$$i = e\left(n \cdot \langle v_n \rangle + p \cdot \langle v_p \rangle\right), \tag{1}$$

kde $n$ je koncentrace elektronů a $p$ je koncentrace děr, $e$ je hodnota náboje elektronu, dle [2.] je $e = 1,60217653 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

Závislost proudové hustoty na intenzitě elektrického pole $E$ je dána Ohmovým zákonem, který je možno zapsat v diferenciálním tvaru

$$i = \sigma \cdot E, \tag{2}$$

kde $\sigma$ je měrná elektrická vodivost.

Proudovou hustotou proudu $I$, který protéká vzorkem ve tvaru kvádru délky $l$ a se základnou $d \times t$ ($d$ je šířka vzorku), je možno určit vztahem

$$i = \frac{I}{d \cdot t}. \tag{3}$$

Celkový odpor vzorku $R$ můžeme určit

$$R = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{d \cdot t}. \tag{4}$$

Uvážením Ohmova zákona v klasickém tvaru $U = I \cdot R$ je možno určit měrnou elektrickou vodivost užitím vztahu

$$\sigma = \frac{l}{d \cdot t}\frac{I}{U}, \tag{5}$$

kde $U$ je napětí přivedené na vzorek.

Dále můžeme zavést tzv. pohyblivost elektronů $\mu_n$ a pohyblivost děr $\mu_p$ vztahy

$$\langle v_n \rangle = \mu_n \cdot E; \langle v_p \rangle = \mu_p \cdot E. \tag{6}$$

Uvážením vztahů (1), (2), (6) je možno odvodit vztah

$$\sigma = e\left(n \cdot \mu_n + p \cdot \mu_p\right). \tag{7}$$

V praxi se obvykle používají dva typy polovodičů – s elektronovou příměsí (tzv. polovodič typu N) a s děrovou příměsí (tzv. polvodič typu P). Při použití polovodiče typu N je možné zanedbat koncentraci děr. Vztah (7) se pak redukuje na tvar

$$\sigma = e \cdot n \cdot \mu_n. \tag{8}$$

Pokud na vzorek začne působit magnetického pole o intenzitě $B$, začne na procházející elektrony působit Lorentzova síla. Vznikne elektrické pole $E$ kolmé ke směru proudu a magnetické indukci. Pro polovodič typu N nastane rovnováha

$$B \cdot e \cdot \langle v_n \rangle = E \cdot e. \tag{9}$$

Což lze upravit na tvar

$$E = \frac{B \cdot i}{e \cdot n}. \tag{10}$$

Hallovo napětí $U_H$ se může zapsat jako $U_H = E \cdot d$. Uvážením faktu, že se elektrony nemohou pohybovat zcela volně, je nutno zavést Hallův rozptylový faktor $r_H$, kterým se přenásobít Hallovo napětí. Pro germanium je $r_H = 3\pi/8$. Pro tento materiál tak dostáváme vztah pro Hallovo napětí

$$U_H = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{I \cdot B}{e \cdot n \cdot t}. \tag{11}$$

Hallovo napětí se měří na dvou svorkách, které by měly bát ideálně symetrické. V praxi tomu však není a měření ovlivňuje také ohmické napětí. Proto se Hallovo napětí měří při dvou různých polaritách magnetického pole B. Z naměřených napětí $U_{H1}$ a $U_{H2}$ se určí Hallovo napětí vztahem

$$U_H = \frac{|U_{H1} - U_{H2}|}{2}. \tag{12}$$

Pro charakterizaci použitého polovodiče se používá tzv. Hallova konstanta $R_H$, která je dána vztahem

$$R_H = \frac{r_h}{e \cdot n}. \tag{13}$$

Vztah (11) se tak zjednoduší na tvar

$$U_H = R_H \frac{I \cdot B}{t}. \tag{14}$$

Hallova konstanta se pak snadno vyjádří

$$R_H = U_H \frac{t}{I \cdot B}. \tag{15}$$

Při znalosti Hallovy konstanty je možné určit pohyblivost elektronů $\mu_n$:

$$\mu_n = R_H \cdot \sigma. \tag{16}$$

A úpravou vztahu (8) se dá určit koncentrace náboje $n$

$$n = \frac{\sigma}{\mu_n \cdot e}. \tag{17}$$

## Výsledky měření

Měřil jsem polovovič Ge typu N. Rozměry vzorku byly $l = (6,000 \pm 0,005)\,\mathrm{mm}$; $d = (3,350 \pm 0,005)\,\mathrm{mm}$; $t = (0,720 \pm 0,005)\,\mathrm{mm}$.

K měření jsem používal ampérmetr s třídou přesnosti 0,5, ze kterého jsem odečítal s přesností 1/120 zvoleného rozsahu. Dále jsem používal miliampérmetr s třídou přesnosti 1, ze kterého jsem odečítal s přesností 1/120 zvoleného rozsahu a digitální voltmetr s třídou přesnosti 0,05 pro používané rozsahy.

Nejdříve jsem měřil závislost proudu vzorkem na přivedeném napětí.

| $I\,[\mathrm{mA}]$ | $U\,[\mathrm{V}]$ |
|---|---|
| $0,50 \pm 0,01$ | $0,236 \pm 0,002$ |
| $1,00 \pm 0,03$ | $0,472 \pm 0,002$ |
| $1,50 \pm 0,03$ | $0,709 \pm 0,002$ |
| $2,00 \pm 0,03$ | $0,947 \pm 0,002$ |
| $2,5 \pm 0,2$ | $1,177 \pm 0,002$ |
| $3,0 \pm 0,2$ | $1,425 \pm 0,002$ |
| $3,5 \pm 0,2$ | $1,664 \pm 0,002$ |
| $4,0 \pm 0,2$ | $1,887 \pm 0,002$ |
| $4,5 \pm 0,2$ | $2,14 \pm 0,02$ |
| $5,0 \pm 0,2$ | $2,33 \pm 0,02$ |

Tabulka 1.: Závislost proudu vzorkem na přivedeném napětí.

Z naměřených dat jsem pomocí vztahu (5) určil měrnou odivost $\sigma = (5,3 \pm 0,2)\,\mathrm{S} \cdot \mathrm{m}^{-1}$.[1]

Hallovo napětí jsem měřil pro konstatní proudy $I = (2,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$ a $I = (4,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$. Intensitu magnetického pole $B$ jsem řídil pomocí proudu $I_m$, který protékal přes cívky elektromagnetu. Intensita magnatického pole $B$ byla dána vztahem $B = 0,098 \cdot I$.

| $I\,[\mathrm{A}]$ | $B\,[\mathrm{H}]$ | $U_1\,[\mathrm{mV}]$ | $U_2\,[\mathrm{mV}]$ | $U_H\,[\mathrm{mV}]$ |
|---|---|---|---|---|
| $0,00 \pm 0,02$ | $0,000 \pm 0,002$ | $64,2 \pm 0,2$ | $67,4 \pm 0,2$ | $1,6 \pm 0,3$ |
| $0,50 \pm 0,02$ | $0,049 \pm 0,002$ | $55,6 \pm 0,2$ | $76,0 \pm 0,2$ | $10,2 \pm 0,3$ |
| $1,00 \pm 0,02$ | $0,098 \pm 0,002$ | $46,6 \pm 0,2$ | $85,6 \pm 0,2$ | $19,5 \pm 0,3$ |
| $1,5 \pm 0,08$ | $0,15 \pm 0,01$ | $37,8 \pm 0,2$ | $94,6 \pm 0,2$ | $28,4 \pm 0,3$ |
| $2,0 \pm 0,08$ | $0,20 \pm 0,01$ | $29,2 \pm 0,2$ | $103,9 \pm 0,2$ | $37,3 \pm 0,3$ |
| $2,5 \pm 0,08$ | $0,25 \pm 0,01$ | $21,0 \pm 0,2$ | $112,6 \pm 0,2$ | $45,8 \pm 0,3$ |
| $3,0 \pm 0,08$ | $0,29 \pm 0,01$ | $13,2 \pm 0,2$ | $121,3 \pm 0,2$ | $54,0 \pm 0,3$ |
| $3,5 \pm 0,08$ | $0,34 \pm 0,01$ | $5,0 \pm 0,2$ | $129,6 \pm 0,2$ | $62,3 \pm 0,3$ |
| $4,0 \pm 0,08$ | $0,39 \pm 0,01$ | $-1,8 \pm 0,2$ | $138,0 \pm 0,2$ | $69,9 \pm 0,3$ |

Tabulka 2.: Závislost Hallova napětí na magnetické indukci pro $I = (2,00 \pm 0,02)\,\mathrm{mA}$.

Pomocí vztahu (15) jsem určil Hallovu konstantu $R_{H1} = (61 \pm 9) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3\mathrm{C}^{-1}$.

[1] Označením „S" značím méně známou jednotku vodivosti Siemens, která je definována jako $\Omega^{-1}$

| $I$ [A] | $B$ [H] | $U_1$ [mV] | $U_2$ [mV] | $U_H$ [mV] |
|---|---|---|---|---|
| $0,00 \pm 0,02$ | $0,000 \pm 0,002$ | $131,6 \pm 0,2$ | $137,4 \pm 0,2$ | $2,9 \pm 0,3$ |
| $0,50 \pm 0,02$ | $0,049 \pm 0,002$ | $114,2 \pm 0,2$ | $154,8 \pm 0,2$ | $20,3 \pm 0,3$ |
| $1,00 \pm 0,02$ | $0,098 \pm 0,002$ | $97,3 \pm 0,2$ | $172,4 \pm 0,2$ | $37,6 \pm 0,3$ |
| $1,5 \pm 0,08$ | $0,15 \pm 0,01$ | $80,1 \pm 0,2$ | $189,7 \pm 0,2$ | $54,8 \pm 0,3$ |
| $2,0 \pm 0,08$ | $0,20 \pm 0,01$ | $63,9 \pm 0,2$ | $207 \pm 2$ | $72 \pm 2$ |
| $2,5 \pm 0,08$ | $0,25 \pm 0,01$ | $48,4 \pm 0,2$ | $224 \pm 2$ | $88 \pm 2$ |
| $3,0 \pm 0,08$ | $0,29 \pm 0,01$ | $33,0 \pm 0,2$ | $240 \pm 2$ | $104 \pm 2$ |
| $3,5 \pm 0,08$ | $0,34 \pm 0,01$ | $18,4 \pm 0,2$ | $256 \pm 2$ | $119 \pm 2$ |
| $4,0 \pm 0,08$ | $0,39 \pm 0,01$ | $5,1 \pm 0,2$ | $270 \pm 2$ | $132 \pm 2$ |

Tabulka 3.: Závislost Hallova napětí na magnetické indukci pro $I = (4,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$.

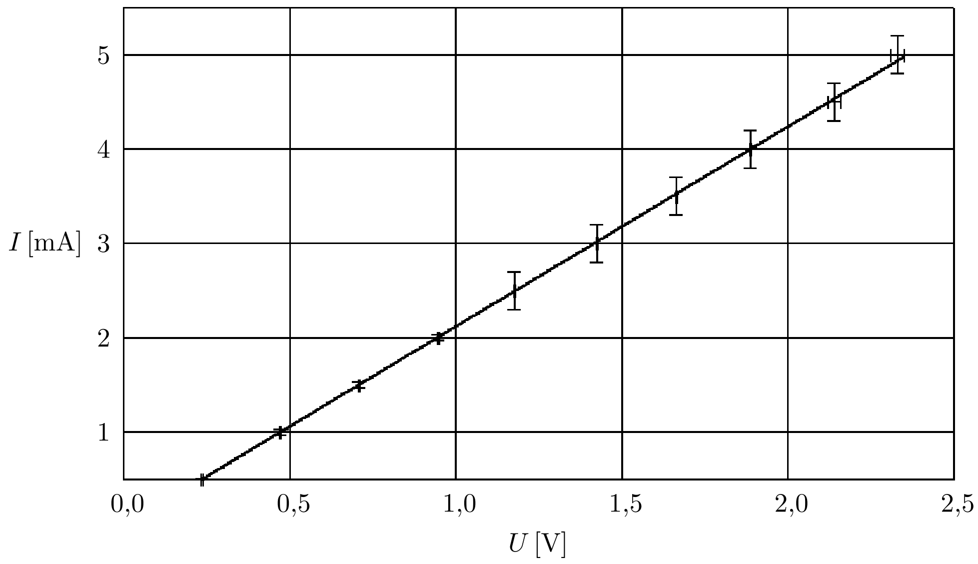
Pomocí vztahu (15) jsem určil Hallovu konstantu $R_{H2} = (59 \pm 8) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3C^{-1}}$.

Výslednou Hallovu konstantu $R_H = (60 \pm 9) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3C^{-1}}$ jsem určil jako aritmetický průměr Hallovy konstanty naměřené pro $I = (2,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$ a $I = (4,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$.

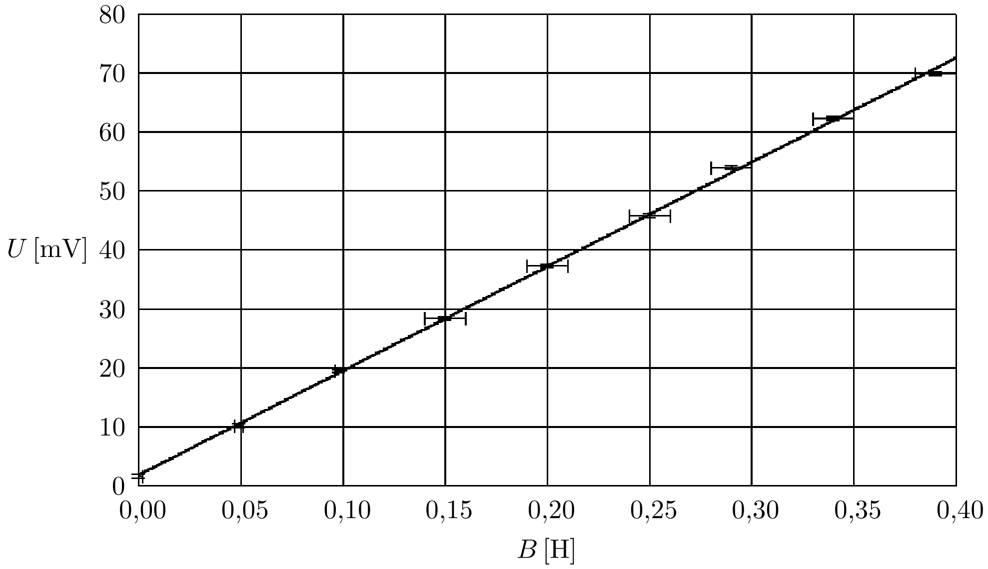
Využil jsem znalost Hallovy konstanty a pomocí vztahu (16) jsem určil pohyblivost elektronů: $\mu_n = (0,32 \pm 0,06)\,\mathrm{m^2C^{-1}}S$.

A pomocí vztahu (17) jsem určil koncentraci elektronů $n = (1,0 \pm 0,3) \cdot 10^{20}\,\mathrm{m^{-3}}$.

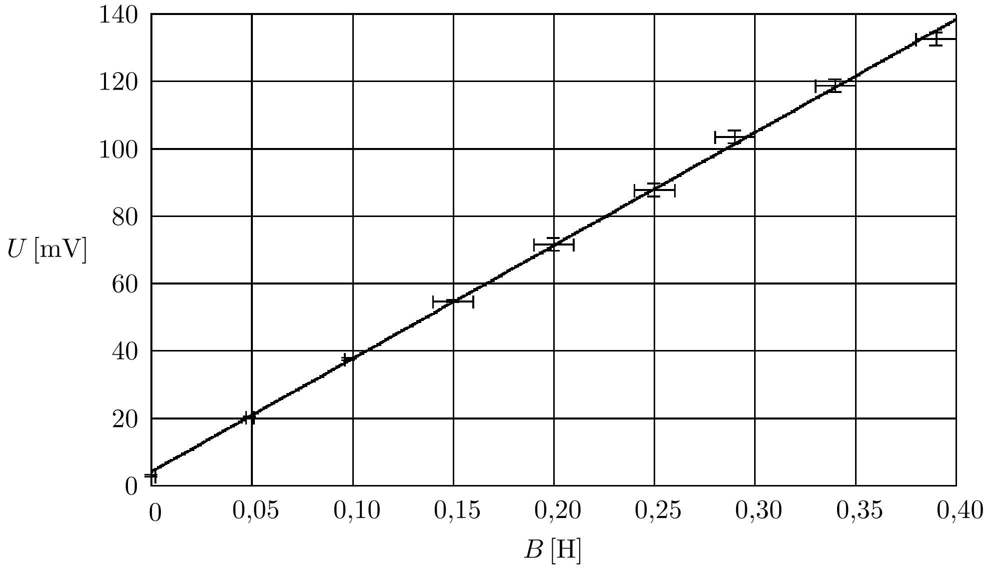
Naměřená data jsem graficky zpracoval.




Graf 1.: Závislost proudu vzorkem na přivedeném napětí.




Graf 2.: Závislost Hallova napětí na magnetické indukci při konstantním proudu $I = (2,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$.




Graf 2.: Závislost Hallova napětí na magnetické indukci při konstantním proudu $I = (4,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$.

## Diskuse výsledků

Měření probíhalo tzv. čtyřbodovou metodou. To znamená, že v místě měření Hallova napětí není protékající proud ovlivněn okrajovými podmínkami. Výhodou tohoto zapojení je, že minimalizuje systematickou chybu způsobenou odporem přívodních vodičů a kontaktů.

U vypočtených hodnot jsem určoval chybu měření pomocí známého kvadratického zákona přenosu chyb.

Při měření závislosti proudu vzorkem na napětí jsem se dopouštěl nějvětší chyby při měření miliampérmetrem. Z naměřených dat jsem určil pomocí vztahu (5) měrnou vodivost pro jednotlivé proudy. Z těchto dat jsem určil střední hodnotu, která mi vyšla $\langle\sigma\rangle = 5,28\,\mathrm{S\cdot m^{-1}}$. Statistická chyba $\varepsilon_{\sigma\,stat}$ mi vyšla $\varepsilon_{\sigma\,stat} = \pm 0,08\,\mathrm{S\cdot m^{-1}}$. Po zohlednění chyb měření způsobených měřícími přístroji, jsem určil celkovou chybu $\varepsilon_\sigma = \pm 0,2\,\mathrm{S\cdot m^{-1}}$.

Ze známé měrné vodivosti jsem vypočítal Hallovu konstantu $R_H = (60 \pm 9)\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3C^{-1}}$. Tuto veličinu jsem určil jako aritmetický průměr naměřených hodnot Hallovy konstanty pro $I = (2,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$ a $I = (4,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$. Hodnoty Hallova napětí se lišily o $|\Delta U_H| = \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3C^{-1}}$ což bylo v intervalu daném chybou měření. Chyba měření byla nejvíce ovlivněna chybou měření proudu $I$, který protékal přes vzorek.

Ze známé Hallovy konstanty jsem vypočetl pomocí vztahu (16) pohyblivost elektronů $\mu_n = (0,32 \pm 0,06)\,\mathrm{m^2C^{-1}}S$ a pomocí vztahu (17) koncentraci nábojů $n = (1,0 \pm 0,3)\cdot 10^{20}\,\mathrm{m^{-3}}$.

## Závěr

Proměřil jsem závislost proudu polovodičovým vzorkem Ge typu N při nulové magnetické indukci. Závislost je znázorněna v grafu 1. Z naměřených dat jsem určil měrnou vodivost $\sigma$ materiálu, ze kterého byl vzorek zhotoven.

$$\sigma = (5,3 \pm 0,2)\,\mathrm{S\cdot m^{-1}}.$$

Pro proudy $I = (2,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$ a $I = (4,0 \pm 0,2)\,\mathrm{mA}$ jsem proměřil závislost Hallova napětí na magnetické indukci. Závislost je znázorněna v grafu 2 a grafu 3. Z naměřených dat jsem určil Hallovu konstantu

$$R_H = (60 \pm 9)\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3C^{-1}},$$

pohyblivost elektronů

$$\mu_n = (0,32 \pm 0,06)\,\mathrm{m^2C^{-1}}S$$

a koncentraci elektornů

$$n = (1,0 \pm 0,3)\cdot 10^{20}\,\mathrm{m^{-3}}.$$

## Seznam použité literatury

[1.] R. Bakule, J. Šternberk: *Fyzikální praktikum II.* Elektřina a magntismus.
Státátní pedagogické nakladatelství, Praha.
[2.] J. Mikulčák, B. Klimeš, V. Šůla. *Matematické fyzikální a chemické tabulky pro střední školy.* Prometheus 1988. ISBN 80–85849–84–4