Úloha 9 Štěpán Roučka

Charakteristiky termistoru

Pracovní úkol

1. Změřte statickou charakteristiku termistoru pro proudy do 25 mA a graficky ji znázorněte.
2. Změřte teplotní závislost odporu termistoru v teplotním intervalu přibližně 180 až 380 K.
3. Graficky znázorněte závislost logaritmu odporu R termistoru na $1/T$ a vyhodnoťte velikost materiálových veličin R_∞ a B, aktivační energie U a teplotního součinitele odporu α při pokojové teplotě.
4. Stanovte teplotu termistoru v maximu charakteristiky, případně v některých dalších bodech a tepelný odpor K.

Teorie

teplotní závislost

Teplotní závislost odporu měřeného termistoru je vyjádřena vztahem platným pro termistory z kovalentních polovodičů za teplot, při nichž převládá příměsová vodivost:

$$R = R_\infty e^{B/T} \tag{1}$$

kde R_∞ je parametrem termistoru a ze vztahu (1) je vidět, že se vzrůstající teplotou se odpor termistoru blíží hodnotě R_∞. Veličina B je materiálovou konstantou, kterou lze vypočíst ze vzorce

$$B = \frac{\Delta U}{2k} \tag{2}$$

kde ΔU se nazývá aktivační energie a k značí Boltzmannovu konstantu.

Aktivační energii určujeme následovně: Změřenou teplotní závislost odporu termistoru zapíšeme jako závislost $\ln R = f(1/T)$, která je popsána rovnicí.

$$\ln R = \ln R_\infty + B\frac{1}{T} \tag{3}$$

Užitím lineární regrese lze tedy určit veličiny B a R_∞. Hodnotu ΔU v jednotkách J/mol určíme ze vztahu

$$\Delta U = 2RB \tag{4}$$

kde R značí plynovou konstantu $R = 8.314\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$

Pro popis teplotní závislosti odporu se využívá teplotní součinitel odporu definovaný následovně:

$$\alpha = \frac{1}{R(T)}\frac{\mathrm{d}R(T)}{\mathrm{d}T}. \tag{5}$$

Po dosazení ze vztahu (1) dostaneme vztah pro polovodiče

$$\alpha = -\frac{B}{T^2}. \tag{6}$$

statická charakteristika

Statická charakteristika znázorňuje závislost napětí na termistoru na procházejícím proudu. Při tomto měření se teplota termistoru ustaluje na takové teplotě, že jeho tepelný výkon a elektrický příkon jsou v rovnováze a platí tedy

$$KP = T - T_0 \tag{7}$$

kde K znamená tepelný odpor termistoru, T je teplota termistoru a T_0 je teplota okolí. Užitím vztahu $P = U^2/R$ lze zapsat závislost napětí na termistoru na jeho teplotě:

$$U = \sqrt{\frac{R_\infty (T - T_0)\, e^{B/T}}{K}} \tag{8}$$

napětí na termistoru dosáhne maxima při teplotě

$$T_m = \left(B - \sqrt{B(B - 4T_0)}\right) \tag{9}$$

stanovení tepelného odporu

Bodům statické charakteristiky lze přiřadit teplotu termistoru tak, že užitím vzorce $R = U/I$ vypočteme odpor termistoru v daném bodě a potom z teplotní závislosti odečteme odpovídající teplotu. Z rovnice (8) lze potom odvodit vztah pro výpočet tepelného odporu v maximu charakteristiky

$$K = \frac{T_m - T_0}{U_m I_m} \tag{10}$$

Měření

Nejprve jsem naměřil statickou charakteristiku. Obvod jsem sestavil dle zadání. Napětí jsem měřil pro proudy v rozmezí 0 až 25 mA v intervalech přibližně 0.1 až 2 mA. Chybu měření proudu odhaduji na 2 μA. Výsledky měření jsou zapsány v Tab. 1. Výsledky jsem graficky znázornil v grafu 1. Maximum této charakteristiky je v bodě

$$I_m = (6.0 \pm 0.5)\ \mathrm{mA}$$

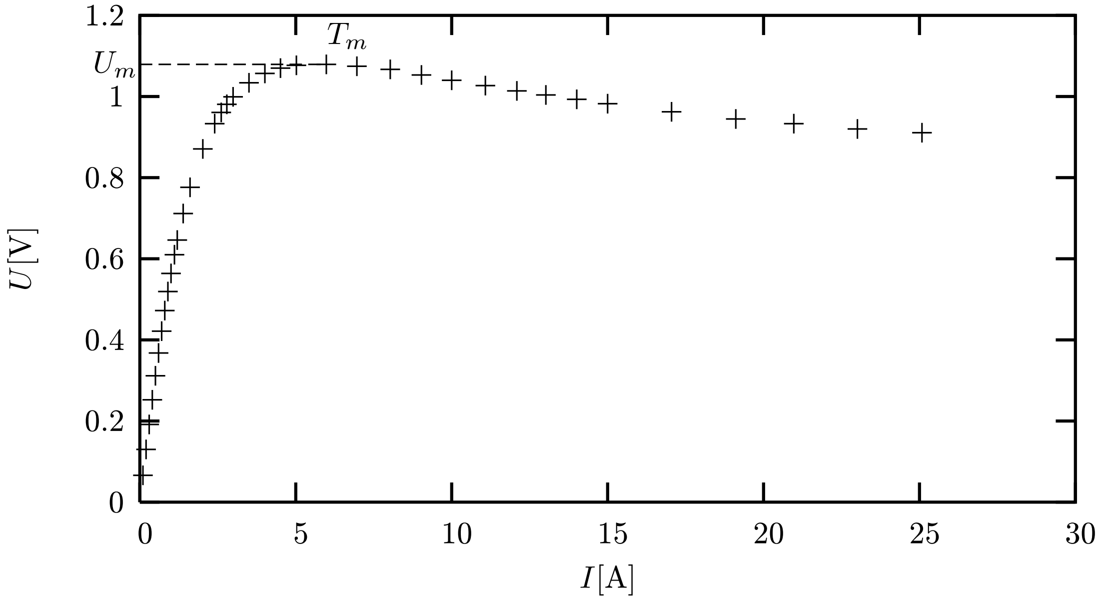
$$U_m = (1.080 \pm 0.002)\ \mathrm{V}$$

Chybu určení teploty odhaduji poměrně velkou, neboť maximum závisloti nebylo příliš ostré.

I[mA]	σ_I[μA]	U[V]	σ_U[mV]
0.102	2	0.0663	0.2
0.202	2	0.1297	0.2
0.301	2	0.1918	0.2
0.401	2	0.2526	0.2
0.501	2	0.3114	0.2
0.601	2	0.3676	0.2
0.700	2	0.4212	0.2
0.800	2	0.4720	0.2
0.900	2	0.5193	0.2
0.999	2	0.5636	0.2
1.110	2	0.6097	0.2
1.203	2	0.6458	0.2
1.393	2	0.7118	0.2
1.609	2	0.7760	0.2
2.021	2	0.8707	0.2
2.399	2	0.9334	0.2
2.609	2	0.9607	0.2
2.795	2	0.9805	0.2
2.992	2	0.9991	0.2
3.504	2	1.0335	0.2
4.013	2	1.0568	0.2
4.511	2	1.0701	0.2
5.016	2	1.0772	0.2
5.977	2	1.0795	0.2
6.955	2	1.0748	0.2
8.029	2	1.0667	0.2
9.033	2	1.053	1
9.999	2	1.040	1
11.08	10	1.027	1
12.09	10	1.014	1
13.02	10	1.004	1
14.01	10	0.993	1
15.00	10	0.9822	0.2
17.05	10	0.9622	0.2
19.11	10	0.9444	0.2
20.97	10	0.9332	0.2
23.01	10	0.9203	0.2
25.08	10	0.9104	0.2

Tabulka 1.: statická charakteristika termistoru

Graf 1.: Statická charakteristika termistoru



Dále jsem změřil teplotní závislost odporu termistoru. Aparaturu jsem opět postavil podle zadaného nákresu a za pomoci asistenta jsem do nádoby s dvojitými stěnami nalil kapalný dusík. Poté, co se údaje na ohmmetrech přestaly prudce měnit, začal jsem zapisovat hodnoty. Jeden ohmmetr měřil odpor platinového teploměru, který se mění přímo uměrně teplotě a druhý měřil odpor termistoru. Zapisoval jsem hodnoty odporů v intervalu 2 Ω. Měření jsem provedl pro odpory termistoru $52 - 142$ Ω. Za použití následujícího vztahu pro výpočet teploty platinového teploměru

$$T = \frac{R}{0.385} + 13.41 \tag{11}$$

jsem ověřil, že uvedený rozsah odpovídá teplotám $148 - 382$ K a tedy splňuje požadavky bodu 2. zadání úlohy. Naměřená data jsem zapsal do tabulky 2, kde R značí odpor termistoru, R_p značí odpor platinového teploměru a T je teplota teploměru vypočítaná ze vztahu (11).

Závislost $\ln R = f(1/T)$ jsem zakreslil do grafu 2. Užitím lineární regrese metodou nejmenších čtverců jsem zjistil parametry odpovídající závislosti:

$$f(1/T) = -(2.54 \pm 0.08) + (2631 \pm 20) \cdot \frac{1}{T} \tag{12}$$

srovnáním se vztahem (3) jsem vypočetl následující hodonoty R_∞ a B:

$$R_\infty = (0.078 \pm 0.006)\,\Omega$$

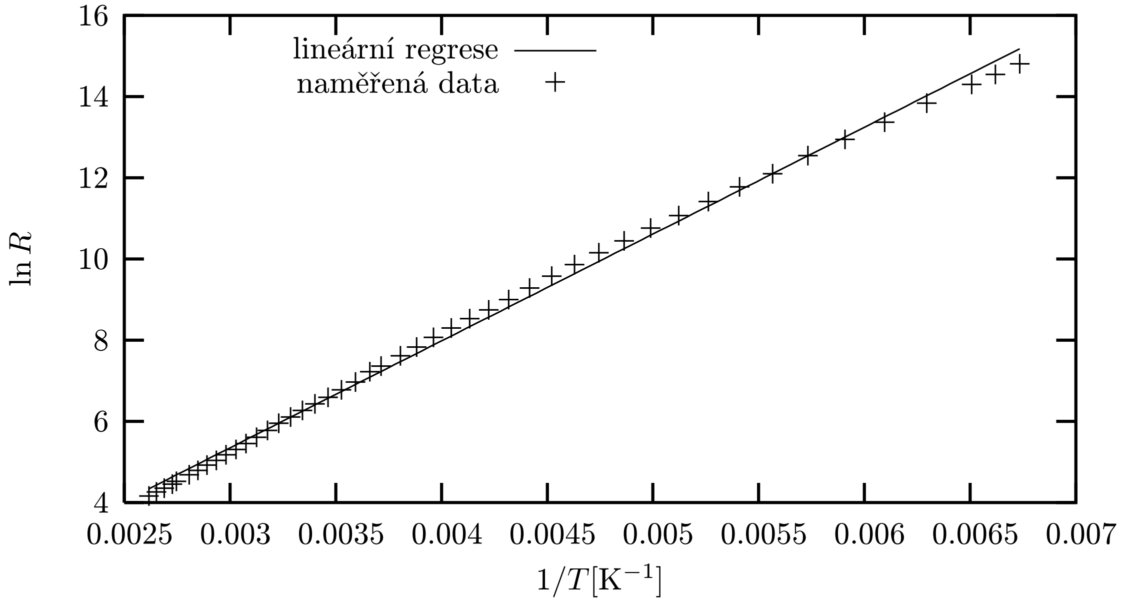
$$B = (2.63 \pm 0.02) \cdot 10^3$$

Zde uvedené chyby vycházejí ze standartní chyby regrese určené programem gnuplot. Naměřená data a regresní přímku jsem zkreslil do grafu 2.

$R[\Omega]$	$R_p[\Omega]$	$T[^\circ\mathrm{C}]$	$1000/T$	$\sigma_{1000/T}$	$\ln R$	$\sigma_{\ln R}$
$2.7 \cdot 10^{06}$	52.0	148.47	6.74	0.03	14.81	0.4
$2.08 \cdot 10^{06}$	53.0	151.07	6.62	0.03	14.55	0.4
$1.62 \cdot 10^{06}$	54.0	153.67	6.51	0.03	14.30	0.4
$1.02 \cdot 10^{06}$	56.0	158.86	6.29	0.03	13.84	0.4
$6.4 \cdot 10^{05}$	58.0	164.06	6.10	0.02	13.37	0.4
$4.2 \cdot 10^{05}$	60.0	169.25	5.91	0.02	12.95	0.4
$2.8 \cdot 10^{05}$	62.0	174.45	5.73	0.02	12.54	0.4
$1.8 \cdot 10^{05}$	64.0	179.64	5.57	0.02	12.10	0.4
$1.30 \cdot 10^{05}$	66.0	184.84	5.41	0.02	11.78	0.4
$9.1 \cdot 10^{04}$	68.0	190.03	5.262	0.018	11.42	0.3
$6.4 \cdot 10^{04}$	70.0	195.23	5.122	0.017	11.07	0.3
$4.7 \cdot 10^{04}$	72.0	200.42	4.989	0.017	10.76	0.3
$3.45 \cdot 10^{04}$	74.0	205.62	4.863	0.016	10.45	0.3
$2.56 \cdot 10^{04}$	76.0	210.81	4.744	0.015	10.15	0.3
$1.92 \cdot 10^{04}$	78.0	216.01	4.629	0.014	9.86	0.3
$1.44 \cdot 10^{04}$	80.0	221.2	4.521	0.014	9.57	0.3
$1.08 \cdot 10^{04}$	82.0	226.4	4.417	0.013	9.29	0.3
$8.1 \cdot 10^{03}$	84.0	231.59	4.318	0.012	9.00	0.3
$6.3 \cdot 10^{03}$	86.0	236.79	4.223	0.012	8.75	0.3
$5.05 \cdot 10^{03}$	88.0	241.98	4.133	0.011	8.53	0.3
$4.02 \cdot 10^{03}$	90.0	247.18	4.046	0.011	8.30	0.2
$3.20 \cdot 10^{03}$	92.0	252.37	3.962	0.010	8.07	0.2
$2.51 \cdot 10^{03}$	94.0	257.57	3.883	0.010	7.83	0.2
$2.03 \cdot 10^{03}$	96.0	262.76	3.806	0.010	7.62	0.2
$1.58 \cdot 10^{03}$	98.5	269.25	3.714	0.009	7.37	0.2
$1.37 \cdot 10^{03}$	100.0	273.15	3.661	0.009	7.22	0.2
$1.06 \cdot 10^{03}$	102.0	278.34	3.593	0.009	6.97	0.2
$8.8 \cdot 10^{02}$	104.0	283.54	3.527	0.008	6.78	0.2
$7.3 \cdot 10^{02}$	106.0	288.73	3.463	0.008	6.59	0.2
$6.2 \cdot 10^{02}$	108.0	293.93	3.402	0.008	6.43	0.19
$5.3 \cdot 10^{02}$	110.0	299.12	3.343	0.007	6.27	0.19
$4.51 \cdot 10^{02}$	112.0	304.32	3.286	0.007	6.11	0.18
$3.84 \cdot 10^{02}$	114.0	309.51	3.231	0.007	5.95	0.18
$3.23 \cdot 10^{02}$	116.0	314.71	3.178	0.007	5.78	0.17
$2.72 \cdot 10^{02}$	118.0	319.9	3.126	0.007	5.61	0.17
$2.34 \cdot 10^{02}$	120.0	325.1	3.076	0.006	5.46	0.16
$2.02 \cdot 10^{02}$	122.0	330.29	3.028	0.006	5.31	0.16
$1.77 \cdot 10^{02}$	124.0	335.49	2.981	0.006	5.18	0.16
$1.54 \cdot 10^{02}$	126.0	340.68	2.935	0.006	5.04	0.15
$1.37 \cdot 10^{02}$	128.0	345.88	2.891	0.006	4.92	0.15
$1.21 \cdot 10^{02}$	130.0	351.07	2.848	0.005	4.80	0.14
$1.08 \cdot 10^{02}$	132.0	356.27	2.807	0.005	4.68	0.14
9.2	135.0	364.06	2.747	0.005	4.52	0.14
8.6	136.0	366.66	2.727	0.005	4.45	0.13
7.8	138.0	371.85	2.689	0.005	4.36	0.13
7.1	140.0	377.05	2.652	0.005	4.26	0.13
6.4	142.0	382.24	2.616	0.005	4.16	0.12

Tabulka 2.: teplotní závislost

Graf 2.: Teplotní závislost odporu termistoru



Nyní již mohu vypočítati hodnotu aktivační energie užitím vztahu (4):

$$\Delta U = (43.7 \pm 0.3)\,\mathrm{KJ/mol}$$

Dále jsem vypočetl teplotní součinitel odporu za laboratorní teploty

$$T_0 = (294.1 \pm 0.1)\mathrm{K}$$

užitím vzorce (6)

$$\alpha = (-30.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}$$

Nyní zbývá ještě určit teplotu termistoru a tepelný odpor při měření statické charakteristiky. Teplotu jsem vyjádřil ze vztahů (3) a (12):

$$T = \frac{2631}{\ln(U/I) + 2.54}$$

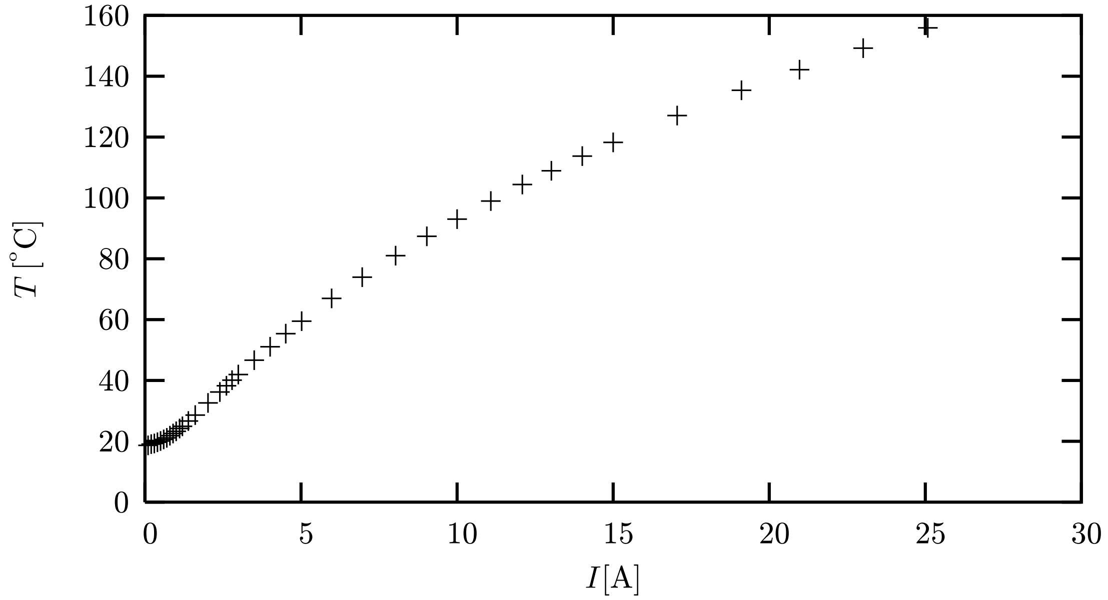
Zívislost teploty termistoru na procházejícím proudu jsem zanesl do grafu 3. Specielně pro maximum charakteristiky platí

$$T_m = (67 \pm 7)^{\circ}\mathrm{C}$$

Se znalostí T_m již tedy mohu za pomoci vztahu (10) spočíst tepelný odpor v maximu statické charakteristiky

$$K_m = (7.1 \pm 1.0) \cdot 10^3\mathrm{K} \cdot \mathrm{W}^{-1}$$

Graf 3.: závislost teploty termistoru na procházejícím proudu



Diskuse

Žádný z výsledků nijak výrazně nevybočuje z mých předpokladů. Pouze mě mírně překvapila hodnota $K_m = 7100$, která říká, že při příkonu 1 Watt se termistor ohřeje o 7100 °C. Vzhledem k tomu, že se i během mého měření termistor ohřál příkonem řádově několik mV o přibližně 100 °C, tak zřejmě ani na této hodnotě není nic špatného.

Závěr

Úspěšně jsem zjistil následující parametry zkoumaného termistoru:

$$\begin{aligned} R_\infty =& (0.078 \pm 0.006)\,\Omega \\ B =& (2.631 \pm 0.02) \cdot 10^3 \\ \Delta U =& (43.7 \pm 0.3)\,\mathrm{KJ/mol} \\ \alpha =& (-30.4 \pm 0.2) \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Literatura

[1] Bakule, R., Šternberk, J.: Fyzikální praktikum II. SPN Praha

[2] Mikulčák, J., Klimeš, B., Široký, J., Šůla, V., Zemánek, F.: Matematické fyzikální a chemické tabulky. Prometheus, Praha 1997.