Pracovní úkol

1. Změřte statickou charakteristiku termistoru pro proudy do 25 mA a graficky ji znázorněte.
2. Změřte teplotní závislost odporu termistoru v teplotním intervalu přibližně 180 až 380 K.
3. Graficky znázorněte závislost logaritmu odporu R termistoru na $1/T$ a vyhodnoťte velikost materiálových veličin R_∞ a B, aktivační energie U a teplotního součinitele odporu α při pokojové teplotě.
4. Stanovte teplotu termistoru v maximu charakteristiky, případně v některých dalších bodech a tepelný odpor K.

Teorie

Teplotní závislost

Teplotní závislost odporu R termirstoru z kovalentních polovodičů v oblasti teplot, v nichž převládá příměsová vodivost, lze vyjádřit vztahem

$$R = R_\infty e^{B/T}, \tag{1}$$

kde R_∞ je parametrem termistoru. Veličina B je materiálovou konstantou, pro kterou platí

$$B = \frac{\Delta U}{2R_k}, \tag{2}$$

kde R_k značí plynovou konstantu a ΔU je aktivační energie potřebná k ionizaci příměsy.

Aktivační energii určíme z teplotní závislosti odporu termistoru. Vyneseme-li závislost $\log R = f(1/T)$, získáme přímku popsanou rovnicí

$$\log R = \log R_\infty + 0.434 \cdot B\frac{1}{T} \tag{3}$$

Užitím lineární regrese lze tedy stanovit veličiny B a R_∞.

Pro popis teplotní závislosti odporu termistoru se používá teplotní součinitel odporu α obecně definován vztahem

$$\alpha = \frac{1}{R(T)}\frac{\mathrm{d}R(T)}{\mathrm{d}T}. \tag{4}$$

Po dosazení ze vztahu (1) dostáváme vztah pro polovodiče

$$\alpha = -\frac{B}{T^2}. \tag{5}$$

Statická charakteristika

Statická charakteristika znázorňuje závislost napětí na termistoru na procházejícím proudu. Při průchodu proudu se termistor ohřívá a jeho teplota se nastaví na hodnotu, při nichž je v rovnováze elektrický příkon P a tepelný výkon odváděný z termistoru do okolí. Tedy platí

$$KP = T - T_0, \tag{6}$$

kde K znamená tepelný odpor termistoru, T je teplota termistoru a T_0 teplota jeho okolí.

Uvážíme-li vztah $P = U^2/R$, lze zapsat závislost napětí na termistoru na jeho teplotě vztahem

$$U = \sqrt{\frac{R_\infty (T - T_0)\, e^{B/T}}{K}}. \tag{7}$$

Napětí na termistoru dosáhne maxima při teplotě T_m

$$T_m = \frac{1}{2}\left(B - \sqrt{B(B - 4T_0)}\right) \tag{8}$$

Stanovení tepelného odporu

Každému bodu statické charakteristiky lze přiřadit teplotu termistoru tak, že použitím vzorce $R = U/I$ vypočteme odpor termistoru v daném bodě a potom z grafu závislosti odporu na teplotě odečteme odpovídající teplotu. Z rovnice (6) lze potom odvodit vztah pro výpočet tepelného odporu. Pro maximum charakteristiky platí

$$K = \frac{T_m - T_0}{U_m I_m} \tag{9}$$

Všechny vztahy viz [1].

Měření

Nejprve jsem změřila statickou charakteristiku termistoru pro proudy v rozmezí 0 až 25 mA. Schéma zapojení pro měření najde čtenář v [1] str. 64.

Jako chybu měření proudu a napětí uvažuji 2% naměřené hodnoty. Výsledky měření udává Tabulka 1. Grafické zpracování viz Graf 1 (Grafy jsou přiloženy na závěr dokumentu). Maximum charakteristiky je v bodě

$$I_m = (10.04 \pm 0.20)\ \mathrm{mA}$$

$$U_m = (1.726 \pm 0.035)\ \mathrm{V}$$

Při měření teplotní závislosti odporu termistoru jsem sestavila aparaturu dle Obr. 2 str. 63 v [1].

Držák s termistorem a odporovým teploměrem byly ochlazeny kapalným dusíkem. Po ustálení údajů na ohmetrech jsem začala zapisovat hodnoty odporů. Jedním digitálním multimetrem byl měřen odpor termistoru R. Druhým ohmetrem jsem měřila odpor platinového teploměru R_p, který se mění lineárně s teplotou. Z odečtených hodnot odporu teploměru jsem vypočítala teplotu T dle vztahu $T = \frac{R_p}{0.385} + 13.41$. Odpory jsem tedy měřila v teplotním intervalu $155 - 372$ K.

I[mA]	σ_I[μA]	U[V]	σ_U[V]
0.100	0.002	0.059	0.001
0.200	0.004	0.118	0.002
0.304	0.006	0.179	0.004
0.399	0.008	0.234	0.005
0.406	0.008	0.238	0.005
0.501	0.010	0.292	0.006
0.604	0.012	0.350	0.007
0.710	0.014	0.409	0.008
0.800	0.016	0.457	0.009
0.807	0.016	0.461	0.009
0.902	0.018	0.512	0.010
1.01	0.02	0.566	0.011
1.11	0.02	0.620	0.012
1.22	0.02	0.659	0.013
1.39	0.03	0.747	0.015
1.47	0.03	0.789	0.016
1.51	0.03	0.802	0.016
1.70	0.03	0.885	0.018
1.99	0.04	0.994	0.020
2.15	0.04	1.05	0.02
2.52	0.04	1.17	0.02
3.09	0.05	1.30	0.03
3.60	0.06	1.40	0.03
4.08	0.07	1.48	0.03
4.59	0.08	1.54	0.03
5.23	0.09	1.60	0.03
6.11	0.10	1.65	0.03
6.50	0.12	1.67	0.03
7.49	0.13	1.70	0.03
8.08	0.15	1.72	0.03
9.10	0.16	1.72	0.03
10.0	0.2	1.73	0.03
11.0	0.2	1.72	0.03
12.2	0.2	1.72	0.03
13.3	0.3	1.72	0.03
14.2	0.3	1.70	0.03
15.1	0.3	1.69	0.03
16.8	0.3	1.67	0.03
17.8	0.4	1.67	0.03
19.0	0.4	1.65	0.03
21.0	0.4	1.63	0.03
24.5	0.5	1.61	0.03
25.4	0.5	1.60	0.03

Tabulka 1.: Statická charakteristika termistoru

Naměřená data jsou uvedena v Tabulce 2. Při měření bylo ohřívání urychleno přitápěním proudem řádově $1A$.

$R[\Omega]$	$R_p[\Omega]$	$T[\mathrm{K}]$	$1000/T$	$\sigma_{1000/T}$	$\log R$	$\sigma_{\log R}$
$1.95 \cdot 10^{06}$	54.6	155	6.45	0.03	6.29	0.31
$1.54 \cdot 10^{06}$	55.2	157	6.38	0.03	6.19	0.31
$1.20 \cdot 10^{06}$	56.0	159	6.29	0.03	6.08	0.30
$9.34 \cdot 10^{05}$	57.0	161	6.19	0.03	5.97	0.30
$7.32 \cdot 10^{05}$	58.0	164	6.10	0.03	5.86	0.29
$5.17 \cdot 10^{05}$	59.3	167	5.97	0.03	5.71	0.29
$4.44 \cdot 10^{05}$	60.0	169	5.91	0.03	5.65	0.28
$3.52 \cdot 10^{05}$	61.2	172	5.80	0.03	5.55	0.28
$2.75 \cdot 10^{05}$	62.1	175	5.72	0.03	5.44	0.27
$2.24 \cdot 10^{05}$	63.1	177	5.64	0.03	5.35	0.27
$1.83 \cdot 10^{05}$	64.1	180	5.56	0.03	5.26	0.21
$1.54 \cdot 10^{05}$	65.1	182	5.48	0.03	5.19	0.21
$1.28 \cdot 10^{05}$	66.0	185	5.41	0.03	5.11	0.20
$1.06 \cdot 10^{05}$	67.0	188	5.33	0.03	5.03	0.20
$8.71 \cdot 10^{04}$	68.2	190	5.25	0.03	4.94	0.20
$7.41 \cdot 10^{04}$	69.0	193	5.19	0.03	4.87	0.19
$6.31 \cdot 10^{04}$	70.0	195	5.12	0.03	4.80	0.19
$5.35 \cdot 10^{04}$	71.1	198	5.05	0.03	4.73	0.19
$4.53 \cdot 10^{04}$	72.0	200	4.99	0.02	4.66	0.19
$3.86 \cdot 10^{04}$	73.0	203	4.92	0.02	4.59	0.18
$3.30 \cdot 10^{04}$	74.0	206	4.86	0.02	4.52	0.18
$2.83 \cdot 10^{04}$	75.0	208	4.80	0.02	4.45	0.18
$2.43 \cdot 10^{04}$	76.0	211	4.74	0.02	4.39	0.18
$2.08 \cdot 10^{04}$	77.2	214	4.68	0.02	4.32	0.17
$1.84 \cdot 10^{04}$	78.0	216	4.63	0.02	4.26	0.17
$1.58 \cdot 10^{04}$	79.0	219	4.57	0.02	4.20	0.17
$1.38 \cdot 10^{04}$	80.0	221	4.52	0.02	4.14	0.17
$1.19 \cdot 10^{04}$	81.0	224	4.47	0.02	4.07	0.16
$1.02 \cdot 10^{04}$	82.0	226	4.42	0.02	4.01	0.16
$8.75 \cdot 10^{03}$	83.0	229	4.37	0.02	3.94	0.16
$7.73 \cdot 10^{03}$	84.0	232	4.32	0.02	3.89	0.16
$6.82 \cdot 10^{03}$	85.0	234	4.27	0.02	3.83	0.15
$6.02 \cdot 10^{03}$	86.0	237	4.22	0.02	3.78	0.15
$5.27 \cdot 10^{03}$	87.0	239	4.18	0.02	3.72	0.15
$4.64 \cdot 10^{03}$	88.0	242	4.13	0.02	3.67	0.15
$4.09 \cdot 10^{03}$	89.0	245	4.09	0.02	3.61	0.14
$3.59 \cdot 10^{03}$	90.0	247	4.05	0.02	3.55	0.14
$3.17 \cdot 10^{03}$	91.0	250	4.00	0.02	3.50	0.14
$2.83 \cdot 10^{03}$	92.0	252	3.96	0.02	3.45	0.14
$2.54 \cdot 10^{03}$	93.0	255	3.92	0.02	3.40	0.14
$2.28 \cdot 10^{03}$	94.0	258	3.88	0.02	3.36	0.13
$2.03 \cdot 10^{03}$	95.0	260	3.84	0.02	3.31	0.13
$1.83 \cdot 10^{03}$	96.0	263	3.81	0.02	3.26	0.10
$1.65 \cdot 10^{03}$	97.0	265	3.77	0.02	3.22	0.10
$1.49 \cdot 10^{03}$	98.0	268	3.73	0.02	3.17	0.10
$1.35 \cdot 10^{03}$	99.0	271	3.70	0.02	3.13	0.09
$1.22 \cdot 10^{03}$	100	273	3.66	0.02	3.09	0.09
$1.11 \cdot 10^{03}$	101	276	3.63	0.02	3.05	0.09

$R[\Omega]$	$R_p[\Omega]$	$T[\mathrm{K}]$	$1000/T$	$\sigma_{1000/T}$	$\log R$	$\sigma_{\log R}$
$1.07 \cdot 10^{03}$	102	278	3.59	0.02	3.03	0.09
$9.27 \cdot 10^{02}$	103	281	3.56	0.02	2.97	0.09
$8.47 \cdot 10^{02}$	104	284	3.53	0.02	2.93	0.09
$7.74 \cdot 10^{02}$	105	286	3.49	0.02	2.89	0.09
$7.09 \cdot 10^{02}$	106	289	3.46	0.02	2.85	0.09
$6.51 \cdot 10^{02}$	107	291	3.43	0.02	2.81	0.08
$5.98 \cdot 10^{02}$	108	294	3.40	0.02	2.78	0.08
$5.35 \cdot 10^{02}$	109	297	3.37	0.02	2.73	0.08
$5.07 \cdot 10^{02}$	110	299	3.34	0.02	2.71	0.08
$4.82 \cdot 10^{02}$	111	302	3.31	0.02	2.68	0.08
$4.36 \cdot 10^{02}$	112	304	3.29	0.02	2.64	0.08
$4.00 \cdot 10^{02}$	113	307	3.26	0.02	2.60	0.08
$3.67 \cdot 10^{02}$	114	310	3.23	0.02	2.56	0.08
$3.38 \cdot 10^{02}$	115	312	3.20	0.02	2.53	0.08
$3.13 \cdot 10^{02}$	116	315	3.18	0.02	2.50	0.07
$2.91 \cdot 10^{02}$	117	317	3.15	0.02	2.46	0.07
$2.70 \cdot 10^{02}$	118	320	3.13	0.02	2.43	0.07
$2.52 \cdot 10^{02}$	119	323	3.10	0.02	2.40	0.07
$2.35 \cdot 10^{02}$	120	325	3.08	0.02	2.37	0.07
$2.20 \cdot 10^{02}$	121	328	3.05	0.02	2.34	0.07
$2.05 \cdot 10^{02}$	122	330	3.03	0.02	2.31	0.07
$1.99 \cdot 10^{02}$	123	333	3.00	0.02	2.30	0.07
$1.78 \cdot 10^{02}$	124	335	2.98	0.01	2.25	0.05
$1.68 \cdot 10^{02}$	125	338	2.96	0.01	2.23	0.04
$1.58 \cdot 10^{02}$	126	341	2.94	0.01	2.20	0.04
$1.49 \cdot 10^{02}$	127	343	2.91	0.01	2.17	0.04
$1.40 \cdot 10^{02}$	128	346	2.89	0.01	2.14	0.04
$1.32 \cdot 10^{02}$	129	348	2.87	0.01	2.12	0.04
$1.24 \cdot 10^{02}$	130	351	2.85	0.01	2.09	0.04
$1.17 \cdot 10^{02}$	131	354	2.83	0.01	2.07	0.04
$1.11 \cdot 10^{02}$	132	356	2.81	0.01	2.04	0.04
$1.05 \cdot 10^{02}$	133	359	2.79	0.01	2.02	0.04
$9.98 \cdot 10^{01}$	134	361	2.77	0.01	2.00	0.04
$9.47 \cdot 10^{01}$	135	364	2.75	0.01	1.98	0.04
$8.97 \cdot 10^{01}$	136	367	2.73	0.01	1.95	0.04
$8.03 \cdot 10^{01}$	138	372	2.69	0.01	1.90	0.04

Tabulka 2.: Teplotní závislost

Přesnost určení hodnot odporů uvažuji 1% z naměřené hodnoty. Odchylky $logR$ a $1000/T$ byly určeny na základě standardní teorie šíření chyb. Podrobněji viz [2].

Závislost logaritmu odporu R termistoru na $1/T$ je vynesena v Grafu 2 (přiložen na závěr dokumentu). Užitím lineární regrese jsem zjistila parametry závislosti

$$f(1/T) = -(1.20 \pm 0.06) + (1167 \pm 10) \cdot \frac{1}{T}$$

Srovnáním se vztahem (3) dostávám následující hodnoty veličin R_∞ a B:

$$R_\infty = (0.063 \pm 0.001)\,\Omega$$
$$B = (2.69 \pm 0.01) \cdot 10^3\, K^{-1}$$

Data byla zpracována programem Gnuplot.

Ze znalosti B mohu nyní určit pomocí vztahu (2) aktivační energii ΔU. Plynová konstanta je dle [3] $R_k = 8.31441$ J $\cdot$ mol^{-1} $\cdot$ K^{-1}. Konstantu uvažuji se zanedbatelnou chybou. Aktivační energie tedy je

$$\Delta U = (44.7 \pm 0.2)\,\mathrm{kJ/mol}$$

Teplotní součinitel odporu α určím z rovnice (5), kde teplotu T uvažuji teplotu vzduchu v laboratoři $T_0 = (295.2 \pm 0.7)$K.

$$\alpha = (-34.0 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}\mathrm{K}^{-1}$$

Teplotu termistoru v maximu statické charakteristiky určím dle vzorce (8)

$$T_m = (64.6 \pm 2.5)^\circ\mathrm{C}$$

Ze znalosti T_m můžeme pomocí vzorce (9) vypočítat tepelný odpor K v maximu statické charakteristiky

$$K_m = (2.45 \pm 0.18) \cdot 10^3\mathrm{K} \cdot \mathrm{W}^{-1}$$

Diskuse

Satatická charakteristika termistoru odpovídá teoretickým předpokladům. Napětí nejprve lineárně roste a po dosažení teploty T_m začíná klesat. Stejně tak odpovídá teorii i teplotní závislost odporu termistoru, která je dle očekávání exponenciální.

Chyby měření jsou maximálně 8%. V několika měření si myslím, že jsou mnou určené chyby podhodnocené, zvláště v případě stanovení B s relativní chybou 0.4%. Důvodem je zřejmě lineární regrese provedená programem Gnuplot. Skutečná chyba se pravděpodobně pohybuje řádově v jednotkách.

Závěr

V tomto praktiku jsem proměřila statickou charakteristiku termistoru (výsledek udává Graf 1) a změřila teplotní závislost logaritmu odporu R termistoru na $1/T$ (výsledek viz Graf 2). Při určování materiálových konstant termistoru jsem dospěla k výsledkům

$$\begin{aligned} R_\infty =& (0.063 \pm 0.001)\,\Omega \\ B =& (2.69 \pm 0.01) \cdot 10^3\, K \\ \Delta U =& (44.7 \pm 0.2)\,\mathrm{kJ/mol} \\ \alpha =& (-34.0 \pm 0.2) \cdot 10^{-3}\, K^{-1} \end{aligned}$$

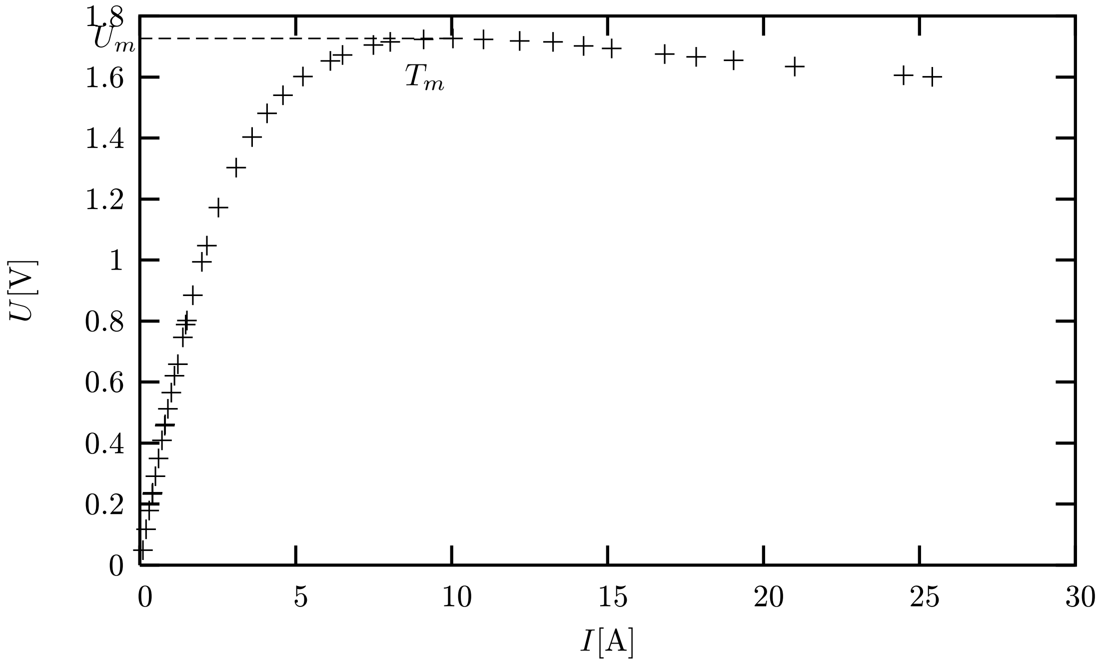
Teplota termistoru v maximu charakteristiky je $T_m = (64.6 \pm 2.5)^\circ$C a tepelný odpor při této teplotě má hodnotu $K_m = (2.45 \pm 0.18) \cdot 10^3$K $\cdot$ W^{-1}.

Literatura

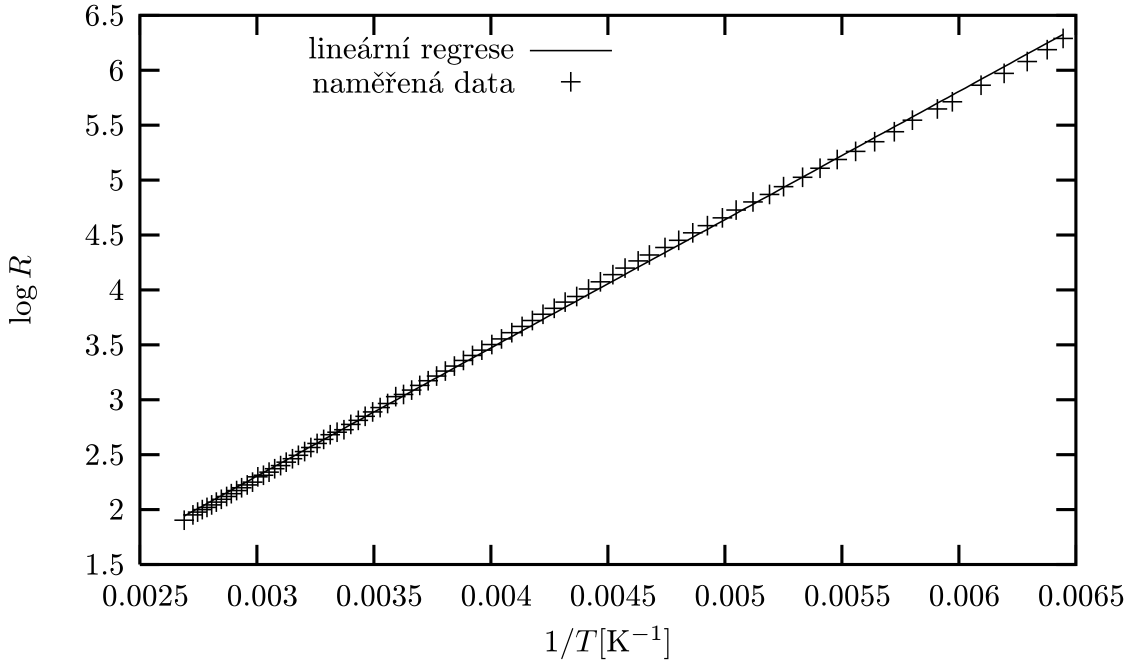
[1] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II., SPN, Praha 1989

[2] J. Englich: Zpracování výsledků fyzikálních měření, Praha 2000

[3] Brož, J. a kol.: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980



Graf 1.: Statická charakteristika termistoru



Graf 2.: Teplotní závislost odporu termistoru