**Úloha 4** Štěpán Roučka

# Měření malých odporů

## Pracovní úkol

1. Změřte odpor vzorků drátů Wheatstoneovým a Thomsonovým můstkem. Vysvětlete rozdíly ve výsledcích měření.
2. Vypočítejte měrný odpor jednotlivých vzorků i s příslušnou chybou výsledku. Stanovené hodnoty porovnejte s hodnotami uváděnými v tabulkách.

## Teorie

*Wheatstonův můstek*

Jeho sestavení je popsáno v [1] na str. 26. Když je můstek v rovnováze a galvanometrem tedy neteče žádný proud, platí mezi odpory vztah

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \tag{1}$$

Ze znalosti tří odporů lze potom určit velikost čtvrtého odporu. Při určování odporu Wheatstonovým můstkem nelze zanedbat odpor přívodních vodičů a přechodové odpory.

*Thomsonův můstek*

Při měření Thomsonovým můstkem se využívá čtyřbodového zapojení, které eliminuje vlivy přívodních vodičů. Čtyřbodové zapojení znamená, že na rezistoru jsou oddělené kontakty pro přívod proudu a pro měření napětí. Schéma Thomsonova můstku je uvedeno v [1] na str. 27. Pro odpory v Thomsonově můstku v rovnováze platí

$$\frac{R_N}{R_X} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{I - \frac{pi}{P}}{I - \frac{qi}{Q}} \tag{2}$$

V případě našeho měření platí $p/P = q/Q$ a vztah (2) se potom redukuje na tvar

$$R_X = R_N \frac{Q}{P} \tag{3}$$

*Měrný odpor*

Měrný odpor vodiče je definován vztahem

$$\rho = \frac{R\,S}{l} \tag{4}$$

kde $R$ je odpor, $S$ je průřez a $l$ je délka vodiče. Specielně pro vodič kruhového průřezu o průměru $d$

$$\rho = R \frac{\pi\, d^2}{4l} \tag{5}$$

| vzorek | $d_1$[mm] | $d_2$[mm] | $d_3$[mm] | $d_4$[mm] | $\bar{d}$[mm] | $\Delta d$[mm] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| wolfram | 0.68 | 0.69 | 0.69 | 0.68 | 0.69 | 0.01 |
| měď | 1.03 | 1.00 | 1.02 | 1.07 | 1.03 | 0.03 |
| konstantan | 0.40 | 0.40 | 0.40 | 0.40 | 0.40 | 0.01 |
| železo | 0.49 | 0.48 | 0.49 | 0.49 | 0.49 | 0.01 |
| mosaz | 0.59 | 0.59 | 0.59 | 0.59 | 0.59 | 0.01 |
| chromnikl | 0.99 | 0.99 | 1.00 | 1.01 | 1.00 | 0.01 |

**Tabulka 1.:** rozměry vzorků

**Měření**

Změřil jsem tloušťky drátů pomocí mikrometru. Nevěděl jsem jestli je tloušťka všude stejná, proto jsem každý drát měřil na čtyřech místech. Výsledky měření jsou v tabulce 1.

Délka všech drátů je stejná

$$l = (897 \pm 5)\text{mm}$$

délku jsem měřil mezi ryskami, u vnitřních kontaktů pomocí svinovacího metru. Chybu odhaduji na 5 mm, protože dráty nebyly zcela napnuté.

Nejdříve jsem měřil metodou Wheatstonova můstku. Při označení používaném na přístroji METRA MTW lze vztah 1 přepsat na tvar

$$X = R\frac{a}{b} \tag{6}$$

kde $X$ je zkoumaný odpor, $R$ je odpor odporové dekády a $a$ a $b$ jsou odpory proměnné v dekadických násobcích. Odpory $a$ a $b$ slouží pro nastavení rozsahu měření a odpor $R$ je potom využíván k jemnému vyvážení mostu. Hodnoty odporů jsem nastavil následovně: $a = (1.0000 \pm 0.0002)\Omega$, $b = (1000.0 \pm 0.2)\Omega$ Přesnost nastavení odporů na přístroji MTW je 0.02%. Nejdříve jsem změřil odpor samotných přívodních vodičů zapojených nakrátko bez vzorku. Tento odpor je

$$R_k = (23.9 \pm 2)\text{m}\Omega$$

Odpor vzorku potom počítám tak, že od naměřeného odporu odečtu $R_k$. Chybu výsledku odhaduji, na 5 m$\Omega$. Nedokáži totiž opravit chybu způsobenou přechodovými odpory při připojování vzorku, navíc určení vyváženého stavu občas nebylo úplně jednoznačné. Výsledky měření Wheatstonovým můstkem jsou uvedeny v tabulce 2.

| vzorek | $R[\Omega]$ | $R_x[\text{m}\Omega]$ | $\rho[10^{-9} \cdot \Omega \cdot \text{m}]$ |
|---|---|---|---|
| wolfram | 170.7 | $147 \pm 5$ | $59 \pm 2$ |
| měď | 48.5 | $25 \pm 5$ | $25 \pm 5$ |
| konstantan | 3619 | $3595 \pm 5$ | $504 \pm 13$ |
| železo | 663 | $639 \pm 5$ | $134 \pm 3$ |
| mosaz | 249.6 | $226 \pm 5$ | $69 \pm 2$ |
| chromnikl | 1206.8 | $1183 \pm 5$ | $1057 \pm 16$ |

**Tabulka 2.:** měření odporu Wheatstonovým můstkem

| vzorek | $Q[\Omega]$ | $P[\Omega]$ | $R_x[\mathrm{m}\Omega]$ | $\rho[10^{-9} \cdot \Omega \cdot \mathrm{m}]$ |
|---|---|---|---|---|
| wolfram | 1414.3 | 1000 | $141.4 \pm 0.5$ | $58 \pm 1$ |
| měď | 201.1 | 1000 | $20.1 \pm 0.5$ | $19 \pm 1$ |
| konstantan | 3604.3 | 100 | $3604.3 \pm 0.5$ | $505 \pm 13$ |
| železo | 6699.6 | 1000 | $670.0 \pm 0.5$ | $139 \pm 3$ |
| mosaz | 2237.6 | 1000 | $223.8 \pm 0.5$ | $68 \pm 1$ |
| chromnikl | 1181.5 | 100 | $1181.5 \pm 0.5$ | $1029 \pm 15$ |

**Tabulka 3.:** měření odporu Thomsonovým můstkem

| vzorek | Wheatstone | Thomson | tabulky |
|---|---|---|---|
| wolfram | $59 \pm 2$ | $58 \pm 1$ | 58 |
| měď | $25 \pm 5$ | $19 \pm 1$ | 19 |
| konstantan | $504 \pm 13$ | $505 \pm 13$ | 500 |
| železo | $134 \pm 3$ | $139 \pm 3$ | 135 |
| mosaz | $69 \pm 2$ | $68 \pm 1$ | 80 |
| chromnikl | $1057 \pm 16$ | $1029 \pm 15$ | 1100 |

**Tabulka 4.:** srovnání naměřených a tabelovaných hodnot

Pro měření Thomsonovým můstkem jsem použil zjednodušeného vztahu (3), přičemž $R_N$ je odporový normál velikosti $0.1\Omega$, $Q$ je odpor odporové dekády a $P$ je odpor nastavovaný v dekadických násobcích. Výsledky měření Thomsonovým můstkem jsou uvedeny v tabulce 3.

### Diskuze

Výsledné hodnoty měrného odporu se v rámci chyb shodují v obou metodách a většinou také s tabulkami. Odchylka od tabulek v případě mosazi a chromniklu může být způsobena například odlišným poměrem příměsí v materiálu. Chyba v určení měrného odporu je určena především nepřesným určením rozměrů drátu. Rozdíly v naměřených odporech různými metodami jsou již obtížněji vysvětlitelné. U Wheatstonova můstku jsem provedl korekci změřením odporu přívodních vodičů. Přesto jsem při tomto měření zanedbal přechodové odpory na kontaktech se vzorky. Výsledné odpory by tedy měly být větší než odpory měřené Thomsonem, což neplatí u konstantanu a především u železa. Tuto chybu si vysvětluji tím, že Thomsonovým můstkem jsem měřil na více platných míst a tudíž jsem i více zatěžoval vzorek procházejícím proudem. Je tedy možné, že měření Thomsonovým můstkem způsobilo větší zahřátí vzorku a tím pádem i zvýšení odporu. Tomu by se možná dalo vyvarovat, pokud bych můstek spínal po delších přestávkách a pouze na velmi krátkou dobu.

### Závěr

Úspěšně jsem změřil elektrický odpor a měrný elektrický odpor předložených vzorků užitím Thomsonova a Wheatstonova můstku. Souhrn výsledků je v tabulce 4. ve srovnání s hodnotami uváděnými v [2] resp. [3].

## Literatura


[1] Studijní texty, úloha XXI. `http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/`

[2] Mikulčák, J., Klimeš, B., Široký, J., Šůla, V., Zemánek, F.: Matematické fyzikální a chemické tabulky. Prometheus, Praha 1997.

[3] Brož, J., Roskovec, V., Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky. SNTL, Praha 1980