Úloha XIX: Volný pád koule ve viskózní kapalině

Josef Melcr

20. března 2009

Úkoly

1. Změřte dynamickou viskozitu parafinového oleje Stokesovou metodou.
2. Změřte dynamickou viskozitu ricinového oleje Stokesovou metodou.
3. Ověřte, zda jsou pro dané experimentální uspořádání splněny podmínky platnosti Stokesova vzorce pro odpor prostředí při pohybu koule.
4. Hustotu skleněných kuliček určete pyknometrickou metodou.

Teorie

Na kuličku padající ve viskózní kapalině působí síla tíhová, vztlaková a odporová závislá na rychlosti podle stokesova vzorce:

$$F_{odp.} = 6\pi\eta r v \tag{1}$$

kde η je viskozita kapaliny, r poloměr kuličky a v její rychlost.

Tento vztah můžeme pro náš výpočet použít za podmínky, že Reynoldsovo číslo $Re << 1$, což ověříme podle vztahu:

$$Re = \frac{2r\rho v}{\eta} \tag{2}$$

kde ρ je hustota kapaliny.

Pro měření viskozity Stokesovou metodou pak použijeme vztah dle [1]:

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_t - \rho)g}{9v(1 - 2,4\frac{r}{R})} \tag{3}$$

kde R je poloměr válcové nádoby, ρ_T je hustota kuliček a g je místní tíhové zrychlení.

Tento vztah vyžaduje v konstantní, na což musíme při měření dohlédnout a podle toho případně změnit začátek měření času.

Hustotu kuliček zjistíme pomocí pyknometru ze vzorce:

$$\rho_o = \rho_v \frac{m_o}{m_{p+v} - (m_{p+0+v} - m_o)} \tag{4}$$

kde m je hmotnost a index v označuje destilovanou vodu, o kuličky a p pyknometr.

Pomůcky

Odměrné válce, stopky DS35, laboratorní váhy, kuličky dvou rozměrů, skleněný pyknometr 5ml, dílenský mikroskop, posuvné měřítko (1mm), gumičky, ricinový olej, parafinový olej, destilovaná voda, svinovací metr (1mm), misky, sítka, nálevka, transformátor, pinzeta.

Výsledky

Na již připravené dva odměrné válce s ricinovým resp. parafinovým olejem jsme nasadili gumičky k označení začátku a konce měření. Dbali jsme na to, abychom dali první (začátek měření) pod hladinu kapaliny dostatečně hluboko, abychom mohli považovat pohyb kuliček mezi gumičkami v odměrném válci za rovnoměrný. Změřili jsme posuvným měřítkem průměr obou odměrných válců, poloměr pak vyšel pro oba válce stejně $R = (39,0 \pm 0,1)mm$.

Měření rychlosti pádu kuliček v kapalinách jsme provedli následujícím způsobem: změřili jsme průměr každé kuličky, vhodili jsme ji do odměrného válce a stopkami jsme změřili, za jakou dobu urazila vyznačenou dráhu.

Protože jsme udělali pokus se dvěma kapalinami a dvěma druhy kuliček, zjistili jsme, zda má smysl konat experiment pro všechny kombinace kuliček a kapalin. Z rovnice (2) jsme zjistili, že nemá smysl měřit rychlost pádu větších kuliček v parafinovém oleji. Přestože nebyla dostatečně splněna podmínka $Re << 1$ u Parafinového oleje ani pro menší kuličky, provedli jsme pokus i tak.

Tabulka 1: Ricinový olej

r $[mm]$	t $[s]$	v $[mm\ s^{-1}]$	Re	η $[Pa\ s]$
1,29	30,80	6,30	0,016	1,0347
1,27	30,78	6,30	0,015	1,0010
1,29	32,13	6,04	0,015	1,0664
1,32	32,47	5,97	0,015	1,1399
1,28	32,42	5,98	0,015	1,0673
1,29	31,69	6,12	0,015	1,0518
1,31	31,38	6,18	0,016	1,0756
0,79	71,28	2,72	0,004	0,8739
0,78	77,07	2,52	0,004	0,9144
0,80	75,41	2,57	0,004	0,9488
0,78	75,06	2,58	0,004	0,9024

vzdálenost gumiček = $(194 \pm 1)\, mm$

Pyknometrickou metodou jsme zjistili hustotu kuliček velkých i malých. Na laboratorních vahách jsme zvážili kuličky, pyknometr s kuličkami, pyknometr s kuličkami a vodou, pyknometr s vodou. Voda byla při každém měření naplněna až po okraj, vyplňovala celou kapiláru v zátce pyknometru. Před měřením jsme vždy pyknometr očistili a osušili dle potřeb.

Tabulka 2: Parafinový olej

r $[mm]$	t $[s]$	v $[mm\ s^{-1}]$	Re	η $[Pa\ s]$
1,31	1,89	118,52	2,593	0,060
0,81	3,98	56,28	0,761	0,047
0,79	4,11	54,50	0,714	0,046
0,81	3,93	57,00	0,771	0,047
0,82	3,92	57,14	0,782	0,048
0,80	3,96	56,57	0,756	0,046
0,80	3,93	57,00	0,757	0,045
0,81	3,93	57,00	0,766	0,046
0,81	3,94	56,85	0,764	0,046

vzdálenost gumiček $= (224 \pm 1)\, mm$

Tabulka 3: měření hmotností v gramech

měřené objekty	velké kuličky	malé kuličky
kuličky	2,7990	2,2608
kuličky a pyknometr	9,4454	8,9074
pyknometr naplněný vodou	11,6343	11,6343
pyknometr s kuličkami naplněný vodou	13,3581	13,0355

$$\begin{aligned}
\eta_{ricin} &= (1000 \pm 300)\, 10^{-3} \cdot Pa\ s \\
\eta_{parafin} &= (47 \pm 5)\, 10^{-3} \cdot Pa\ s \\
\rho_{Vel.} &= (2,60 \pm 0,01)\, g\ cm^{-3} \\
\rho_{mal.} &= (2,62 \pm 0,01)\, g\ cm^{-3}
\end{aligned}$$

Tabulkové údaje dle MFChT [3]:

$$\begin{aligned}
\eta_{ricin} &= 986\, 10^{-3} \cdot Pa\ s \\
\eta_{parafin} &= 101,7\, 10^{-3} \cdot Pa\ s \\
\rho_{sklo} &= 2,40 - 2,60\ \cdot g\ cm^{-3}
\end{aligned}$$

Měření jsme provedli za průměrné teploty $22°C$.

Diskuse

Chyba měření poukazuje na fakt, že zvolenou metodou nelze dosáhnout přesného výskedu. Bez referenčních hodnot z tabulek bychom o viskozitě Ricinového oleje nemohli říct téměř nic. To, že se naměřená hodnota liší od tabelované hodnoty z MFChT [3] o necelá 3% jen potvrzuje, že rozložení naměřených hodnot odpovídá normálnímu rozdělení.

Výsledky dobře ukazují, jak je předpoklad $Re << 1$ důležitý. Zatímco naměřená viskozita Ricinového oleje se k tabelované hodnotě blíží, pro Parafinový olej, kde Reynoldsovo číslo dosahovalo téměř hodnoty $0,8$, musíme bohužel konstatovat, že se v souladu s předpoklady experiment nezdařil.

Při měření dílenským mikroskopem nebyly rysky dobře vidět, což vedlo k tomu, že jsme jejich polohu často odhadovali. Pro měření stopkami používáme běžnou hodnotu $0,2\ s$ pro reakční dobu člověka. Měření vzdálenosti gumiček ovlivňovalo to, že nebyly vodorovně a svinovací metr se navíc prohýbal.

Chyba měření vah je zanedbatelná vůči chybám, které jsme do výpočtu vnesli jinak (nedokonalé očištění pyknometru, bublinky mezi kuličkami apod.). Proto jsme odhadli chybu měření hustoty kuliček na $0,01\,g\ cm^{-3}$.

Měření průměrů kuliček jsme ze začátku prováděli dvakrát v různých směrech. V průběhu experimentu jsme ovšem zjistili, že takové měření nemá příliš význam z důvodu, že v rámci nepřesností vycházely průměry téměř stejně.

Při výpočtech se ukázalo, že přesnosti měřících přístrojů neměly na výsledky téměř žádný vliv. Přesto, že jsme vypočetli odchylky jednotlivých měření pomocí odhadů dost nadsazeně (s přihlédnutím ke komplikacím při měření), jejich velikost byla většinou i o dva řády nižší než chyba aritmetického průměru.

Závěr

Změřili jsme dynamickou viskozitu η pro Ricinový a Parafinový olej, experiment se ale částečně zdařil pouze v případě Ricinového oleje. Změřili jsme hustoty ρ použitých kuliček pyknometrickou metodou, odpovídají horní hranici rozpětí pro tabulkové sklo dle MFChT [3].

$$\begin{aligned} \eta_{ricin} &= (1000 \pm 300)\,10^{-3} \cdot Pa\ s \\ \eta_{parafin} &= (47 \pm 5)\,10^{-3} \cdot Pa\ s \\ \rho_{Vel.} &= (2,60 \pm 0,01)\,g\ cm^{-3} \\ \rho_{mal.} &= (2,62 \pm 0,01)\,g\ cm^{-3} \end{aligned}$$

Literatura

[1] Studijní text k úloze XIX.

[2] Jiří Englich: Úvod do praktické fyziky I, matfyzpress, Praha 2006

[3] Kolektiv autorů: Matematické, fyzikální a chemické tabulky, SPN, 1970