Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM I – Mechanika a molekulová fyzika

Úloha č. X

Název: Měření momentu setrvačnosti kola

Pracoval: Jiří Vackář stud. skup. 11 dne 7. 4. 2008

Odevzdal dne: 18. 4. 2008

Hodnocení:

Připomínky:

Kapitola referátu	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0 – 3	
Výsledky měření	0 – 9	
Diskuse výsledků	0 – 5	
Závěr	0 – 2	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

1 Pracovní úkoly

1. Změřte moment setrvačnosti kola metodou kyvů.
2. Změřte moment setrvačnosti kola metodou otáčení pro různé hodnoty parametru α. Graficky znázorněte závislost $\omega = \omega(t)$ pro tři odlišné hodnoty parametru α.
3. Určete moment třecích sil M_t a moment setrvačnosti kola I_k korigovaný na nulovou hodnotu tření.
4. Graficky znázorněte závislost nekorigovaného momentu I^* na parametru α.

2 Teoretická část

2.1 Měření momentu setrvačnosti metodou kyvů

Moment setrvačnosti kola lze zjistit tak, že umístíme na jeho obvod závaží o známé hmotnosti m. Obě tělesa dohromady tvoří fyzikální kyvadlo a pro malé výchylky s dostačující přesností platí, že síla vracející systém do rovnovážné polohy je přímo úměrná výchylce. Konstantou úměrnosti je právě moment setrvačnosti. Dle Steinerovy věty je moment setrvačnosti soustavy více těles roven součtu jednotlivých momentů, moment setrvačnosti kola získáme tedy jako rozdíl celkového momentu setrvačnosti a vypočteného momentu setrvačnosti závaží.

Při zanedbání tření získáme vztah [1]

$$I = ml(\frac{gT^2}{4\pi^2} - l) \tag{1}$$

kde g je místní tíhové zrychlení, l je vzdálenost středu závaží od osy otáčení a T je perioda kyvů.

2.2 Měření momentu setrvačnosti metodou otáčení

Na kladku průměru d spojenou souose s kolem je navinuto vlákno, na němž volně visí závaží o hmostnosti m. Uvolníme-li kolo z klidu, závaží svou tíhou kolo roztáčí. Zpohybových rovnic této soustavy lze pro nekorigovaný moment setrvačnosti kola I^* odvodit vztahy

$$I^* = m\left(\frac{d}{2}\right)^2\left(\frac{g}{a} - 1\right) = m\left(\frac{d}{2}\right)^2\left(\frac{g}{r\varepsilon} - 1\right) \tag{2}$$

kde a je zrychlení a ε je úhlové zrychlení stanovené jako směrnice regresní přímky proložené závislostí

$$\omega = f(t) \tag{3}$$

kde ω je střední hodnota úhlové rychlosti v jednotlivém časovém intervalu změřená počítačem se světelnou branou.

Zavedením třecích sil dostaneme korigovaný moment setrvačnosti kola I_k . Substitucí

$$\alpha = \frac{r}{a} = \frac{1}{\varepsilon} \tag{4}$$

a použitím rovnice 2 zjistíme, že nekorigovaný moment setrvačnosti I_* je lineárně závislý na parametru α

$$I^* = I_k + \alpha M_t \tag{5}$$

kde M_t je moment třecích sil (uvažovejeme konstantní vůči rychlosti) a I_k je moment setrvačnosti korigovaný na nulovou hodnotu tření.

3 Průběh a výsledky měření

3.1 Metoda kyvů

Čas T jsem měřil elektronickými stopkami s přesností 0,01 s pro 10 kmitů při počáteční výchylce 5–6° (při menší výchylce se začalo výrazněji projevovat zpomalení a nepravidelný pohyb způsobený třením v ložisku, při větší se perioda zvětšuje protože síla vracející závaží do rovnovážné polohy není přímo úměrná výchylce). Skrze kolo jsem pozoroval značku rovnovážné polohy nakreslenou na stěně za ním. Stopky spouštěl a zastavoval, jakmile závaží dosáhlo této značky. Reakční zpoždění by tedy mělo mít stejný vliv na začátek i konec měření s odhadnutou nejistotou do 0,2 s. Standartní odchylka deseti měření je 0,08 s.

Vzdálenost l jsem měřil nepřímo jako polovinu průměru středového válce, vzdálenost k závaží a polovinu průměru závaží (těžiště jsem odhadl v jeho středu), celkovou nejistotu odhaduji na $\pm 1,5$ mm.

Vzdálenost závaží od osy l	(236,2±1,5) mm
Hmotnost závaží m	(148,5±0,1) g

Časy deseti kyvů [s]	24,38	24,35	24,29	24,28	24,16	24,29	24,22	24,38	24,43	24,32

Výsledná perioda kyvu $T = (2,431 \pm 0,08)\ s$

Dle vztahu 1 vypočítáme moment setrvačnosti

$$I = 43,2 \pm 3\ g\,m^2$$

3.2 Metoda otáčení

Průměr d menších dvou kladek jsem měřil posuvným měřítkem s přesností 0,05 mm přímo, větší dvě kladky jsem musel měřit nepřímo, neboť mají osazení a délka čelistí posuvného měřidla (menší než poloměr kladek) znemožňovala přímé změření průměru d. Změřil jsem tedy průměr kladky sosazením, hloubkoměrem posuvného měřidla výšku osazení a průměr kladky dopočítal.

3.2.1 Průměry kladek

Kladka "180 mm"	(179,4±0,1) mm
Kladka "140 mm"	(138,6±0,1) mm
Kladka "100 mm"	(99,6±0,05) mm
Kladka "180 mm"	(59,75±0,025) mm

Hmotnost háčku, na němž visí závaží, je 0,145 g, hmotnost nitě 0,204 g. Hmotnost háčku přičteme k hmotnostem závaží, hmotnost nitě se začne projevovat postupně, proto o její polovinu zvýším uvažovanou hmotnost závaží a nejistota měření bude také polovina její hmotnosti.

3.2.2 Hmotnosti závaží

Závaží "50 g"	(50,042±0,1) g
Závaží "30 g"	(30,154±0,1) g
Závaží "20 g"	(20,144±0,1) g
Závaží "15 g"	(15,195±0,1) g
Závaží "10 g"	(10,218±0,1) g

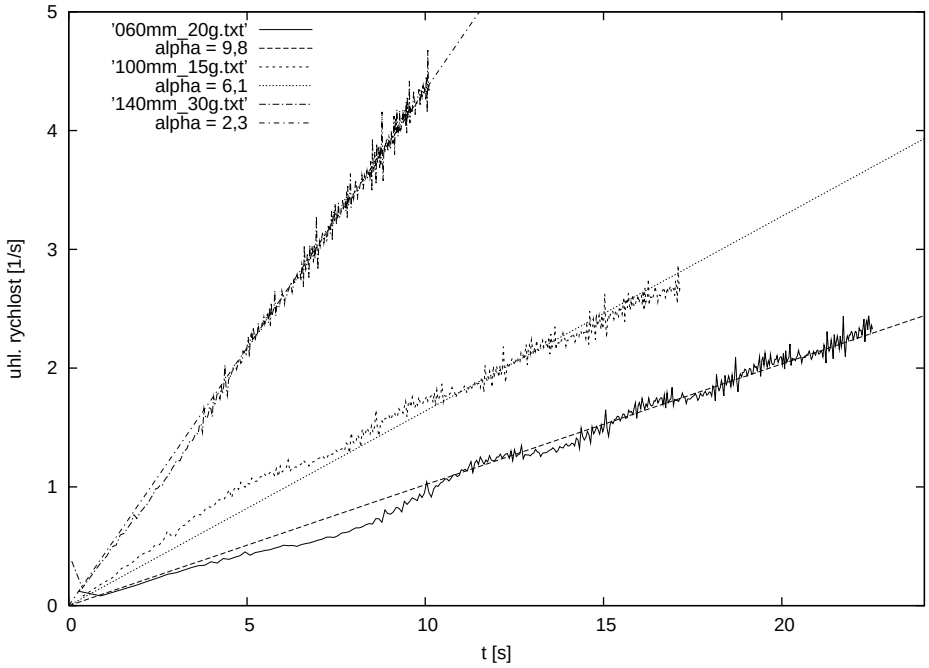
3.2.3 Nekorigovaný moment setrvačnosti I^* pro různé hodnoty parametru α

kladka a závaží	α [s^2]	I^* [g m^2]
60 mm, 10 g	25,3	75,7
60 mm, 15 g	14,2	63,1
60 mm, 20 g	9,8	58,0
60 mm, 30 g	5,8	51,0
60 mm, 50 g	3,3	48,5
100 mm, 10 g	11,6	57,9
100 mm, 15 g	6,1	45,3
100 mm, 20 g	4,6	45,2
100 mm, 30 g	3,0	44,4
100 mm, 50 g	1,9	46,6
140 mm, 10 g	8,2	56,7
140 mm, 15 g	4,8	49,6
140 mm, 20 g	3,7	50,0
140 mm, 30 g	2,3	47,1
140 mm, 50 g	1,3	45,0
180 mm, 10 g	5,4	48,5
180 mm, 15 g	3,5	46,4
180 mm, 20 g	2,6	45,6
180 mm, 30 g	1,7	44,7
180 mm, 50 g	1,0	44,0

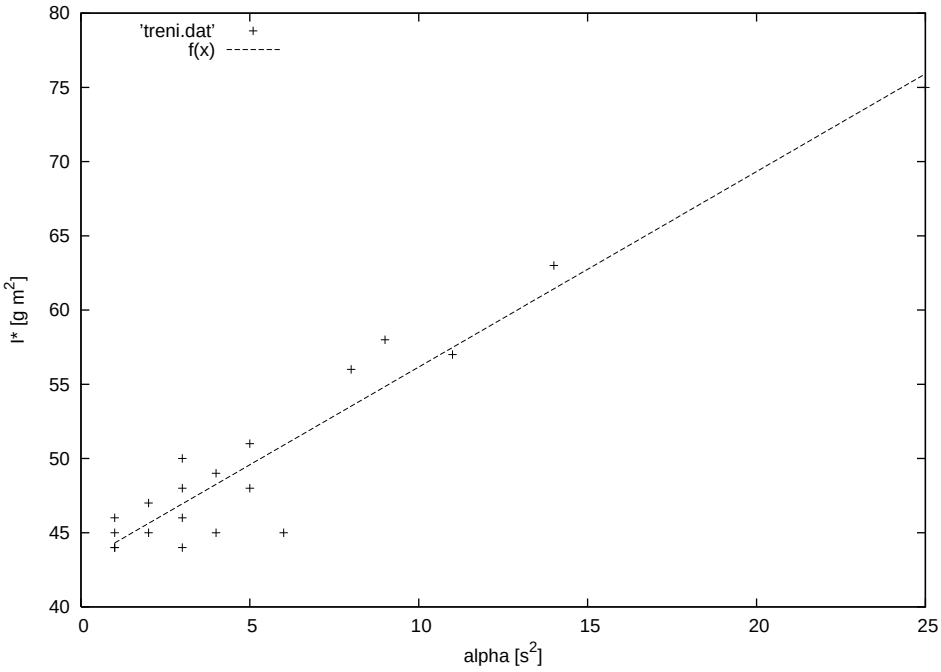
3.2.4 Moment třecích sil

Zvýše uvedených hodnot vypočítáme metodou nejmenších čtverců a užitím vztahů 4 a 5 velikost momentu třecích sil $M_t = (1,31 \pm 0,09)\,\mathrm{N\,m}$ a korigovanou hodnotu momentu setrvačnosti kola pro nulové tření $I_k = (43,00,7)\,\mathrm{g\,m^2}$.

ObrázekZávislost úhlové rychlosti $\omega(t)$ pro tři různé hodnoty parametru α



ObrázekZávislost nekorigovaného momentu setrvačnosti I^* na parametru α



4 Diskuse výsledků

Dvěma způsoby změřené momenty setrvačnosti kola se v rámci své chyby shodují.

Výsledek získaný metodou kyvů zahrnuje systematickou chybu způsobenou třením v ložisku, čemuž odpovídá, že moment setrvačnosti vychází vyšší.

Výsledek získaný druhou metodou může být posunut pouze systematickou chybou, která je způsobena nepřesným vyvážením kola, což je patrné zejména zgrafu 1 pro malé hodnoty parametru α, kdy má tření sečtené s nevyváženou tíhou kola moment srovnatelný s momentem závaží - při měření nejmenšího závaží na nejmenší kladce se kolo dokonce jedenkrát po necelé půl otáčce zastavilo vrovnováze. Z grafu je vidět, že ve chvíli, kdy se kolo blíží do rovnovážné polohy, rychlost se zvyšuje a následně klesá. Stejný efekt by mohl být způsobený též nesymetrickým třením v ložisku kola; tuto hypotézu není možné snadno potvrdit ani vyvrátit, museli bychom kolo vyvažovat až do chvíle, kdy by se zcela volně otáčelo a nemělo žádnou preferovanou polohu, ve které by se zastavovalo a potom měření zopakovat.

Skoky v úhlové rychlosti ω (zřejmé v grafu 1) jsou způsobeny ne zcela přesně pravidelným rozmístěním měřicích zářezů na obvodu kola nebo konečnou přesností měření času.

5 Závěr

Metodou kyvů jsem určil moment setrvačnosti kola

$$I = 43,2 \pm 3\, g\, m^2$$

Momentu třecích sil kola jsem vypočítal

$$M_t = (1,31 \pm 0,09)\,\mathrm{N\,m}$$

Korigovanou hodnotu momentu setrvačnosti kola pro nulové tření jsem vypočítal

$$I_k = (43,00,7)\,\mathrm{g\,m^2}$$

Reference

[1] Studijní text fyzikálního praktika http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_113.pdf

[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980