Úloha X: Měření rychlosti šíření zvuku

Josef Melcr

11. března 2009

Úkoly

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu E materiálu tyče.
2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitém pomocí uzavřeného resonátoru. Výsledky měření zpracujte metodou linární regrese a graficky znázorněte.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

Teorie

Rychlost šíření c a vlnová délka λ zvukové vlny závisí na prostředí, kterým se vlna šíří, zatímco frekvence f vlny zůstává stejná, což vyjadřuje vztah:

$$c = \lambda f \tag{1}$$

kde c je rychlost šíření vlny, λ je vlnová délka a f frekvence.

Měření podélné rychlosti zvuku v mosazné tyči lze provést tak, že tyč uchytíme přesně uprostřed, jedním jejím koncem ji zasuneme do Kundtovy trubice a druhý rozkmitáme v podélném směru třením pokalafunovaným hadříkem. Protože víme, že při takovémto upevnění budou na koncích tyče kmitny, délka tyče bude mít zároveň délku poloviny vlnové délky. Z (1) dále vyplývá:

$$\frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} \tag{2}$$

kde indexy odlišují dvě různá prostředí.

Ze znalosti vlnové délky a rychlosti šíření tónu „zahraného“ na mosaznou tyč ve vzduchu lze již učit rychlost šíření zvuku v mosazi:

$$c_{mosaz} = c_{vzduch} \frac{2l}{\lambda_{vzduch}} \tag{3}$$

Rychlost vzduchu zjistíme pro tento výpočet tak, že použijeme hodnot a vztahů z [1].

$$\begin{aligned} 0\%\,\text{vlhkost}: \quad c &= (331,82 + 0,61T)\ ms^{-1} \\ 50\%\,\text{vlhkost}: \quad c &= [344,36 + 0,63(T - 20°C)]\ ms^{-1} \end{aligned} \tag{4}$$

Modul pružnosti v tahu E vypočteme podle vztahu:

$$E = c^2 \rho \tag{5}$$

kde c je rychlost šíření zvuku v mosazi a ρ je její hustota

V uzavřeném rezonátoru vzniká stojaté vlnění. Lze najít takovou budící frekvenci a délku rezonátoru, aby nastala reznonance. Tohoto jevu využijeme při dalších experimentech.

Nejprve provedeme měření rychlosti zvuku ve vzduchu se stálou frekvencí a proměnnou délkou rezonátoru. Najdeme délky, při kterých nastává rezonance a pro které platí vztah, ze kterého určíme rychlost šíření zvuku ve vzduchu. Vycházíme ze vzorce (1):

$$c = 2\,\Delta l f \tag{6}$$

kde Δl označuje vzdálenost dvou sousedních nalezených rezonancí a f je frekvence vlnění.

Následně najdeme rezonance pro danou délku s různými frekvencemi. Pro toto měření ovšem musíme znát přibližně základní frekvenci pro danou délku rezonátoru, abychom věděli přesně, kolik půlvln v rezonátoru je. Pro tento odhad použijeme tabulkové hodnoty rychlostí, ze kterých pro danou délku tyto základní frekvence vypočteme. Stejný vztah použijeme i pro naše měření:

$$c = \frac{2 l f_k}{k} \tag{7}$$

kde l je délka rezonátoru, f_k je naměřená frekvence a k je počet půlvln v rezonátoru

Poissonovu konstantu κ určíme podle vzorce:

$$\kappa = \frac{c^2 \mu}{RT} \tag{8}$$

kde μ je molekulová hmotnost plynu, R molární plynová konstanta a T teplota v Kelvinech

Pomůcky

Kundtova trubice, mosazná tyč, kalafuna, korkový prášek, rezonátor s proměnnou délkou, ampérmetr, mikrofon, sluchátkový reproduktor, metr, generátor budící frekvence, měřič frekvence, digitální teploměr a barometr.

Výsledky

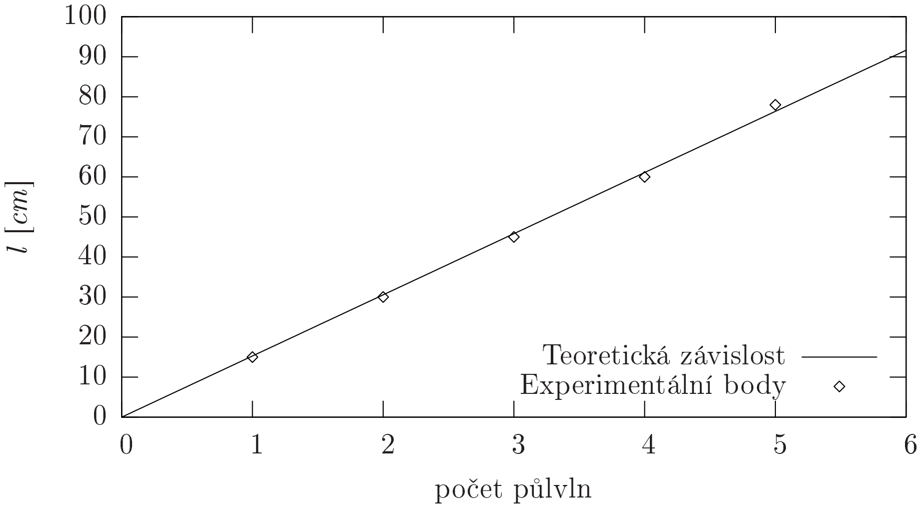
Změřili jsme délku mosazné tyče a po vytvoření obrazce v Kundtově tyči jsme změřili vzdálenost jednotlivých výchylek od konce tyče. Naměřené hodnoty jsou zaznamenány v tabulce 1:

Tabulka 1: rychlost zvuku v mosazné tyči

délka tyče =	150,8 ± 0,06 cm
půlvln	Naměřená délka [cm]
1	15,2
2	30,3
3	45,4
4	60,8
5	78,7

Naměřené délky jsme graficky zpracovali v programu Gnuplot4.0, výsledek znázorňuje graf 1.

Graf 1: závislost naměřené délky na počtu půlvln



Graf 1 znázorňuje lineární závislost délky na počtu půlvln. Experimentální body jsme nafitovali přímkou podle metody nejmenších čtverců s chybou fitu menší než 1%. Takto jsme zároveň spočetli i vlnovou délku λ_{vzduch}, kterou jsme dosadili do vzorce (3).

Změřili jsme dále relativní vlhkost vzduchu a teplotu vzduchu v laboratoři. Ze vztahů (4) jsme poté určili rychlost šíření zvuku ve vzduchu za předpokladu, že na vlhkosti závisí lineárně. Výsledky jsou:

$$\begin{aligned} \lambda_{vzduch} &= (15,27 \pm 0,15)\ cm \\ \text{vlhkost} &= 35,2\,\% \\ \text{teplota} &= 23,8\,^{\circ}C \\ c_{vzduch} &= 346,55\ ms^{-1} \\ c_{mosaz} &= (3422 \pm 34)\ ms^{-1} \end{aligned}$$

Ze vztahu 5 jsme následně vypočetli modul pružnosti v tahu E mosazi. Pro hustotu mosazi jsme použili tabulkové hodnoty dle [3]:

$$\begin{aligned} \rho &= 8600\ kg\,m^{-3} \\ E &= (101 \pm 2)\ GPa \end{aligned}$$

Připravili jsme rezonátor na měření a foukacím balónkem jsme se ujistili, že uvnitř již téměř nejsou žádné zbytky CO_2 po předchozím měření. Jako první jsme provedli měření s konstantní budící frekvencí. Takto jsme měřili jen rychlost zvuku ve vzduchu.

K detekci rezonancí jsme použili mikrofon umístěný uvnitř rezonátoru, který byl připojený na ampérmetr. Kolem rezonanční frekvence proudy znatelně stoupaly, z čehož jsme určili, pro které délky rezonátrou (resp. frekvence v následujícím měření) rezonance nastala.

Budící frekvenci jsme nastavili na 3501,4 Hz. Naměřené délky a jejich vzdálenosti znázroňuje následující tabulka:

Tabulka 2: Měření rychlosti zvuku ve vzduchu

budící frekvence =	3501,4 ± 0,05 Hz
délky	rozdíly [cm]
73,1	4,9
78,0	4,9
82,9	4,9

Třetí hodnotu rozdílu jsme vypočetli jako rozdíl první a poslední dělenou dvěma. Toto jsme mohli provést, protože naměřené hodnoty na sobě nezávisejí. Z rovnice (6) jsme vypočetli rychlost zvuku c ve vzduchu:

$$c = (343 \pm 2)\ ms^{-1}$$

Druhé měření pomocí rezonátoru využívalo vzathu (7). S konstantní délkou rezonátoru jsme měřili frekvence, při kterých docházelo k rezonanci. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 3:

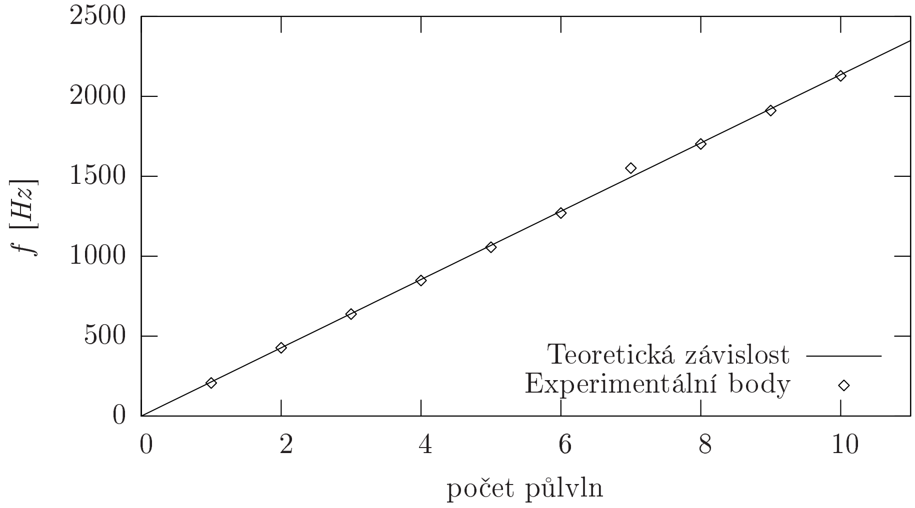
Tabulka 3: měření rychlosti zvuku ve vzduchu a CO $_2$

l = 80,00 ± 0,03 cm			
k	f_{vzduch}	f_{CO_2}	[Hz]
1	207,64	161,49	
2	427,48	337,29	
3	638,06	504,27	
4	848,54	670,69	
5	1056,71	833,58	
6	1270,37	1001,36	
7	1551,71	1171,98	
8	1702,23	1336,57	
9	1911,86	1501,46	
10	2128,68	1670,71	

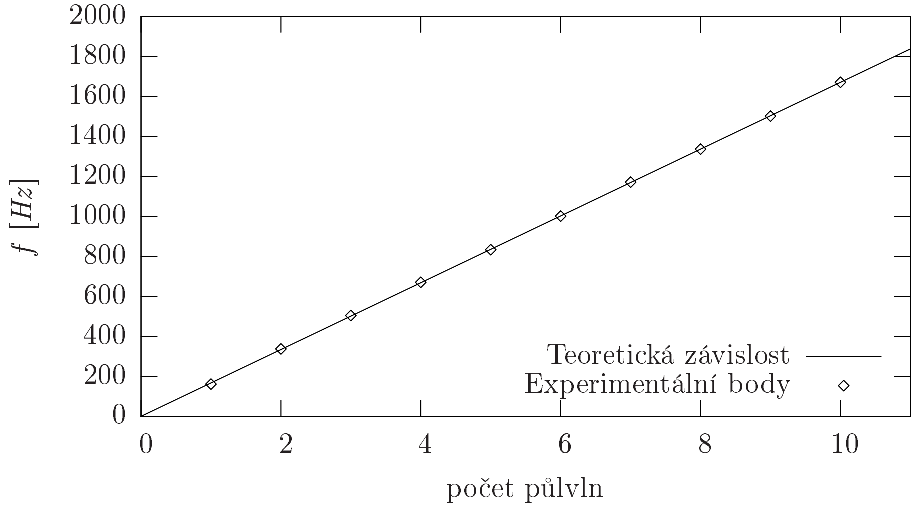
Naměřené hodnoty frekvencí jsme zpracovali v programu Gnuplot4.0 fitováním lineární funkcí, čímž jsme zjistili frekvenci s chybou pro dosazení do vztahu (7) pro výpočet rychlosti zvuku v daných prostředích. Tyto rychlosti vyšly:

$$\begin{aligned} c_{vzduch} &= (342 \pm 2)\ ms^{-1} \\ c_{CO_2} &= (267,69 \pm 0,25)\ ms^{-1} \end{aligned}$$

Graf 2: závislost budící frekvence na počtu půlvln v uzavřeném rezonátoru pro vzduch



Graf 3: závislost budící frekvence na počtu půlvln v uzavřeném rezonátoru pro CO_2



Grafy 2 a 3 znázorňují závislost frekvence na počtu kmiten uvnitř rezonátoru. Do grafů nejsou zaneseny chyby měření, protože by byly menší, než použité body. Proložená přímka je výsledkem fitu, který má pro vzduch chybu přibližně 0,5 % resp. 0,1 % pro CO_2.

Naměřené hodnoty ve zkoumaných intervalech vykazují lineární závislost. Všechny experimentální body souhlasí s teorií a nevykazují hrubou, ani systematickou chybu.

S použitím naměřených hodnot jsme nakonec vypočetli Poissonovu konstantu κ pro CO_2:

$$\kappa = 1,2726 \pm 0,0024$$

Pro výpočet chyb jsme použili vztahů z [2]. Jako chybu měření u hodnot použitých jako data k fitování jsme použili chybu fitu.

Diskuse

Během experimentu se nevyskytly problémy, které by naše výsledky znehodnocovaly. To potvrzuje i srovnání naměřených hodnot s hodnotami z tabulek [3]:

$$\begin{aligned} c_{mosaz} &= 3400\ ms^{-1} \\ c_{vzduch} &= 343\ ms^{-1} \\ c_{CO_2} &= 260\ ms^{-1} \\ E &= 100\ GPa \\ \kappa &= 1,304 \end{aligned}$$

Uvedené rychlosti ve vzduchu a CO_2 se od naměřených odchylují předpokládaným směrem; jelikož mohly v rezonátoru zůstat zbytky CO_2, zatímco jsme měřili rychlost vzduchu, tyto zbytky rychlost zvuku ve vzduchu snížily. Naproti tomu jsme dle očekávání nevyměnili CO_2 a vzduch dokonale, což způsobilo, že naměřená rychlost pro CO_2 je vyšší, než je uvedeno v tabulkách.

Tato skutečnost také s nejvyšší pravděpodobností vedla k tomu že vypočtená Poissonova konstanta κ pro CO_2 se ani v rámci chyby neshoduje s hodnotou z tabulek.

Naměřená rychlost zvuku v mosazi se víceméně shoduje s tabelovanou hodnotu stejně jako vypočtený modul pružnosti v tahu E.

Závěr

Změřili jsme rychlost šíření zvuku v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice; ve vzduchu a CO_2 pomocí uzavřeného reonátoru s konstantní délkou rezonátoru l a pro vzduch i s konstatní frekvencí f. Dále jsme vypočetli modul pružnosti v tahu E mosazi a Poissonovu konstantu κ pro CO_2. Naše výsledky:

$$\begin{aligned} & c_{mosaz} &&= (3422 \pm 34)\ ms^{-1} \\ f \text{ konst.}: \ & c_{vzduch} &&= (343 \pm 2)\ ms^{-1} \\ l \text{ konst.}: \ & c_{vzduch} &&= (342 \pm 2)\ ms^{-1} \\ & c_{CO_2} &&= (267,69 \pm 0,25)\ ms^{-1} \\ & E &&= (101 \pm 2)\ GPa \\ & \kappa &&= 1,2726 \pm 0,0024 \end{aligned}$$

Literatura

[1] Studijní text k úloze X.

[2] Jiří Englich: Úvod do praktické fyziky I, matfyzpress, Praha 2006

[3] Kolektiv autorů: Matematické, fyzikální a chemické tabulky, Státní pedagogické nakladatelství, 1970