Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM I – Mechanika a molekulová fyzika

Úloha č. III

Název: Studium proudění viskózní kapaliny trubicemi kruhového průřezu

Pracoval: Jiří Vackář stud. skup. 11 dne 16. 5. 2008

Odevzdal dne: 25. 5. 2008

Hodnocení:

Připomínky:

Kapitola referátu	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0 – 3	
Výsledky měření	0 – 9	
Diskuse výsledků	0 – 5	
Závěr	0 – 2	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

1 Pracovní úkoly

1. Pro tři vodorovné trubice s různými poloměry kruhového průřezu, které jsou opatřeny manometry, naměřte závislost objemového průtoku Q_v na úbytku statického tlaku Δp na vyšetřované délce trubice l ve směru proudění.
2. Sestrojte grafy závislosti $Q_v = Q_v(p)$. Do grafu také zakreslete teoretické křivky této závislosti plynoucí z Poiseuillovy rovnice.
3. Ze směrnice závislosti $Q_v = Q_v(p)$ v oblasti laminárního proudění určete poloměr trubice.
4. Upravený poloměr dosaďte do vztahů pro výpočet Re a k.
5. Sestrojte graf závislosti $k = k(Re)$, kde k je součinitel odporu trubice a Re je Reynoldsovo číslo.

2 Teoretická část

Pro závislost objemového průtoku Q_V na úbytku statického tlaku vtrubici o průřezu r na úseku délky l platí při průtoku kapaliny viskozity η vztah [1]

$$Q_V = \frac{\pi r^4}{8\eta l}\Delta p \tag{1}$$

kde Δp je úměrný výšce h vodního sloupce vmanometrické trubici takto

$$\Delta p = h\rho g \tag{2}$$

kde ρ je hustota kapaliny a g gravitační zrychlení.

Pro další vztahy se nám bude hodit střední rychlost proudění v_s

$$v_s = \frac{Q_V}{\pi r^2} \tag{3}$$

Proudění kapaliny lze charakterizovat bezrozměrným Reynoldsovým číslem Re [1]

$$Re = \frac{r\rho v_s}{\eta} = \frac{Q_v \rho}{\eta \pi r} \tag{4}$$

kde η kinematická viskozita kapaliny.

Zavedeme koeficient odporu trubice $k$vztahem [1]

$$k = \frac{\Delta p 2r}{l\rho v_s^2} \tag{5}$$

jeho teoretická závislost $k = k(Re)$ je dána vztahem

$$k = \frac{16}{Re} \tag{6}$$

který platí sdostatečnou přesností pro laminární proudění.

Experimentálně zjištěná závislost $k$na Re pro turbulentní proudění je však značně složitější. Pro trubky s hladkými stěnami se udává pro tuto závislost vzorec

$$k \approx \frac{0,133}{\sqrt[4]{Re}} \tag{7}$$

3 Průběh a výsledky měření

3.1 Rozměry trubic

	délka l [mm]	poloměr r [mm]
Trubice 1	$196 \pm 0,5$	$1,5 \pm 0,1$
Trubice 2	$250 \pm 0,5$	$1,25 \pm 0,1$
Trubice 3	$249 \pm 0,5$	$1,6 \pm 0,1$

Délku trubice jsem měřil pásovým měřidlem, průměr posuvným měřidlem s teoretickou přesností 0,05 mm, avšak vzhledem k vyviklanosti měřidla z plastu chybu odhaduji 0,2 mm, čili 0,1 mm na poloměru.

3.2 Potřebné veličiny pro výpočet

Teplota vody t	23,8 °C
Hustota vody ρ při dané teplotě	997,349 kg m^{-3}
Gravitační zrychlení g	9,81 kg m^{-2}
Dynamická viskozita vody při dané teplotě	$9,1754 \cdot 10^{-4}$ m^{-1} kg s^{-1}

3.3 Naměřené a vypočítané hodnoty

Pro tři vodorovné trubice, ve vzdálenosti l od konce opatřené svislou trubicí s milimetrovou stupnicí, jsem změřil pro různé výšky hladiny h ve svislé trubici objem vody V, který protekl za čas t.

Z těchto údajů jsem dopočítal dle vztahu 2 rozdíl tlaku Δp, objemový průtok Q_V, výpočtem upřesnil průmět trubičky (viz dále) a podle rovnic 4 a 5 dopočítal Reynoldsovo číslo Re a koeficient odporu trubice k.

Nejistotu měření výšky hladiny při laminárním proudění odhaduji na 1 mm, odchylku měření času na 0,4 s, metodou přenosu chyb zjistíme, že nepřesnost určení objemového průtoku nepřesáhne 5 %. Při turbulentním proudění není nejistota o mnoho vyšší, avšak v přechodové (*zvýrazněné řádky*) oblasti dochází k velkému kolísání hladiny (až 35 mm), nejistotu určení střední hodnoty odhaduji na 5 mm, u těchto řádků je nejistota relativní objemového průtoku 10 %.

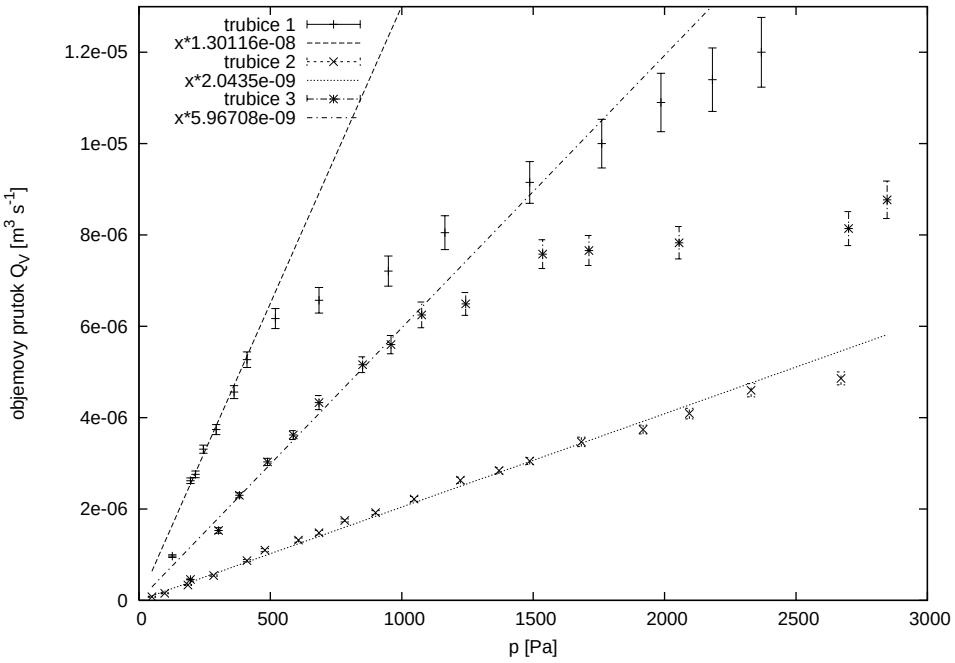
3.3.1 Trubice 1

výška hladiny h [mm]	objem V [ml]	čas t [s]	Tlak Δp [Pa]	Objemový průtok $Q_V[10^{-6}\mathrm{m^3s^{-1}}]$	Reynoldsovo číslo Re	koef. odporu k
13	46	47,4	127	0,97	233	0,127
20	88	33,6	196	2,62	629	0,027
22	80	29	215	2,76	663	0,027
25	88	26,6	245	3,31	795	0,021
30	86	23	294	3,74	898	0,020
37	93	20,4	362	4,56	1095	0,016
42	98	18,6	411	5,27	1266	0,014
53	100	16,2	519	6,17	1483	0,013
70	88	13,4	685	6,57	1578	0,015
97	88	12,2	949	7,21	1733	0,017
119	95	11,8	1164	8,05	1934	0,017
152	97	10,6	1487	9,15	2199	0,017
180	98	9,8	1761	10,00	2403	0,017
203	96	8,8	1986	10,91	2621	0,016
223	96	8,4	2182	11,43	2746	0,016
242	96	8	2368	12,00	2883	0,015

3.3.2 Trubice 2

výška hladiny h [mm]	objem V [ml]	čas t [s]	Tlak Δp [Pa]	Objemový průtok $Q_V[10^{-6}\mathrm{m^3s^{-1}}]$	Reynoldsovo číslo Re	koef. odporu k
5	7	89,4	49	0,08	18	0,788
10	16	102,4	98	0,16	36	0,396
19	34	100,8	186	0,34	78	0,161
29	49	90,2	284	0,54	126	0,095
42	48	55,2	411	0,87	201	0,054
49	47	42,6	479	1,10	255	0,039
62	44	33,4	607	1,32	305	0,035
70	45	30,4	685	1,48	343	0,031
80	88	50,2	783	1,75	406	0,025
92	77	40,2	900	1,92	443	0,024
107	78	35,2	1047	2,22	513	0,021
125	80	30,4	1223	2,63	609	0,017
140	87	30,6	1370	2,84	658	0,017
152	92	30,2	1487	3,05	705	0,016
172	82	23,6	1683	3,47	804	0,014
196	98	26,2	1918	3,74	866	0,014
214	95	23,2	2094	4,09	948	0,012
238	92	20	2329	4,60	1065	0,011
273	103	21,2	2671	4,86	1125	0,011

ObrázekGraf závislosti objemového průtoku na rozdílu tlaku



3.3.3 Trubice 3

výška hladiny h [mm]	objem V [ml]	čas t [s]	Tlak Δp [Pa]	Objemový průtok $Q_V[10^{-6}\mathrm{m}^3\mathrm{s}^{-1}]$	Reynoldsovo číslo Re	koef. odporu k
20	46	100,2	196	0,46	85	0,350
31	41	26,8	303	1,53	282	0,049
39	81	35,2	382	2,30	425	0,027
50	86	28,4	489	3,03	559	0,020
60	92	25,4	587	3,62	668	0,017
70	78	18,0	685	4,33	799	0,014
87	94	18,2	851	5,16	953	0,012
98	93	16,6	959	5,60	1034	0,012
110	80	12,8	1076	6,25	1153	0,010
127	96	14,8	1243	6,49	1197	0,011
157	100	13,2	1536	7,58	1398	0,010
175	98	12,8	1712	7,66	1412	0,011
210	94	12	2055	7,83	1445	0,013
276	96	11,8	2700	8,14	1501	0,015
291	100	11,4	2847	8,77	1618	0,014

3.4 Upřesnění průměru trubice

Vyjdeme-li ze vztahu 1, můžeme metodou lineární regrese v oblasti laminárního proudění dopočítat průměr přesněji, než jsme jej změřili.

3.4.1 Dopočítané rozměry trubic

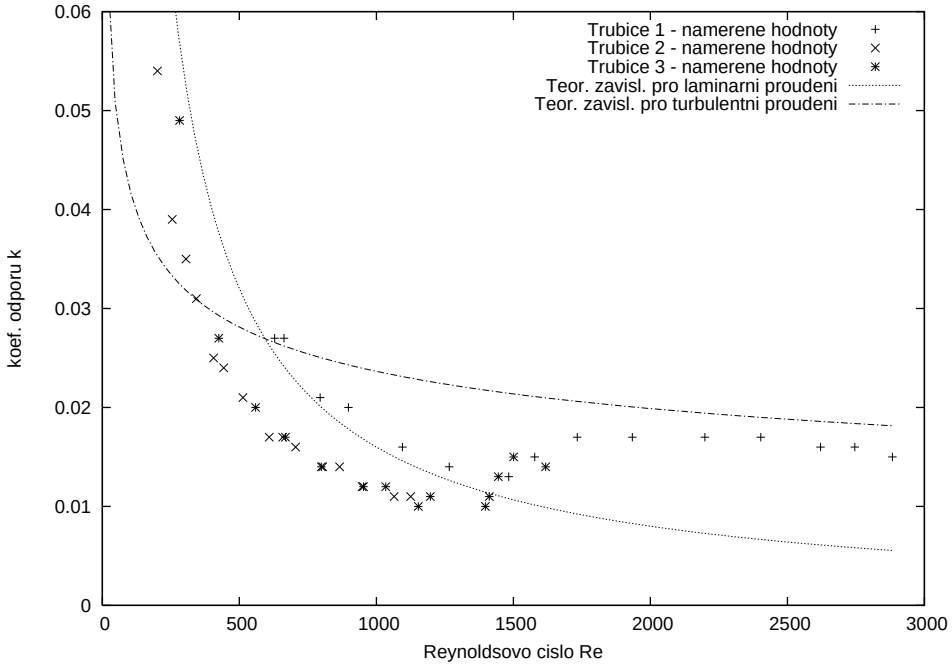
	poloměr r [mm]
Trubice 1	1,56
Trubice 2	1,045
Trubice 3	1,365

4 Diskuse výsledků

Závislost $Q_V = Q_V(\Delta p)$ vyšla v laminární části proudění dle předpokladů. U trubice 1 došlo brzy k turbulentnímu proudění, není zde lineární závislost tolik zřetelná (jen prvních pět bodů grafu). U trubice 3 lze pozorovat větší interval Δp s laminárním prouděním a v trubici 2 voda protékala laminárně v celém zkoumaném intervalu.

K největším chybám docházelo při měření průměru trubek. Chyba určení délek trubic byla mnohem menší, byla způsobena především nemožností přesně určit místo, kde osa manomentrické trubice protíná zkoumanou trubici.

ObrázekZávislost koeficientu odporu trubice k na Reynoldsově čísle Re



Chybu určení výšky sloupce h jsem snížil odečtením výšky způsobené kapilární elevací, dále ji patrně již snížit nejde, neboť velké fluktuace, především v trubici 3 a v části zkoumaného intervalu p v trubici 1, jsou způsobeny přechodem proudění kapaliny od laminárního k turbulentnímu proudění.

Pomocí počítače jsem upřesnil velikosti poloměrů jednotlivých trubic, tím došlo k lepší shodě Reynoldsova čísla a koeficientu odporu trubice s očekáváním.

Závislost $k = k(Re)$ vyšla dle předpokladů. Hodnoty trubice se shodují s předpoklady v celém zkoumaném intervalu Δp. Hodnoty trubice 1 se z části shodují s křivkou pro laminární proudění a z části s křivkou pro turbulentní proudění (viz graf), je vidět také přechodovou oblast od laminárního k turbulentnímu proudění, kdy se naměřené body přesunují od křivky pro laminární proudění ke křivce pro turbulentní proudění. Hodnoty trubic 2 a 3 (mimo přechodové oblasti u trubice 3) vychází vždy asi o 30 % nižší, než je předpoklad, tuto chybu přičítám nepřesně dopočítanému poloměru r.

5 Závěr

Pro tři trubice jsem změřil závislost objemového průtoku na úbytku statického tlaku, tyto závislosti jsem vynesl do grafu a ze směrnice proložené přímky jsem výpočtem upřesnil naměřený průměr trubice. Sestrojil jsem graf závislosti odporu trubice na Reynoldsově čísle.

Reference

[1] Studijní text fyzikálního praktika http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_103.pdf

[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980