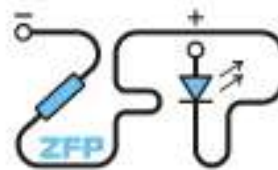


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum ...



Úloha č. ....

Název úlohy: .....

Jméno: ..... Obor: FOF FAF FMUZV

Datum měření: .....

Datum odevzdání: .....

Připomínky opravujícího:

|                           | Možný počet bodů | Udělený počet bodů |
|---------------------------|------------------|--------------------|
| Práce při měření          | 0 - 5            |                    |
| Teoretická část           | 0 - 1            |                    |
| Výsledky měření           | 0 - 8            |                    |
| Diskuse výsledků          | 0 - 4            |                    |
| Závěr                     | 0 - 1            |                    |
| Seznam použité literatury | 0 - 1            |                    |
| <b>Celkem</b>             | max. 20          |                    |

Posuzoval:.....

dne: .....

## Pracovní úkoly

1. Změřte závislost prodloužení tyče na teplotě. Měření proveďte pro čtyři různé materiály.
2. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Určete koeficient teplotní roztažnosti měřených materiálů.

## Teoretická část

Teplotní délková roztažnost se zavádí u těles, kde převládá jeden rozměr. Je charakterizována součinitelem délkové roztažnosti  $\alpha$ , který je obecně funkcí teploty a okolního tlaku. Při konstantním tlaku je definován jako [1]

$$\alpha = \frac{1}{l_{t_0}} \left( \frac{\partial l}{\partial t} \right)_p \quad (1)$$

kde  $l_{t_0}$  je délka tělesa při teplotě  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Délku tělesa  $l$  při teplotě  $t$  pak můžeme určit jako

$$l = l_{t_0}(1 + \alpha t) \quad (2)$$

Pro malé změny teploty můžeme tuto závislost aproximovat lineárně a dostáváme změnu délky tělesa  $\Delta l$  při malé změně teploty  $\Delta t$  jako

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta t \quad (3)$$

kde  $l_0$  je délka tělesa před teplotním roztažením.

Pro zjištění koeficientu  $\alpha$  použijeme metodu lineární regrese - proložení naměřených hodnot přímkou

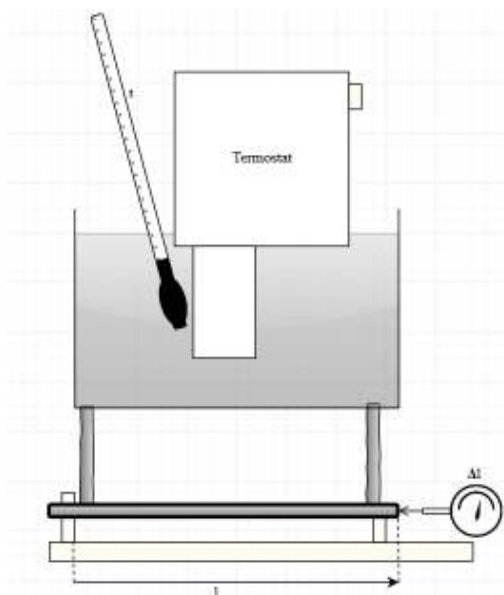
$$y = ax + c \quad (4)$$

Koeficient  $c$  nemá žádný fyzikální význam, závisí pouze na zvolené počáteční teplotě, tj. absolutní teplotě při  $\Delta t = 0$ . Z koeficientu  $a$  můžeme dopočítat součinitel délkové roztažnosti podle vzorce

$$\alpha = \frac{a}{l_0} \quad (5)$$

## Měřicí aparatura

Pro změření závislosti prodloužení na teplotě jednotlivých materiálů použijeme duté tyče z daných materiálů, kterými bude protékat voda zahřátá na danou teplotu. Tyče jsou přidělány do držáku a pevně zachyceny na jedné straně, na druhé straně se měří změna délky upevněným úchylkoměrem. Voda je zahřívána termostatem, který zároveň zajišťuje cirkulaci vody tyčí.



Obr. 1 Schéma aparatury

## Použité pomůcky

4 duté kovové tyče, skleněná dutá tyč, držák na tyče a úchylkoměr, termostat Haake

| Přístroj            | Nejmenší dílek |
|---------------------|----------------|
| Úchylkoměr          | 0,01 mm        |
| Kapalinový teploměr | 0,5 °C         |
| Pásmo               | 1 mm           |

## Posup měření

1. Umístíme tyč do držáku a upevníme šroubem. Zapojíme přívod a odvod vody. Umístíme úchylkoměr do držáku tak, aby se ručička několikrát protočila a upevníme šroubem.
2. Nádobu termostatu napustíme vodou, spustíme termostat a nastavíme jej na 20 °C. Teplotu měříme externím kapalinovým teploměrem.
3. Po dosažení 20 °C otočíme číselníkem úchylkoměru aby ručička ukazovala na nulu
4. Postupně nastavujeme teplotu termostatu na dané hodnoty, na teploměru a úchylkoměru odečítáme hodnoty pro teploty 20 °C až 60 °C.
5. Po naměření všech hodnot vypínáme termostat, odpojíme a výjme tyč, vypustíme vodu z nádoby termostatu a zároveň nádobu vyplachujeme aby vychladla pod 20 °C
6. Opakujeme pro všechny měřené materiály.

## Výsledky měření

### Podmínky experimentu

Po dokončení experimentu byla v místnosti naměřena teplota  $t_{RT} = (24,1 \pm 0,4) \text{ °C}$  a atmosferický tlak  $p_{RP} = (981,9 \pm 0,2) \text{ hPa}$ . Ani jedna z veličin nebyla v průběhu měření konstantní, menší změny ale nijak výrazně měření neovlivnily.

## Naměřené hodnoty

Měření bylo pro dostatek času provedeno pro různých 5 materiálů – ocel, měď, hliník, mosaz a sklo.

Délky všech kovových tyčí byly pásmem změřeny za pokojové teploty jako  $l_{0ocel} = l_{0měď} = l_{0hliník} = l_{0mosaz} = l_0 = (600 \pm 1)$  mm. Skleněná tyč nebyla přeměřována a za její délku beru uvedenou hodnotu a počítám se stejnou odchylkou jako ostatní tyče  $l_{0sklo} = l_0 = (600 \pm 1)$  mm

Této délce jsme přiřadili hodnotu  $\Delta l = 0$ , díky velikosti odchylky pásma můžeme zanedbat rozdíl pokojové teploty a počáteční teploty při měření.

Nejistota úchylkoměru byla určena jako  $u_{úch} = \pm 0,005$  mm, nejistota teploměru jako  $u_{tep} = \pm 0,25$  °C

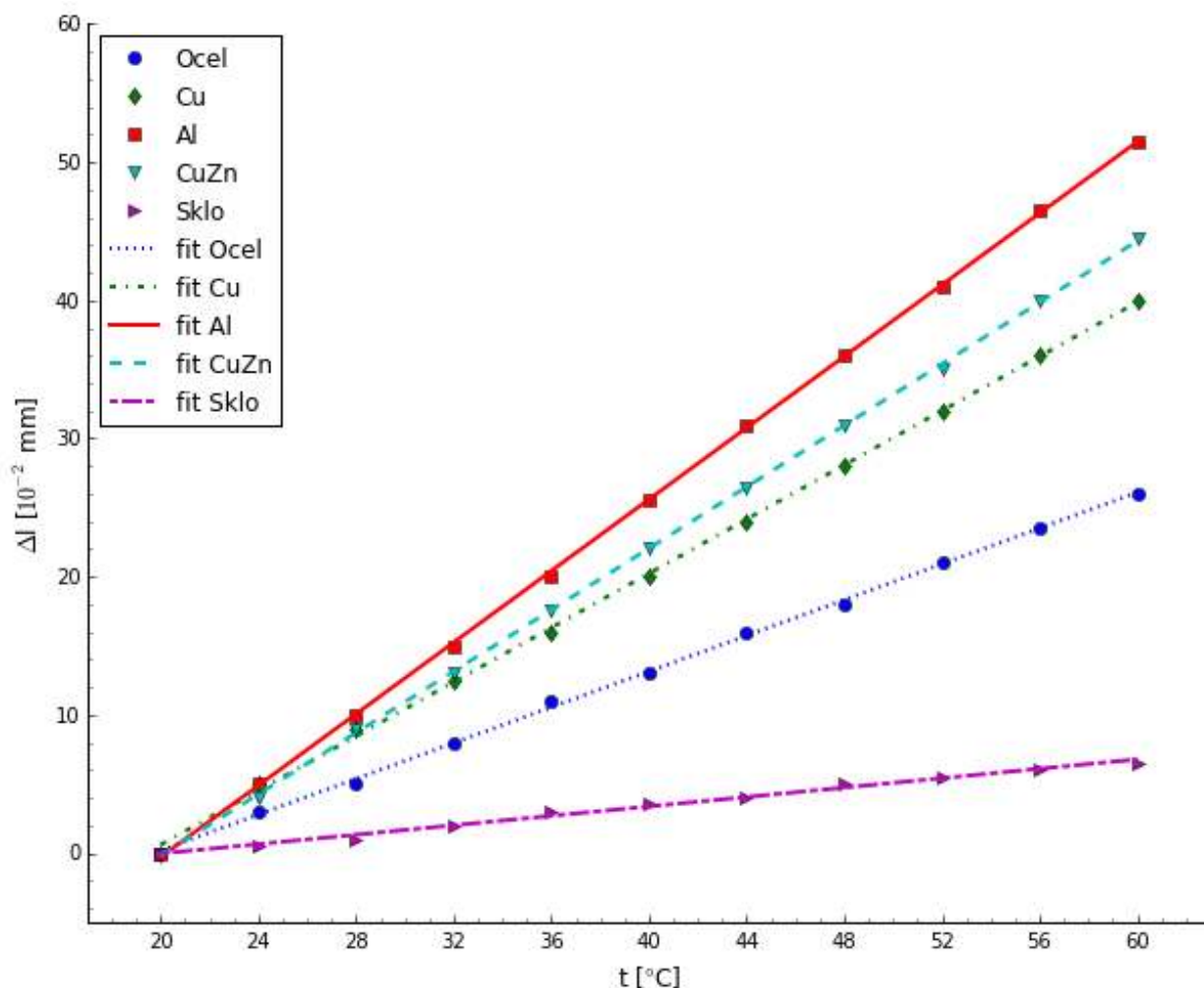
Naměřené hodnoty prodloužení pro jednotlivé materiály jsou v následující tabulce.

Tabulka 1: Naměřené hodnoty prodloužení jednotlivých materiálů

| $t$ [°C] | $\Delta l_{ocel}$ [mm] | $\Delta l_{měď}$ [mm] | $\Delta l_{hliník}$ [mm] | $\Delta l_{mosaz}$ [mm] | $\Delta l_{sklo}$ [mm] |
|----------|------------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|------------------------|
| 20,0     | 0,000                  | 0,000                 | 0,000                    | 0,000                   | 0,000                  |
| 24,0     | 0,030                  | 0,050                 | 0,050                    | 0,040                   | 0,005                  |
| 28,0     | 0,050                  | 0,090                 | 0,100                    | 0,090                   | 0,010                  |
| 32,0     | 0,080                  | 0,125                 | 0,150                    | 0,130                   | 0,020                  |
| 36,0     | 0,110                  | 0,160                 | 0,200                    | 0,175                   | 0,030                  |
| 40,0     | 0,130                  | 0,200                 | 0,255                    | 0,220                   | 0,035                  |
| 44,0     | 0,160                  | 0,240                 | 0,310                    | 0,265                   | 0,040                  |
| 48,0     | 0,180                  | 0,280                 | 0,360                    | 0,310                   | 0,050                  |
| 52,0     | 0,210                  | 0,320                 | 0,410                    | 0,350                   | 0,055                  |
| 56,0     | 0,235                  | 0,360                 | 0,465                    | 0,400                   | 0,060                  |
| 60,0     | 0,260                  | 0,400                 | 0,515                    | 0,445                   | 0,065                  |

Hodnoty  $t$  jsou teploty, při kterých byly naměřeny příslušné změny v délce  $\Delta l_{materiál}$

Z těchto hodnot byly zkonstruovány metodou lineární regrese přímky (4) pro dané materiály.



Graf 1: Naměřené hodnoty  $\Delta l$  v závislosti na  $t$  a proložené přímkami (4). Koeficienty přímek jsou uvedeny v Tabulce 2. Chybové úsečky nejsou pro svou malou velikost vůči rozsahu grafu zobrazeny.

V následující tabulce jsou koeficienty pro jednotlivé proložené přímky, parametr  $c$  je uveden pro kompletnost výsledků, nemá v tomto experimentu fyzikální význam a proto není uvedena jeho odchylka.

Tabulka 2: Koeficienty fitu jednotlivých materiálů

|            | $a$ [ $10^{-2}$ ] | $\sigma_a$ [ $10^{-2}$ ] | $c$    |
|------------|-------------------|--------------------------|--------|
| Fit Ocel   | 0,648             | 0,006                    | -0,127 |
| Fit Měď    | 0,982             | 0,008                    | -0,190 |
| Fit Hliník | 1,294             | 0,005                    | -0,262 |
| Fit Mosaz  | 1,111             | 0,007                    | -0,225 |
| Fit Sklo   | 0,170             | 0,005                    | -0,035 |

Koeficient  $a$  představuje směrnici proložené přímky,  $\sigma_a$  je chyba fitu koeficientu  $a$ , koeficient  $c$  je posun proložené přímky, závisí na zvolené počáteční teplotě a nemá v tomto měření význam.

Podle vzorce (5) dopočteme z koeficientů příslušené součinitele délkové teplotní roztažnosti. V následující tabulce jsou porovnány s tabulkovými hodnotami z [2] a [3].

Odchylky  $\sigma_\alpha$  byly dopočteny vztahem  $\sigma_\alpha = \sqrt{\left(\frac{1}{l_0}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{a}{l_0^2}\right)^2 \sigma_{l_0}^2}$  [4].

Tabulka 3: Součinitele délkové teplotní roztažnosti pro dané materiály

|        | $\alpha$ [ $10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ] | $\sigma_\alpha$ [ $10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ] | $\alpha_{\text{tabulková}}$ [ $10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ] |
|--------|--|---|---|
| Ocel   | <b>1,08</b>  | 0,04  | 1,00 <sup>[2]</sup>   |
| Měď    | <b>1,64</b>  | 0,01  | 1,68 <sup>[2]</sup>   |
| Hliník | <b>2,157</b>                                       | 0,009   | 2,38 <sup>[2]</sup>   |
| Mosaz  | <b>1,85</b>  | 0,01  | 1,90 <sup>[3]</sup>   |
| Sklo   | <b>0,284</b>                                       | 0,008   | 0,31 <sup>[2]</sup>   |

$\alpha$  představuje součinitel délkové roztažnosti pro daný materiál,  $\sigma_\alpha$  standardní odchylku  $\alpha$  a  $\alpha_{\text{tabulková}}$  jsou hodnoty z příslušných tabulek pro 20 °C. U ocelové tyče předpokládám jako materiál korozivzdornou ocel s 12% příměsí Cr, u skla předpokládám složení borosilikátového skla (Pyrex). Tyto materiály jsou složením velmi pravděpodobně blízké k reálnému složení měřené tyče, zároveň odpovídají naměřeným hodnotám.

## Diskuze

Výsledné hodnoty jsou blízké tabulkovým, nepřesnosti zřejmě vznikly měřením teploty přímo u termostatu, teplota na tyči se mohla lišit, při měření se kvůli omezenému času nečekalo na ustálení teploty v celé aparatuře. Teplota okolí výsledky neovlivnila, podléhala v průběhu měření pouze malým změnám a teplota vody v aparatuře odpovídá mnohem přesněji teplotě tyče. Teplotní roztažnost úchylkoměru a držáku výrazně nezasahuje do výsledků, úchylkoměr i držák se tyče dotýkají pouze malými plochami, je tak zabráněno výraznému přenosu tepla. Během výměny tyčí nedošlo k úplnému zchlazení hadiček zajišťujících oběh vody v tyči, což se mohlo projevit na naměřených hodnotách při nižších teplotách. Tyče nejsou ze 100% čistého materiálu, což se také může projevit na jejich teplotní roztažnosti. U skla a oceli neznáme přesné složení, porovnání s tabulkovými hodnotami tedy nemusí být relevantní. U všech materiálů dostáváme pro měřené teploty lineární závislost. Další zpřesnění by se dalo dosáhnout měřením změny délky v menších teplotních intervalech, zde bylo  $\Delta T = 4 \text{ }^\circ\text{C}$ . Podmínky konstantního tlaku bylo pravděpodobně s dostatečnou přesností dosaženo.

## Závěr

Určili jsme součinitele teplotní délkové roztažnosti jednotlivých materiálů jako

$\alpha_{\text{ocel}} = (1,08 \pm 0,01) 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  s relativní chybou  $\delta_{\text{ocel}} = 1\%$ ,

$\alpha_{\text{měď}} = (1,64 \pm 0,01) 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  s relativní chybou  $\delta_{\text{měď}} = 0,8\%$ ,

$\alpha_{\text{hliník}} = (2,157 \pm 0,009) 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  s relativní chybou  $\delta_{\text{hliník}} = 0,4\%$ ,

$\alpha_{\text{mosaz}} = (1,85 \pm 0,01) 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  s relativní chybou  $\delta_{\text{mosaz}} = 0,5\%$ ,

$\alpha_{\text{sklo}} = (0,284 \pm 0,008) 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  s relativní chybou  $\delta_{\text{sklo}} = 2,8\%$ .

Pro všechny materiály se dostatečně dobře shodujeme s tabulkovými hodnotami, pro sklo a ocel jsme ale museli odhadnout složení, které nemusí odpovídat opravdovému.

## Literatura

- [1] Studijní text k Fyzikálnímu praktiku I, úloha XXIV, 10.3.2018, dostupné online z:  
[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_124.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_124.pdf)
- [2] W. E. Forsythe, The Smithsonian Physical Tables, 9<sup>th</sup> ed. Knovel, Norwich, New York 2003
- [3] R. J. Corruccini, J. J. Gniewek, Thermal expansion of technical solids at low temperatures, a compilation from the literature, U.S. Dept. of Commerce, National Bureau of Standards, Washington, 1961
- [4] J. English, Úvod do praktické fyziky. I, Zpracování výsledků měření. Matfyzpress, Praha 2006. ISBN 8086732932.