

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM 1

Úloha č.: XIX.

Název: Volný pád koule ve viskózní kapalině

Vypracoval: Mária Šoltésová stud. sk. F- 16

dne 9.3.2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval:dne výsledek klasifikace

Připomínky:

Pracovní úloha:

1. Zmerajte dynamickú viskozitu parafínového oleja Stokesovou metódou.
2. Zmerajte dynamickú viskozitu ricínového oleja Stokesovou metódou.
3. Overte, či sú pre dané experimentálne usporiadanie splnené podmienky platnosti Stokesovho vzorca pre odpor prostredia pri pohybu gule.
4. Hustotu sklenených guľôčok určite pyknometrickou metódou.

Teoretická časť:

Stokesova metóda merania viskozity:

Na guľôčku padajúcu vo viskóznej kvapaline pôsobia tri sily: gravitačná sila, ktorú určíme ako

$$F_g = mg$$

(1)

kde m je hmotnosť guľôčky a g je tiažové zrýchlenie, vztlaková sila, ktorú určíme ako

$$F_{vz} = Vrg$$

(2)

kde V je objem guľôčky a ρ je hustota kvapaliny, a odporová sila, ktorú môžeme určiť podľa Stokesovho vzťahu [1]

$$F_{od} = 6\eta r v$$

(3)

kde η je viskozita kvapaliny, r je polomer guľôčky a v je rýchlosť pohybu guľôčky. Tento vzťah platí pre pomalé rýchlosti pohybu guľôčky, teda ak je splnený predpoklad laminárneho obtekania guľôčky kvapalinou. Platnosť Stokesovho vzťahu môžeme overiť pomocou Reynoldsovho čísla

$$Re = \frac{2\rho r v}{\eta}$$

(4)

kde ρ je hustota kvapaliny, η je viskozita kvapaliny a v je rýchlosť pohybu guľôčky. Pre platnosť Stokesovho vzťahu musí byť $Re \ll 1$.

Výraz pre meranie viskozity Stokesovou metódou je odvodený v [3]. S uvažovaním korekcie na konečné rozmery nádoby, v ktorej sa guľôčka pohybuje, dostaneme vzťah [1]

$$h = \frac{2r^2(r_t - r)g}{9v \left(1 - 2,4 \frac{r}{R}\right)}$$

(5)

kde r je polomer guľôčky, r_t je hustota guľôčok, R je polomer valcovej nádoby a g je tiažové zrýchlenie.

Rýchlosť pádu guľôčky určíme z doby pádu guľôčky medzi dvoma značkami o vzdialenosti l . Značky musia byť umiestnené tak, aby sme mohli predpokladať ustálenie rýchlosti guľôčky a uvažovať rovnomerný pohyb medzi značkami. Rýchlosť guľôčky určíme ako

$$v = \frac{l}{t}$$

(6)

kde t je doba pádu guľôčky medzi značkami.

Určenie hustoty guľôčok pyknometrickou metódou:

Na analytických váhach zväžíme hmotnosť pyknometra m , hmotnosť guľôčok v pyknometri m_1 , hmotnosť pyknometru naplneného kvapalinou so známou hustotou m_2 a hmotnosť pyknometru s kvapalinou a pridanými guľôčkami m_3 . Pre hmotnosť kvapaliny vytlačenej guľôčkami Δm platí vzťah

$$\Delta m = m_1 + m_2 - m_3 - m.$$

(7)

Objem guľôčok V potom určíme ako

$$V = \frac{\Delta m}{r_k}$$

(8)

kde ρ_k je známa hustota kvapaliny. Hustotu guľôčok určíme podľa vzťahu

$$r = \frac{m_1 - m}{V} = \frac{m_1 - m}{m_1 + m_2 - m_3 - m} r_k.$$

(9)

Použité pomôcky a prístroje:

odmerný valec opatrený značkami, ricínový a parafínový olej, dva druhy sklenených guľôčok, pyknometer, destilovaná voda

merací prístroj	najmenší dielik
mikroskop	0,01 mm
posuvné meradlo s nóniom	0,05 mm
pásmové meradlo	1 mm
analytické váhy	10^{-4} g
elektronické stopky	0,01 s

Postup:

1. Pomocou mikroskopu zmeriame 10-krát priemer pre obidva druhy guľôčok. Uvažujeme, že guľôčky rovnakého druhu majú približne rovnaký priemer.
2. Pomocou analytických váh zmeriame hmotnosť guľôčok m_1 , hmotnosť pyknometru naplneného destilovanou vodou m_2 a hmotnosť pyknometru s destilovanou vodou a pridanými guľôčkami m_3 . Merania spravíme pre obidva druhy guľôčok a určíme ich hustotu podľa vzťahu (9). Hustotu guľôčok jedného druhu považujeme za rovnakú.
3. Zmeriame vnútorný priemer valca posuvným meradlom a vzdialenosť medzi značkami na valci pásmovým meradlom.
4. Stopkami zmeriame dobu pádu obidvoch druhov guľôčok v ricínovom a parafínovom oleji a vyhodnotíme merania pre ten druh guľôčok, ktorý pre daný typ oleja spĺňa podmienku platnosti Stokesovho vzťahu podľa vzorca (4).
5. Určíme viskozitu obidvoch typov oleja podľa vzorca (5).

Výsledky meraní:

Podmienky experimentu:

teplota vzduchu v miestnosti: $(24,3 \pm 0,1)$ °C

teplota parafínového oleja: $(24,3 \pm 0,1)$ °C

teplota ricínového oleja: $(24,3 \pm 0,1)$ °C

1. Overenie splnenia podmienky platnosti Stokesovho zákona

Meranie bolo prevedené pre dva typy guľôčok – malé a veľké a dva druhy oleja – ricínový a parafínový. V tabuľke sú namerané hodnoty priemeru guľôčok a tabuľkové hodnoty hustoty

a viskozity olejov [1]. Pád malej guľôčky v ricínovom oleji neuvažujeme vzhľadom k veľkej odchýlke nameranej hodnoty doby pohybu guľôčky t (okolo 20%) spôsobenej veľmi pomalým pohybom guľôčky a odchýlkami v tvare jednotlivých guľôčok.

Tabuľka 1. Určenie Reynoldsovo čísla

typ oleja	ρ [kg.m ⁻³]	η [Pa.s]	typ guľôčky	d [mm]	Re
ricínový	950	$986 \cdot 10^{-3}$	veľká	2,80	0,02
parafínový	850	$101,8 \cdot 10^{-3}$	malá	1,13	0,4
parafínový	850	$101,8 \cdot 10^{-3}$	veľká	2,80	3

ρ – hustota oleja

η – viskozita oleja

d – polomer guľôčky

Re – Reynoldsovo číslo

Hodnoty sú uvedené bez odchýlok, lebo slúžia len na orientačné určenie Reynoldsovo čísla. Reynoldsovo číslo je zaokrúhlené na jednu platnú cifru.

Z tabuľky vidíme, že podmienka pre platnosť Stokesovho vzťahu $Re \ll 1$ je splnená pre pád malých guľôčok v parafínovom oleji a veľkých guľôčok v ricínovom oleji.

2. Určenie hustoty guľôčok pyknometrickou metódou

Na analytických váhach sme namerali nasledujúce hmotnosti potrebné pre určenie hustoty guľôčok:

Tabuľka 2. Namerané hodnoty hmotnosti pre určenie hustoty guľôčok

	pyknometer	pyknometer + guľôčky	pyknometer + voda	pyknometer + voda + guľôčky	hustota guľôčok
	m [g]	m_1 [g]	m_2 [g]	m_3 [g]	ρ [kg.m ⁻³]
malé guľôčky	$18,1317 \pm 0,0001$	$21,4355 \pm 0,0001$	$28,3370 \pm 0,0001$	$30,4170 \pm 0,0001$	2691 ± 3
veľké guľôčky	$18,1317 \pm 0,0001$	$21,0114 \pm 0,0001$	$28,3370 \pm 0,0001$	$30,0925 \pm 0,0001$	2553 ± 3

Chyba merania je určená ako chyba prístroja, v našom prípade analytických váh.

Hustotu destilovanej vody sme určili z tabuliek [1] ako $r_k = (997 \pm 1) \text{ kg.m}^{-3}$. Podľa vzťahu (9) sme určili hustotu malých guľôčok ako $r_m = (2691 \pm 3) \text{ kg.m}^{-3}$ a hustotu veľkých guľôčok ako $r_v = (2553 \pm 3) \text{ kg.m}^{-3}$.

3. Určenie viskozity parafínového oleja

Pre určovanie viskozity uvedeného typu oleja sme použili malé guľôčky, lebo spĺňajú podmienku platnosti Stokesovho vzťahu. Namerané hodnoty priemerov guľôčok d_m , odchýlok σ_{dm} a doby pádu t_p a odchýlok σ_{tp} v parafínovom oleji sú v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 3: Namerané hodnoty priemerov guľôčok a doby pádu

	d_m [mm]	σ_{dm} [mm]	t_p [s]	σ_{tp} [s]
--	------------	--------------------	-----------	-------------------

1	1,09	0,00194	4,19	1,22
2	0,87	0,06970	5,41	0,01
3	1,23	0,00922	4,57	0,53
4	1,27	0,01850	5,41	0,01
5	1,17	0,00130	5,34	0,00
6	1,12	0,00020	6,85	2,42
7	1,11	0,00058		
8	1,09	0,00194		
9	1,17	0,00130		
10	1,22	0,00740		
stredná hodnota	1,13	0,11	5,30	0,92

Uvedená odchýlka má charakter štatistickej chyby, chyba prístroja je vzhľadom k nej zanedbateľná.

Parametre potrebné na určenie viskozity podľa vzťahu (5) aj s odchýlkami sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 4: Namerané hodnoty parametrov potrebných na určenie viskozity

	d_m [mm]	t_p [s]	ρ_m [kg.m ⁻³]	l_p [cm]	D_p [mm]	g [m.s ⁻²]	ρ_p [kg.m ⁻³]
stredná hodnota	1,13	5,30	2691	20,8	61,25	9,81	850
chyba	0,11	0,92	3	0,3	0,30	0,01	1

ρ_m – hustota guľôčok, chyba je určená prenesením chyby z veličín zo vzťahu (9)

l_p – vzdialenosť značiek na odmernom valci s parafínovým olejom, uvedená chyba je štatistická

D_p – priemer odmerného valca s parafínovým olejom, uvedená chyba je štatistická

g – tiažové zrýchlenie, tabuľková hodnota [1]

ρ_p – hustota parafínového oleja, tabuľková hodnota [1]

Za veličiny vo vzťahu (5) sme dosadili:

$$r = \frac{d_m}{2}, \quad R = \frac{D_p}{2}, \quad v = \frac{l_p}{t_p}$$

Viskozita parafínového oleja určená podľa uvedených hodnôt je $h_p = (34 \pm 9) \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ s relatívnou chybou $d = 26\%$.

4. Hustota ricínového oleja

Pre meranie hustoty ricínového oleja sme použili veľké guľôčky, lebo doba pádu pre tieto guľôčky bola nameraná so značne menšou odchýlkou a bola splnená podmienka platnosti Stokesovho zákona. Namerané hodnoty priemerov d_v , odchýlky σ_{dv} a doby pádu t_r a odchýlky σ_{tr} sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 5: Namerané hodnoty priemerov guľôčok a doby pádu

	d_v [mm]	σ_{dv} [mm]	t_r [s]	σ_{tr} [s]
1	2,89	0,007921	21,16	4,94
2	2,84	0,001521	23,94	0,31
3	2,84	0,001521	21,13	5,08

4	2,75	0,002601	22,64	0,55
5	2,77	0,000961	24,91	2,33
6	2,80	0,000001	26,52	9,84
7	2,78	0,000441		
8	2,76	0,001681		
9	2,86	0,003481		
10	2,72	0,006561		
stredná hodnota	2,80	0,05	23,4	2,1

Uvedená odchýlka má charakter štatistickej chyby, chyba prístroja je vzhľadom k nej zanedbateľná.

Hodnoty veličín potrebných pre určenie viskozity podľa vzťahu (5) aj s chybami sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 6: Namerané hodnoty parametrov potrebných na určenie viskozity

	d_v [mm]	t_v [s]	ρ_v [kg.m ⁻³]	l_r [cm]	D_r [mm]	g [m.s ⁻²]	ρ_r [kg.m ⁻³]
stredná hodnota	2,80	23,4	2553	20,6	61,60	9,81	950
chyba	0,05	2,1	3	0,3	0,20	0,01	1

ρ_v – hustota guľôčok, chyba je určená prenesením chyby z veličín zo vzťahu (9)

l_r – vzdialenosť značiek na odmernom valci s parafínovým olejom, uvedená chyba je štatistická

D_r – priemer odmerného valca s parafínovým olejom, uvedená chyba je štatistická

g – tiažové zrýchlenie, tabuľková hodnota [1]

ρ_r – hustota parafínového oleja, tabuľková hodnota [1]

Za veličiny vo vzťahu (5) sme dosadili:

$$r = \frac{d_v}{2}, \quad R = \frac{D_r}{2}, \quad v = \frac{l_r}{t_r}$$

Viskozita ricínového oleja určená podľa uvedených hodnôt je $h_r = (873 \pm 89) \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ s relatívnou chybou $d = 10\%$.

Diskusia:

Viskozita parafínového oleja η_p bola zmeraná s relatívnou chybou 26%. Nepresnosti boli spôsobené hlavne nepresným určením doby pádu guľôčky. Guľôčka sa v parafínovom oleji pohybovala dosť krátky čas, preto určenie okamihu, v ktorom guľôčka prechádzala okolo značiek, bolo obtiažne a nepresnosť tým spôsobená mala veľký podiel na výslednej odchýlke určenia hodnoty viskozity. Takisto do značnej miery k nepresnosti prispeli aj odchýlky od guľového tvaru malých guľôčok, jednak čo sa týka odchýlok v určení polomeru, jednak preto, že Stokesov vzťah platí pre telesá guľového tvaru.

Viskozita ricínového oleja η_r bola určená s odchýlkou 10%, čo je menšia odchýlka ako v prípade parafínového oleja, pretože guľôčka padala pomalšie a bolo možné presnejšie určiť dobu pádu. Takisto aj priemer väčších guľôčok bol určený s väčšou presnosťou.

V tabuľkách [1] je udávaná hodnota parafínového oleja $101,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$, táto hodnota je udávaná pre teplotu oleja $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Naše meranie viskozity prebiehalo pri teplote oleja $24 \text{ }^\circ\text{C}$. Viskozita sa so zvyšujúcou teplotou výrazne znižuje, preto je nami nameraná hodnota nižšia ako tabuľková a nezhoduje sa s ňou.

Hodnota ricínového oleja je v tabuľkách [1] udávaná ako $986 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ pri teplote $10 \text{ }^\circ\text{C}$ a z podobných príčin ako pri parafínovom oleji je nami nameraná hodnota viskozity nižšia.

Možné zdroje systematických chýb pri prevedenom experimente sú odchýlky od guľového tvaru guľôčok, z čoho vyplýva nepresné určenie odporovej sily Stokesovým zákonom, nepresné určenie doby pádu guľôčky, ako aj aproximácia pohybu guľôčky rovnomerným pohybom – hlavne pri rýchlejšom pohybe guľôčok po dosiahnutí prvej značky rýchlosť pohybu ešte nemusela byť ustálená.

Záver:

Použitím Stokesovho zákona sme zmerali viskozitu parafínového oleja ako $h_p = (34 \pm 9) \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ a viskozitu ricínového oleja ako $h_r = (873 \pm 89) \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Namerané hodnoty sa nezhodujú s tabuľkovými hodnotami, čo je pravdepodobne spôsobené inou teplotou meraného oleja ako je teplota pri ktorej sú udávané hodnoty v tabuľkách a odchýlkami guľôčok od guľového tvaru.

Literatúra:

- [1] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch, Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980
- [2] D. Slavínská prom.fyz., CSc., I. Stulíková, CSc., P. Vostrý, CSc.: Fyzikální praktikum I., SPN Praha 1989
- [3] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I., SPN Praha 1967