

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM I

Úloha č.XVI

Název: Studium Brownova pohybu

Pracovala: Jana Ringelová

stud. skup. F/1-Y/15

dne 12.5.2005

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: .....

Posuzoval:..... dne ..... výsledek klasifikace .....

Připomínky:

### Pracovní úkoly

1. Experimentálně ověřte platnost Einsteinova vztahu pro střední kvadratické posunutí částice  $\overline{s^2}$  při Brownově pohybu.
2. Určete aktivitu Brownova pohybu  $A$  částic latexu ve vodě za pokojové teploty.
3. Vypočtete Avogadrovu konstantu  $N_A$ .

## Teoretická část

Brownovým pohybem se nazývá ustavičný, chaotický pohyb malých částic rozptýlených v kapalině nebo plynu. Tento pohyb je podmíněn *fluktuacemi* tepelného pohybu molekul prostředí.

Pro střední kvadratické posunutí částice při Brownově pohybu  $\overline{s^2}$  za čas  $t$  platí Einsteinův vztah [1]

$$\overline{s^2} = A \cdot t, \quad (1)$$

kde  $A$  je aktivita Brownova pohybu. Pro danou částici a prostředí je při stálé teplotě  $A$  konstantní.

Pro postupný Brownův pohyb kulové částice hmotnosti  $m$  a poloměru  $r$ , která se nachází v prostředí charakterizovaném teplotou  $T$  a dynamickou viskozitou  $\eta$ , lze konstantu  $A$  vyjádřit vztahem [1]

$$A = \frac{RT}{3\pi\eta r N_A}, \quad (2)$$

kde  $R$  je molární plynová konstanta a  $N_A$  je Avogadrova konstanta. Po dosazení z (2) do (1) lze získat výchozí vztah pro určování Avogadrovy konstanty metodou pozorování Brownova pohybu.

Výpočtem aritmetického průměru kvadrátu naměřených vzdáleností  $S$  získáme hodnotu  $S^2$ . Protože je v rovině zaostření mikroskopu stejné pravděpodobnostní zastoupení všech směrů, platí vztah [1]  $S^2 \approx 2s^2$ . Nechť  $t$  je doba mezi dvěma časovými značkami. Označíme-li vzdálenosti sousedních bodů  $S_t$ , vzdálenosti bodů  $i$  a  $i+2$  jako  $S_{2t}$  a vzdálenosti bodů  $i$  a  $i+3$  jako  $S_{3t}$  atd., potom, je-li splněn Einsteinův vztah, musí platit podle vztahu (1) pro střední hodnoty kvadrátu těchto vzdáleností vztah

$$\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2} = 1 : 2 : 3 : 4. \quad (3)$$

Je-li shoda dostatečná, můžeme naměřené hodnoty použít k výpočtu aktivit Brownova pohybu částic a k výpočtu Avogadrovy konstanty.

Ve vztahu (2) pracujeme s dynamickou viskozitou kapaliny  $\eta$ . V našem měření používáme suspenzi latexu ve vodě. Použití latexových částic má tu výhodu, že jsou dostatečně malé, mají kulový tvar a úzkou distribuci průměru  $d$ . Poměr viskozity suspenze tuhých koulí ku viskozitě vody lze odhadnout podle vztahu [1]:

$$\frac{\eta}{\eta_{H_2O}} = 1 + 2,5\varphi, \quad (4)$$

kde  $\eta$  je viskozita suspenze,  $\eta_{H_2O}$  viskozita vody a  $\varphi$  je objemový podíl částic.

## Použité pomůcky a přístroje

optický mikroskop Biolar, podložní a krycí sklíčka, televizní kamera, zařízení poskytující akustickou časovou značku, televizní obrazovka, transparentní folie, lihový fix, PC s programem BROWN, suspenze latexu s vodou, líc, měřicí přístroje (viz tabulka č.1)

## Podmínky pokusu

Vnější teplota 25°C.

Měřicí přístroj	Nejmenší dílek
Délkové měřítko	1 mm
Kalibrační sklíčko se stupnicí	0,01 mm
Elektronické stopky	0,01 s

Tabulka 1: Použité měřicí přístroje a jejich přesnosti

## Kalibrace

Na obrazovce televizoru jsem naměřila vzdálenosti mezi deseti dílky stupnice kalibračního sklíčka (což odpovídá vzdálenosti 0,1 mm) v několika různých výškách obrazovky, z nichž jsem zprůměrováním dostala 16,3 cm, tloušťka čáry byla asi 3 mm a zkreslení obrazovky odhaduji na méně než 2 mm, proto zvětšení mikroskopu vychází  $z = 1630 \pm 50$ .

Měřila jsem třikrát dobu deseti intervalů časových značek a zprůměrováním jsem dostala čas 48,0 s s chybou danou skoro pouze reakční dobou, tj. asi 0,2 s, odkud pro interval mezi časovými značkami dostávám hodnotu  $t = 4,80 \pm 0,02$  s.

## Zpracování

Pro vybranou částici jsem zpracovala data programem BROWN a obdržela výsledky uvedené na přiložených listech. Poměry v Einsteinově vztahu vyšly:

1. částice

$$\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2} = 1 : 2,07 \pm 0,46 : 3,08 \pm 0,80 : 4,18 \pm 1,16,$$

2. částice

$$\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2} = 1 : 2,24 \pm 0,51 : 2,46 \pm 0,63 : 4,28 \pm 1,25,$$

3. částice

$$\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2} = 1 : 2,06 \pm 0,43 : 2,30 \pm 0,40 : 3,77 \pm 0,93,$$

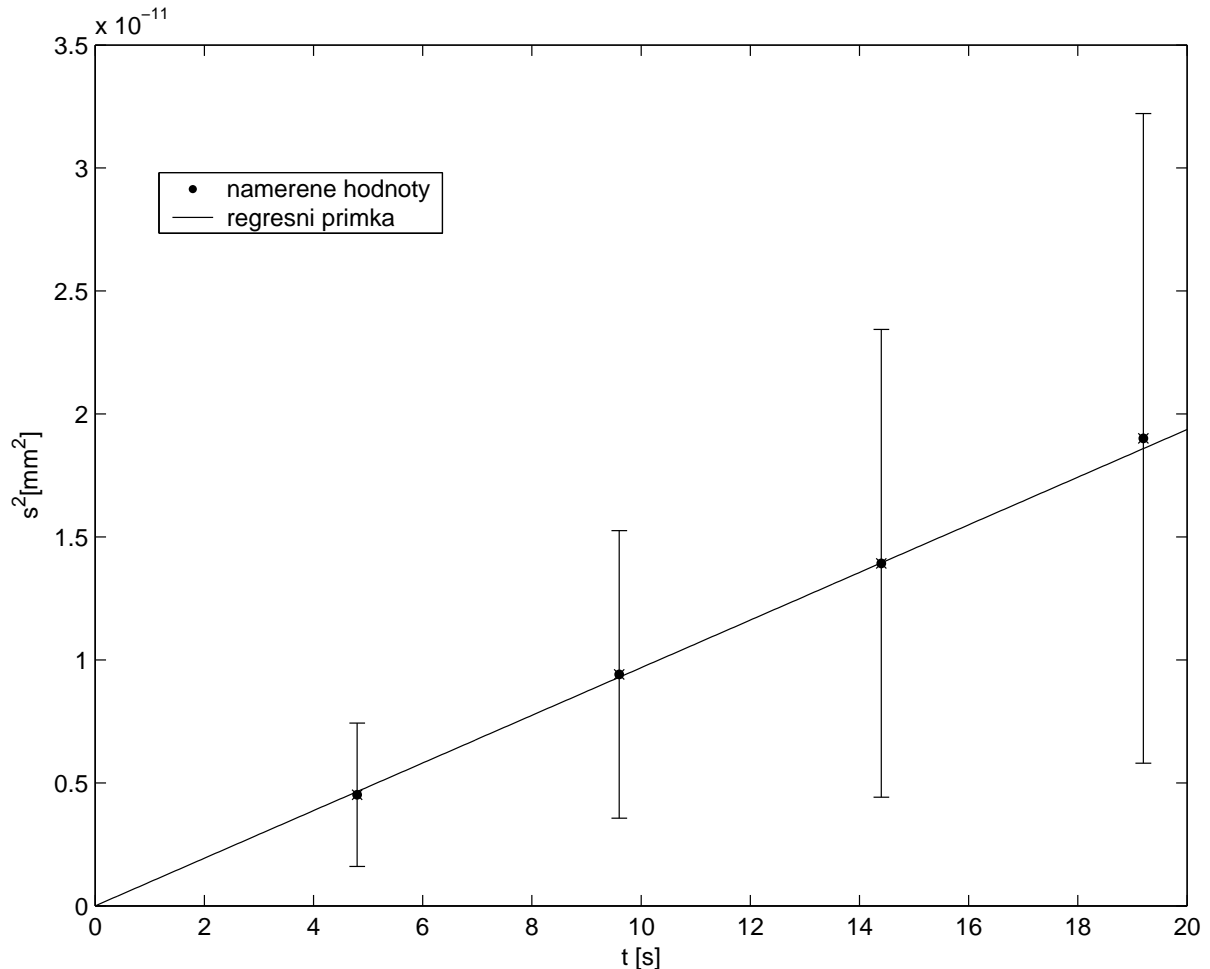
kde chyby jsou chyby udané programem BROWN. Jak vidíme, v rámci těchto chyb 1. a 2. částice zcela splňují Einsteinův vztah, u 3. částice je jedna hodnota mimo. Chyby získané programem BROWN jsou však jen chyby statistické – připustím-li, že jsem se v určování polohy částice sekla o 1 mm (což je dost reálné), mám relativní chybu zhruba 20%. Vzdálenost se však umocňuje na druhou, takže podle pravidel uvedených v [3] má veličina  $z\overline{S_i^2}$  relativní chybu 40%. Můžu proto tvrdit, že i 3. částice v rámci chyb měření splňuje Einsteinův vztah.

čas	$t$	$2t$	$3t$	$4t$
1. částice $z\overline{S_i^2}$ [mm <sup>2</sup> ]	$24 \pm 4$	$50 \pm 8$	$74 \pm 16$	$101 \pm 24$
2. částice $z\overline{S_i^2}$ [mm <sup>2</sup> ]	$29 \pm 4$	$65 \pm 12$	$71 \pm 16$	$124 \pm 32$
3. částice $z\overline{S_i^2}$ [mm <sup>2</sup> ]	$28 \pm 3$	$57 \pm 10$	$64 \pm 9$	$105 \pm 23$

Tabulka 2: Tabulka středních kvadratických vzdáleností v závislosti na čase.  $z$  je zvětšení mikroskopu — na fólii jsem měřila zvětšenou vzdálenost. Uváděné chyby jsou statistické chyby udávané programem BROWN.

Zobrazené polohy částic jsou vykresleny na přiložené folii, vektory přemístění mezi dvěma po sobě jdoucími značkami jsou na přiložených listech. Skutečné rozměry se získají vydělením zobrazených zvětšením  $z$ .

Aktivitu  $A$  jsem získala lineární regresí z hodnot  $\overline{S_i^2}$ . Podle tabulky č.2 vidíme, že chybu hodnot nelze považovat za stejnou, musela jsem použít metodu minimalizování funkce  $\chi^2$  (viz [3]) pro případ fitovací funkce  $y = ax$ . Není možné opomenout chybu odečítání a zaznamenávání polohy částice, odhaduji ji na asi 40%. Její velikost jsem složila s chybou vypočítanou programem BROWN. Ostatní chyby jsou proti těmto zanedbatelné. Nesmíme rovněž zapomenout, že program udává hodnoty  $\overline{S_i^2} = 2\overline{s^2}$ , a nikoliv  $\overline{s^2}$ .



Obrázek 1: Graf závislosti středního kvadratického posunu na čase ve skutečném měřítku pro 1. částici.

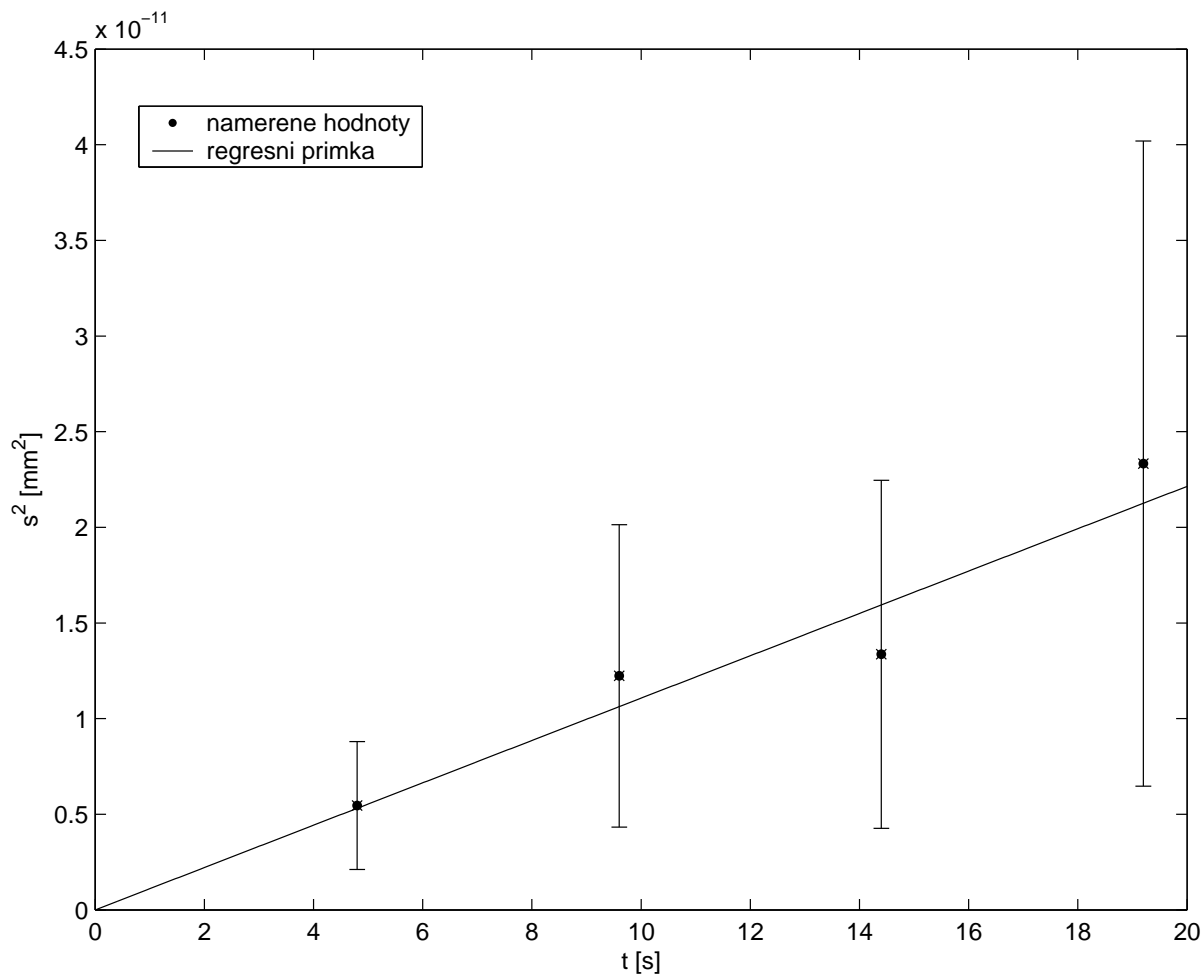
Závislosti hodnot  $\overline{s^2}$  na čase i regresní přímky pro všechny tři částice jsou zanesené v grafech č.1 až 3. Regresí jsem získala pro aktivitu hodnoty

$$A_1 = (9,7 \pm 4,7) \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1},$$

$$A_2 = (11,1 \pm 5,2) \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1},$$

$$A_3 = (9,9 \pm 6,6) \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}.$$

Chybu jsem určila složením chyby statistické a chyb určení času (relativní chyba asi 4%) a  $s^2$  (relativní chyba asi 40%) postupem popsaným v [3].



Obrázek 2: Graf závislosti středního kvadratického posunu na čase ve skutečném měřítku pro 2. částici.

Zprůměrováním dostáváme hodnotu

$$A = (10,2 \pm 5,5) \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1},$$

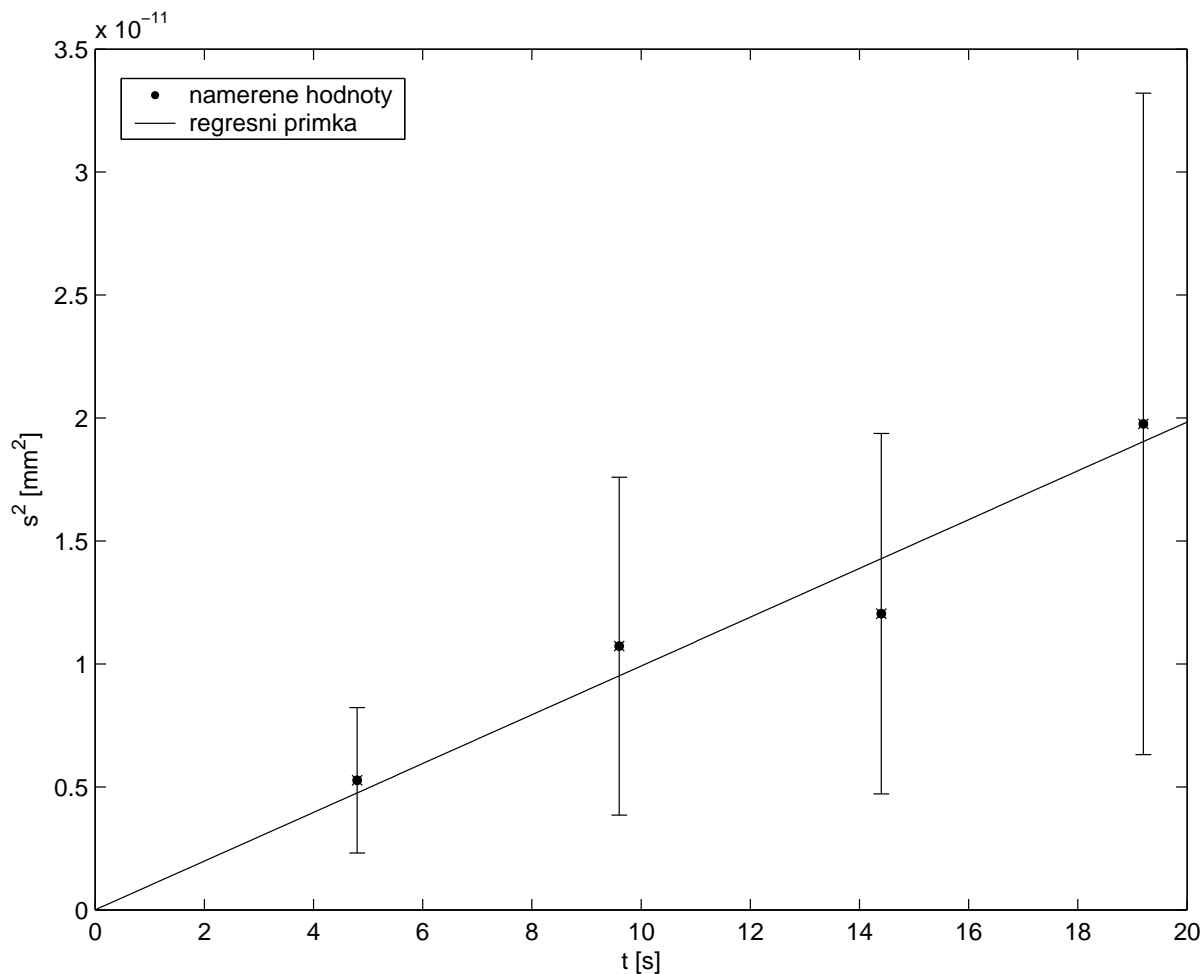
V [2] jsem našla pro potřebné veličiny hodnoty (se zanedbatelnou chybou)  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  a  $\eta_{H_2O} = 0,891 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}^{-1}$  (při  $25^\circ\text{C}$ ). Dále je zadán poloměr latexové částice  $r = (425,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-9} \text{ m}$ . Korekci viskozity na objemový podíl částic nemá vzhledem k velkým chybám ostatních veličin smysl provádět. Za teplotu  $T$  dosadím  $300 \text{ K}$ , protože oproti teplotě místnosti byla větší díky osvětlení mikroskopu. Ze vztahu (2) získám pro Avogadrovu konstantu výsledek

$$N_A = (7 \pm 4) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \quad (5)$$

kde jsem chybu určila podle vztahu

$$\delta N_A = \delta r + \delta A + \delta T,$$

přičemž absolutní chybu  $\Delta T$  odhaduji na  $5 \text{ K}$ .



Obrázek 3: Graf závislosti středního kvadratického posunu na čase ve skutečném měřítku pro 3. částici.

## Diskuse

Z grafů vidíme, že částice vcelku dobře (v rámci experimentální chyby) splňuje Einsteinův vztah. Bohužel většina částic vykazovala dosti silný driftový pohyb (na všech přiložených grafech je patrný preferovaný směr vektorů), což odporuje chaotičnosti pohybu.

Měření je zatíženo dosti velkou chybou. Je způsobena zejména nepřesným odečítáním polohy částice na obrazovce a potom i na monitoru počítače (rozlišení použitého monitoru je dosti malé). Tuto chybu jsem výše odhadla na 20% (typická vzdálenost je asi 5 mm a chyba odečítání asi 1 mm); složila jsem ji s chybou udanou programem BROWN pomocí vzorce pro nezávislé chyby. Dále se projevuje zahřívání kapaliny světlem lampičky, kterou na vzorek svítíme. To jednak mění teplotu vzorku vůči okolnímu prostředí, ale to je pro účely vzorce (2) irelevantní, protože vzhledem k chybě  $A$  je tato chyba zanedbatelná. Za druhé to však vede ke vzniku konvekce, což způsobuje driftový pohyb částic, a tedy narušení chaotičnosti pohybu (Einsteinova vztahu). Ke stejnému důsledku vede i náklon vzorku, zejména však jeho změny (například při opření se o stůl s mikroskopem).

Pramen [2] udává hodnotu  $N_A = (6,022045 \pm 0,000031) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ , což se zřejmě v mezích chyby shoduje s naměřenou hodnotou.

## Závěr

V rámci chyby měření splňuje pohyb částic Einsteinův vztah. Pro částice, jež přiměřeně vyhovovaly kritériím chaotického pohybu, jsem určila parametry jejich trajektorie a z těchto parametrů vypočetla aktivitu částice i Avogadrovu konstantu. V rámci experimentální chyby se vypočtená hodnota (5) Avogadrovvy konstanty shoduje s tabelovanou.

## Reference

- [1] Studijní text k Fyzikálnímu praktiku I, Úloha XVI  
<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt116.htm>
- [2] G. W. C. Kaye, T. H. Laby, Tables of Physical and Chemical Constants, Longman, London 1966
- [3] J. Englich, prezentace k semináři Úvod do praktické fyziky  
<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/mereni.zip>