

1 Pracovní úkoly

1. Experimentálně ověřte platnost vztahu pro časovou závislost středního kvadratického posunutí částice $\overline{s^2}$ při Brownově pohybu.
2. Určete aktivitu Brownova pohybu A částic latexu ve vodě za pokojové teploty.
3. Vypočtěte Avogadrovu konstantu N_A .

2 Teoretická část

Brownův pohyb je chaotický pohyb částic způsobený tepelnými fluktuacemi kapaliny nebo plynu ve kterém se nacházejí. Pro střední kvadratickou dáhu za čas Δt platí Einsteinův vztah [1]

$$\overline{s^2} = A \cdot \Delta t, \quad (1)$$

kde A představuje aktivitu Brownova pohybu. Aktivita pro kulové částice závisí na teplotě, dynamické viskozitě kapaliny a a poloměru částice. Pro takové částice platí vzorec

$$N_A = \frac{RT}{3\pi\eta rA}, \quad (2)$$

T je termodynamická teplota, η dynamická viskozita, r poloměr částice a R molární plynová konstanta.

Částice budeme pozorovat pomocí mikroskopu připojeného k počítači, kalibraci měřítka provedeme programem MotiC Images. Pomocí programu Brown budeme označovat polohy částic v časových intervalech daných akustickou značkou, tento program následně naměřené hodnoty zpracuje.

Pokud ve vzorku nedochází k preferovanému tečení, jsou vzdálenosti mezi dvěma následujícími polohami zvětšeným obrazem průmětu vektoru posunutí do roviny do které je mikroskop zaostřen. Protože je v rovině zaostření stejné pravděpodobnostní rozložení, platí pro aritmetický průměr kvadrátů naměřených drah $\overline{S^2}$

$$\overline{S^2} = 2\overline{s^2}. \quad (3)$$

Výpočet $\overline{s^2}$ provede program Brown. Označíme-li vzdálenost dvou naměřených bodů za čas t , tedy bodu i a $i + 1$ jako S_t , vzdálenost bodu i a $i + 2$ jako S_{2t} , vzdálenost bodu i a $i + 3$ jako S_{3t} , a S_{4t} obdobně, z (1) platí pro jejich střední hodnoty

$$\overline{S_t} : \overline{S_{2t}} : \overline{S_{3t}} : \overline{S_{4t}} = \overline{s_t} : \overline{s_{2t}} : \overline{s_{3t}} : \overline{s_{4t}} = t : 2t : 3t : 4t. \quad (4)$$

Pokud je shoda dostatečná, můžeme naměřené hodnoty použít k určení aktivity Brownova pohybu pomocí lineární regrese a tu k výpočtu Avogadrovu konstanty.

Dynamická viskozita suspenze latexových částic ve vodě je aproximována vztahem

$$\eta = (1 + 2,5\varphi) \cdot \eta_v, \quad (5)$$

φ je objemový podíl částic a η_v je viskozita vody za dané teploty.

3 Výsledky měření

Podmínky měření

Měření bylo prováděno při teplotě $T_{RT} = (26,1 \pm 0,4) ^\circ C$, tlaku $p_{RP} = (992,0 \pm 0,2) hPa$ a relativní vlhkosti vzduchu 38%.

Molární plynovou konstantu uvažuji $R = 8,314 J mol^{-1} K^{-1}$.

Akustická značka

Pro určení časových intervalů zaznamenávání poloh byla použita akustická značka. Prodleva mezi jednotlivými akustickými signály Δt byla určena měřením 10 a 20 dob stopkami. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 1.

Tabulka 1: Naměřené hodnoty doby 10 a 20 akustických signálů

Počet period n	$n \cdot \Delta t$ [s]
10	47,94
10	47,94
10	47,87
20	95,91
20	95,91

Chyba přístroje byla určena jako nejmenší dílek, tedy $\sigma_{\Delta t} = 0,01 s$. Chyba vzniklá reakční dobou byla odhadlá jako $\sigma_{tr} = 0,3 s$, chybu měřicího přístroje oproti této chybě zanedbáváme. Protože se reakční doba projeví i při zapisování jednotlivých poloh částic, můžeme jí považovat i za systematickou chybu jednoho intervalu akustické značky. Po vydělení naměřených hodnot příslušným počtem dob byl určen interval akustické značky $\Delta t = (4,8 \pm 0,3) s$. Statistická chyba, získaná jako směrodatná odchylka vydělených hodnot je oproti chybě systematické zanedbatelná.

Rozměry částice

Ze snímku z elektronového mikroskopu, který je v příloze, byly určeny zdánlivé průměry 22 částic \tilde{d} . Měření bylo provedeno pravítkem s přesností 0,1 mm, což můžeme považovat i za chybu měření. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 2.

Tabulka 2: Naměřené zdánlivé průměry

\tilde{d}	2,8	2,9	2,6	2,3	2,6	2,4	2,8	2,6	2,5	2,4	2,7
[mm]	2,9	2,5	2,8	2,8	2,7	2,4	2,7	2,5	2,7	2,8	2,7

Zprůměrováním těchto hodnot dostáváme $\tilde{d} = (2,6 \pm 0,1) \text{ cm}$. Chyba byla určena jako odmocnina ze součtu kvadrátů směrodatné odchylky naměřených hodnot a chyby měření.

Reálná délka měřítka na snímku byla určena pravítkem jako $m = (6,1 \pm 0,1) \text{ cm}$ a tato délka na snímku odpovídá $1 \mu\text{m}$ ve skutečnosti. Pro poloměr částic v mikrometrech tedy platí $r = \frac{\tilde{d}}{2m}$. Chybu

poloměru dostaneme jako $\sigma_r = \sqrt{\left(\frac{1}{2m}\right)^2 \sigma_{\tilde{d}}^2 + \left(\frac{\tilde{d}}{2m^2}\right)^2 \sigma_m^2}$.

Poloměr částic byl určen jako $r = (0,216 \pm 0,009) \mu\text{m}$.

Dynamická viskozita

Dynamická viskozita vody za teploty $26,1 \text{ }^\circ\text{C}$ byla určena z [2] jako $\eta_v = 0,8673 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, musíme ale také přihlídnout na ohřívání vzorku světlem mikroskopu. Protože nárůst teploty v průběhu měření nemáme zaznamenaný, budeme dále počítat s hodnotou teploty v místnosti, zvětšíme ale její nejistotu na $\sigma_{T_{RT}} = 2 \text{ }^\circ\text{C}$. Pro určení chyby v dynamické viskozitě vody byly použity hodnoty dynamické viskozity vody za teploty $24,1 \text{ }^\circ\text{C}$ a $28,1 \text{ }^\circ\text{C}$, tedy v rozmezí chyby měření teploty. Samotný výpočet chyby použijeme vzorec $\sigma_\eta = \frac{\eta_v(24,1 \text{ }^\circ\text{C}) - \eta_v(28,1 \text{ }^\circ\text{C})}{2}$.

Celkem tedy dostáváme $\eta_v = (0,87 \pm 0,03) \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

Dynamická viskozita měřeného vzorku je určena vzorcem (3), objemový podíl částic uvažujeme $\varphi = 1 : 10\,000$, člen s objemovým podílem tedy můžeme zanedbat a viskozitu vzorku uvažujeme $\eta = \eta_v$.

Aktivita Brownova Pohybu

Pro pozorování pohybu částic byl použit mikroskop Motic s kamerou připojenou k počítači a program Motic Images. Pro zaznamenání poloh částic byl použit program Brown. V Motic Images se pomocí kalibračního sklíčka zkontrolovalo měřítko a Brown se pro příslušné měřítko nastavil. Vzorek byl připraven podle návodu v [1] a následně byly zaznamenávány polohy částic programem Brown, který následně vypočítal i příslušné hodnoty $\overline{s^2}$. Pro každou částici bylo potřeba naměřit nejméně 25 poloh a protože se jedná o statistické zpracování, je vhodné naměřit co nejvíce poloh. Měření, kde se nepovedlo naměřit 25 poloh, nejčastěji z důvodu pohybu částice mimo mikroskopem zaostřenou rovinu, nebyly uloženy. Ze všech úspěšně naměřených částic bylo vybráno 5 měření, pro které byla nejlepší shoda s (4). Tyto měření jsou shrnuty v tabulce 3. Chyby jsou vypočteny programem Brown. Měření, které zde nejsou uvedeny byly ovlivněny výraznými systematickými chybami (dvojkliky při záznamu polohy, nalepení částice na jinou) a nemá smysl je uvažovat.

Tabulka 3: Střední kvadratické posunutí pro jednotlivé částice

	$\overline{s^2}_{\Delta t} [\mu m^2]$	$\overline{s^2}_{2\Delta t} [\mu m^2]$	$\overline{s^2}_{3\Delta t} [\mu m^2]$	$\overline{s^2}_{4\Delta t} [\mu m^2]$
Částice 2	10 ± 1	22 ± 2	30 ± 4	37 ± 4
Částice 3	10 ± 1	20 ± 3	30 ± 4	38 ± 5
Částice 6	23 ± 3	44 ± 5	65 ± 8	87 ± 10
Částice 7	17 ± 1	35 ± 3	52 ± 5	73 ± 8
Částice 8	27 ± 4	51 ± 6	76 ± 7	106 ± 11

Poměry středních kvadratických posunutí jsou v tabulce 4, v závorkách jsou standardní odchylky průměrů.

Tabulka 4: Poměry středních kvadratických posunutí

	Poměry středních kvadratických posunutí						
Částice 2	1	:	2,14 (0,31)	:	2,94 (0,45)	:	3,61 (0,53)
Částice 3	1	:	2,08 (0,37)	:	3,06 (0,55)	:	3,81 (0,66)
Částice 6	1	:	1,93 (0,33)	:	2,85 (0,50)	:	3,84 (0,65)
Částice 7	1	:	2,09 (0,25)	:	3,10 (0,41)	:	4,30 (0,61)
Částice 8	1	:	1,90 (0,35)	:	2,86 (0,48)	:	3,97 (0,68)

Pro jednotlivé částice byla provedena lineární regrese podle rovnice (1) pomocí knihovny scipy.odr. Výsledné hodnoty aktivity Brownova pohybu jsou v tabulce 5.

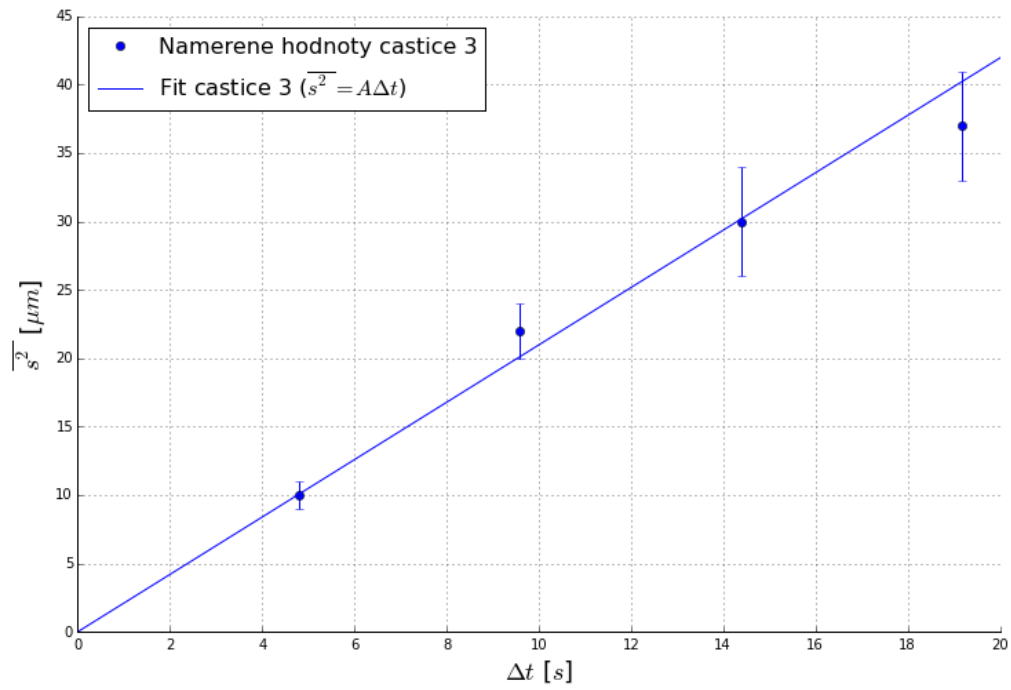
Tabulka 5: Aktivity Brownova pohybu jednotlivých částic

	$A \cdot 10^{12} [m^2 \cdot s^{-1}]$
Částice 2	$2,10 \pm 0,08$
Částice 3	$2,03 \pm 0,03$
Částice 6	$4,55 \pm 0,03$
Částice 7	$3,72 \pm 0,05$
Částice 8	$5,43 \pm 0,07$

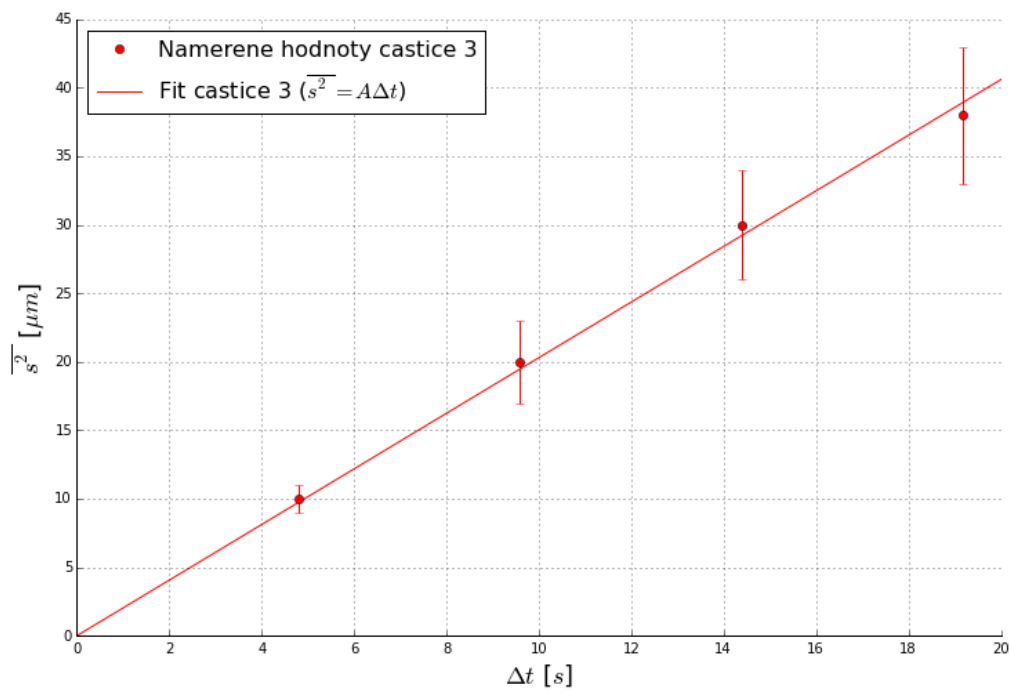
Chyby odpovídají standardním odchylkám, které použitá knihovna dopočítala.

Grafy 1 a 2 ukazují zrafické zpracování pro částice 2 a 3.

Graf 1: Naměřené hodnoty částice 2 a lineární fit



Graf 2: Naměřené hodnoty částice 3 a lineární fit



Avogadrova konstanta

Ze získaných hodnot A je vidět závislost aktivity na teplotě (částice s vyšším číslem byly ve vzorku vystaveném osvětlení delší dobu, tudíž byly měřeny při vyšší teplotě). Proto pro výpočet Avogadrovy konstanty použijí průměr aktivity částic 2 a 3, $\bar{A} = (2,08 \pm 0,02) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, který nejvíce odpovídá aktivitě za pokojové teploty. Chyba byla určena podle vzorce

$$\sigma_{\bar{A}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_{A_2}^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_{A_3}^2}.$$

Avogadrovu konstantu vypočteme podle vzorce (2), jako teplotu budeme opět uvažovat teplotu v místnosti se zvýšenou chybou kvůli zahřívání $T_{RT} = (299,25 \pm 2) \text{ K}$.

$$\text{Chybu určíme podle vzorce } \sigma_{N_A} = N_A \sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2}.$$

Výsledná hodnota je $N_A = (6,8 \pm 0,2) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

4 Diskuse

Velmi významná chyba vznikla zahříváním vzorku světlem z mikroskopu, na této teplotě závisí aktivita i dynamická viskozita vzorku. Pro eliminaci této chyby by bylo vhodné provádět měření teploty vzorku při záznamu Brownova pohybu a udělat korekce na teplotní změny.

Záznam poloh částic byl prováděn ručně, jednotlivé polohy nejsou zaznamenány přesně po časovém intervalu Δt kvůli reakční době člověka při reakci na aukustickou značku. Při lineární regresi chybu v Δt zanedbáváme, protože střední kvadratické posunutí bylo zpracováno statisticky a předpokládáme tedy, že vypočtená hodnota \bar{s}^2 opravdu odpovídá časovému intervalu Δt .

Chyba vzniká i v přesném určení polohy částice, polohy zaznamenané v programu Brown nejsou vždy úplně přesné kvůli záznamu pomocí klikání myši, celková chyba ve středním kvadratickém posunutí je tedy větší než vypočtená programem.

Chyby vypočtené programem Brown závisí na počtu naměřených poloh, čím více poloh se podařilo zaznamenat, tím menší je chyba v dopočtených hodnotách, přesto nebylo měření částice 7, kde je zaznamenaných poloh nejvíce, použito k určení aktivity. Místo ní byly použity částice 2 a 3, u kterých můžeme předpokládat, že teplota vzorku při jejich měření byla blíže teplotě v místnosti, než při měření částice 7.

Měření většího počtu poloh bylo často znemožněno únikem částice mimo pozorovanou část vzorku nebo z mikroskopem zaostřené roviny. Ve vzorku se také vyskytovaly dvojice částic, které na sebe byly nalepené, aby nedošlo k měření takové částice, byly měřeny pouze částice vizuálně menší.

Výsledná hodnota se s tabulkovou hodnotou [3] $N_A = 6,022\,140\,857\,(74) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ shoduje řádově.

5 Závěr

Vztah pro časovou závislost kvadratického posunutí částice byl ověřen z poměrů (4).

Aktivita Brownova pohybu za pokojové teploty byla určena jako průměr aktivit naměřených částic 2 a 3, $\bar{A} = (2,08 \pm 0,02) \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Avogadrova konstanta byla určena jako $N_A = (6,8 \pm 0,2) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. S tabulkovou hodnotou se shoduje řádově.

6 Seznam použité literatury

- [1] Studium Brownova pohybu. Studijní text k fyzikálnímu praktiku. Fyzikální Praktikum [online]. [cit. 2018-05-08].
https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_116.pdf
- [2] Water - Dynamic and Kinematic Viscosity [online]. [cit. 2018-05-08].
https://www.engineeringtoolbox.com/water-dynamic-kinematic-viscosity-d_596.html
- [3] CODATA Value: Avogadro constant [online]. [cit. 2018-05-08].
<https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?na>