

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM ...

Úloha č. ....

Název: .....

Pracoval: ..... stud. skup. .... dne .....

Odevzdal dne: .....

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval: ..... dne .....

# Pracovní úkoly

1. Změřte teplotní závislost povrchového napětí destilované vody  $\sigma$  v rozsahu teplot od 295 do 345 K metodou bublin.
2. Měřenou závislost znázorněte graficky. Závislost aproximujte kvadratickou funkcí.

## 1 Teoretická část

Povrchové napětí  $\sigma$  je definováno jako síla působící v povrchu kapaliny kolmo na jednotku délky. Pro úsečku délky  $l$ , na kterou v povrchu působí z obou stran síla  $F$ , pak platí:

$$\sigma = \frac{F}{l} \quad (1)$$

### Metoda bublin

Při vytlačování vzduchu z kapiláry, působí proti vytlačování jednak hydrostatický tlak v hloubce  $h$  a jednak povrchové napětí kapaliny  $\sigma$  vytváří uvnitř kulové plochy poloměru  $r$  přetlak:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} + h\rho g \quad (2)$$

$g$  je tíhové zrychlení,  $\rho$  hustota zkoumané kapaliny. V případě, že kapilára je umístěna těsně pod povrchem kapaliny, můžeme hydrostatický tlak zanedbat. Bubliny začnou unikat právě ve chvíli, kdy tlak uvnitř trubice je vyšší než tlak nad hladinou kapaliny o:

$$\Delta p_{max} = \frac{2\sigma}{r_0} \quad (3)$$

kde  $r_0$  je poloměr kapiláry. Celé měření realizujeme pomocí baňky s rtuťovým teploměrem a kapilárou, která vnitřní prostředí spojuje s okolím a ústí těsně pod hladinu měřené kapaliny (vody). Prostor nad kapalinou je spojen s aspirátorem, jenž slouží ke snižování tlaku nad hladinou kapaliny (více viz. [1, str. 153-155]). Rozdíl tlaků měříme *mikromanometrem*. Baňka je umístěna v kádince s vlažnou vodou, která je pomocí ploténky s míchačkou postupně ohřívána.

Postup měření je následující: Uvolněním kohoutu aspirátoru z něj upouštíme vodu a snižujeme tlak nad hladinou měřené kapaliny tak, aby systém volně "dýchal". Rozdíl tlaku uvnitř a vně aparatury sledujeme na stupnici *mikromanometru*, když dosáhne maximální hodnoty, začnou z kapiláry unikat bublinky. Hodnoty ze stupnice *mikromanometru* pro spočtení max. rozdílu tlaků  $\Delta p_{max}$  zapíšeme. Kapalinu v baňce postupně zahříváme a měříme povrchové napětí pro různé teploty  $t$ , příp. termodyn.  $T$ .

### Použité přístroje

**Mikromanometr** Zařízení slouží k měření rozdílu tlaků. Jeho hlavní součástí je milimetrová stupnice s vodním sloupcem, která může být pro potřebu přesnosti nakloněna v různých úhlech (čím menší úhel, tím větší přesnost). Nejprve odečteme polohu  $n_0$  hladiny vod. sloupce na stupnici pro tlak, vůči kterému rozdíl měříme. Po připojení aparatury a prostředí s odlišnou hodnotou tlaku odečteme polohu  $n_1$  na milimetrové stupnici. Rozdíl tlaku  $\Delta p$  pak získáme jako:

$$\Delta p = (n_1 - n_0)\rho g \sin\alpha \quad (4)$$

kde  $\rho$  je hustota kapaliny v mikromanometru (dest. voda),  $g$  je místní tíhové zrychlení,  $\alpha$  je úhel naklonění stupnice s vod. sloupcem od vodorovného směru (dále viz. [1, str. 134-137]). Náš mikromanometr je nastaven tak, že  $n_0 = 0$  mm, tedy měříme přímo rozdíl  $l = n_1 - n_0$ . Stupnice je milimetrová,  $\Delta l = 1$  mm.

rtuťový teploměr ( $\Delta t = 0.5$  °C), plotýnka s míchačkou, baňka s destilovanou vodou a kapilárou, kádinka, aspirátor

## 2 Výsledky měření

### Použité hodnoty [3]

Tíhové zrychlení  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$   
 Hustota dest. vody v manometru  $\rho_{H_2O} = 997.5 \text{ kg.m}^{-3}$     Hustota vody při teplotě 23 °C.

### Další hodnoty a podmínky měření

Teplota okolí  $t_o = (22.8 \pm 0.1) \text{ }^\circ\text{C}$   
 Průměr kapiláry  $d_0 = (0.55 \pm 0.02) \text{ mm}$   
 Úhel sklonu stupnice manometru  $\alpha = 30^\circ$   
 $\sin\alpha = 0.5$

Přímým dosazením naměřených hodnot  $l$  a známých  $g$ ,  $\rho_{H_2O}$ ,  $r$  (za které dosadíme  $d/2$  její průměr) a  $\sin\alpha$  do rovnic (3) a (4) získáme hledané  $\sigma$ . Chybu spočteme standartně z  $\Delta l$  a  $\Delta d$ :

$$\Delta\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial l}\Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial d}\Delta d\right)^2} \quad (5)$$

Výsledné hodnoty uvádí tabulka 1.

$t \text{ [}^\circ\text{C]}$	$T \text{ [K]}$	$l \text{ [mm]}$	$\sigma \text{ [}10^{-3}\text{ N.m}^{-1}\text{]}$
20.0	293.2	111	(74.7 ± 2.8)
25.0	298.2	110	(74.0 ± 2.8)
30.0	303.2	109	(73.4 ± 2.8)
32.0	305.2	108	(72.7 ± 2.7)
35.0	308.2	107	(72.0 ± 2.7)
37.0	310.2	106	(71.3 ± 2.7)
40.0	313.2	105	(70.7 ± 2.7)
42.0	315.2	104	(70.0 ± 2.6)
45.0	318.2	103	(69.3 ± 2.6)
47.0	320.2	102	(68.7 ± 2.6)
50.0	323.2	102	(68.7 ± 2.6)
52.5	325.7	101	(68.0 ± 2.6)
55.0	328.2	100	(67.3 ± 2.5)
57.0	330.2	99	(66.6 ± 2.5)
62.0	335.2	98	(66.0 ± 2.5)
65.0	338.2	98	(66.0 ± 2.5)
67.5	340.7	97	(65.3 ± 2.5)
70.0	343.2	97	(65.3 ± 2.5)

Tabulka 1: Naměřené hodnoty  $l$  při teplotách vody  $t$  resp.  $T$  a výsledné povrch. napětí  $\sigma$

Dále zkoumáme závislost povrchového napětí na termodyn. teplotě vody  $T$ . Naměřenou závislost máme aproxi-movat kvadratickou funkcí obecného tvaru s koeficienty  $a$ ,  $b$  a  $c$ :

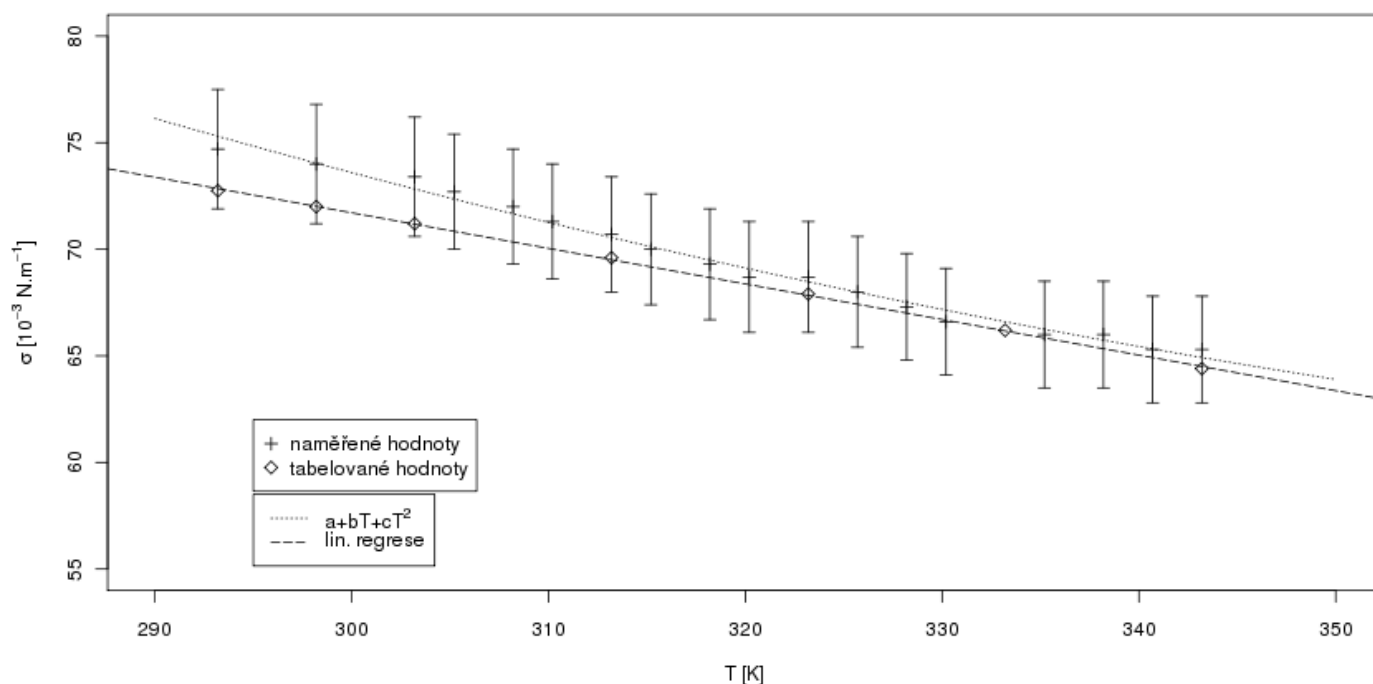
$$\sigma = a + bT + cT^2 \quad (6)$$

Při zpracování programem  $R$  vycházejí koeficienty se standartními odchylkami:

$a = (230 \pm 40) \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$   
 $b = (-0.8 \pm 0.2) \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$   
 $c = (10 \pm 4) \times 10^{-7} \text{ N.m}^{-1}.\text{K}^{-2}$

Výsledek je znázorněn v grafu na obr. 1.

### Teplotní závislost povrch. napětí vody



Obr. 1: Graf závislosti povrchového napětí vody  $\sigma$  na term. teplotě  $T$  a tabelované hodnoty [3]

Pro porovnání zkusme ještě spočítat povrchové napětí z rovnic (2), (3) a (4) a nezanedbávat hydrostatický tlak. Odhadněme ponoření kapiláry do hloubky  $h = 1 \text{ mm}$ . Hustotu vody za různých teplot zjistíme z tabulek [3]. Chybu počítáme stejně jako v přechozím případě, chybu odhadu ponoření neuvažují.

$T$ [K]	$l$ [mm]	$\rho$ [ $kg.m^{-3}$ ]	$\sigma$ [ $10^{-3} N.m^{-1}$ ]	$\sigma_k$ [ $10^{-3} N.m^{-1}$ ]	$\sigma_t$ [ $10^{-3} N.m^{-1}$ ]
293.2	111	998.2	(74.7 ± 2.8)	(73.3 ± 2.8)	72.8
298.2	110	997.0	(74.0 ± 2.8)	(72.7 ± 2.8)	72.0
303.2	109	995.7	(73.4 ± 2.8)	(72.0 ± 2.8)	71.2
305.2	108	995.0	(72.7 ± 2.7)	(71.3 ± 2.7)	--
308.2	107	994.0	(72.0 ± 2.7)	(70.6 ± 2.7)	--
310.2	106	993.3	(71.3 ± 2.7)	(70.0 ± 2.7)	--
313.2	105	992.2	(70.7 ± 2.7)	(69.3 ± 2.7)	69.6
315.2	104	991.4	(70.0 ± 2.6)	(68.6 ± 2.6)	--
318.2	103	990.2	(69.3 ± 2.6)	(68.0 ± 2.6)	--
320.2	102	989.4	(68.7 ± 2.6)	(67.3 ± 2.6)	--
323.2	102	988.0	(68.7 ± 2.6)	(67.3 ± 2.6)	67.9
325.7	101	-----	(68.0 ± 2.6)	-----	--
328.2	100	985.7	(67.3 ± 2.5)	(65.9 ± 2.5)	--
298.2	99	-----	(66.6 ± 2.5)	-----	--
303.2	98	980.6	(66.0 ± 2.5)	(64.6 ± 2.5)	--
293.2	98	-----	(66.0 ± 2.5)	-----	--
298.2	97	-----	(65.3 ± 2.5)	-----	--
303.2	97	977.8	(65.3 ± 2.5)	(63.9 ± 2.5)	64.4

Tabulka 2: Tabulka původních hodnot povrch. napětí  $\sigma$ , s korekcí na ponoření kapiláry a hustotu ( $\rho$ ) kapaliny  $\sigma_k$  a tabelované hodnoty  $\sigma_t$ , -- data v tabulkách pro tyto teploty nejsou uvedena.

### 3 Diskuse výsledků

Naměřené hodnoty (při zanedbání hydrostatického tlaku) jsou větší než tabelované, nicméně ty leží v intervalu chyby, jak ilustruje tabulka 2 a graf na obr. 1. Tabelovaná závislost povrch. napětí vody na její teplotě je navíc lineární. Naše výsledky se v grafu k této přímce s rostoucí teplotou stále více přibližují. I proto jsem k přímo naměřeným hodnotám přidal ještě srovnání s hodnotami beroucími v potaz hydrostatický tlak pro ústí trubice v hloubce 1 mm. Jak je vidět opět z tabulky 2, tyto výsledky tabulkovým hodnotám odpovídají ještě o něco lépe. Hledanou zanedbanou hloubku ústí kapiláry odhaduji tedy někde mezi 0 a 2 mm.

Dalšími zdroji chyb pak je samozřejmě předpoklad, že měření probíhá v ustáleném stavu, což není pravda. Během měření je voda neustále zahřívána. Podobně i pokud voda z aspirátoru odtékala moc rychle, bubliny pak neunikají z kapiláry za ustáleného stavu a naměřený rozdíl tlaků může být odlišný. Taktéž silné vypařování vody při vyšších teplotách může ovlivnit naměřený výsledek (mění teplotu a tlak nad hladinou kapaliny). Ve spojitosti s uvažovaným hydrostat. tlakem se lze i domnívat, že na začátku měření ústí kapilára ve větší hloubce než k jeho konci.

Nakonec nemáme ani jistotu, že použitá destilovaná voda byla zcela čistá.

### 4 Závěr

Metodou bublin bylo zjištěno povrchové napětí vody o teplotě 293.2 až 343.2 K. Povrchové napětí s rostoucí teplotou klesá. Dosažené hodnoty v rozmezí 65 až 75  $\times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$  s relativní chybou okolo 4 % shrnuje tabulka 1, závislost byla aproximována kvadratickou funkcí. Tu a porovnání s tabelovanými hodnotami ilustruje graf na obr. 1. Hodnoty povrch. nap. při uvažovaném vlivu hydrostatického tlaku v ústí kapiláry shrnuje tabulka 2.

### 5 Literatura

#### Použitá literatura

- [1] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983
- [2] Studijní text, XIV Studium teplotní závislosti pov. napětí, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [3] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980