

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

# Fyzikální praktikum I

Úloha č. XIV

## Studium teplotní závislosti povrchového napětí

Měřil a zpracoval: Antonín Baďura, FOF

Měřil dne: 27. března 2018

Odevzdal dne: 3. dubna 2018

Poznámky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0–5	
Teoretická část	0–1	
Výsledky měření	0–8	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Seznam použité literatury	0–1	
<b>Úhrnem</b>	nejvýše 20	

Hodnotil ..... dne .....

## 1 Zadání úlohy

1. Změřte teplotní závislost povrchového napětí destilované vody  $\sigma$  v rozsahu teplot od 23 °C do 70 °C metodou bublin.
2. Měřenou závislost znázorněte graficky, do grafu vynesete chybové úsečky a tabulkové hodnoty. Závislost aproximujte kvadratickou funkcí.

## 2 Teoretická část

Jako povrchové napětí se označuje veličina daná silou působící kolmo na jednotkovou délku. Pro sílu  $F$ , jež působí na blánu o délce okraje  $l$ , máme:

$$\sigma = \frac{F}{l}. \quad (1)$$

Při vytlačování bubliny pod hladinou vody působí na stěnu bubliny kromě hydrostatického tlaku i povrchové napětí. To vytváří uvnitř kulové plochy kapilární přetlak  $\Delta p_\sigma$ :

$$\Delta p_\sigma = \frac{2\sigma}{r}, \quad (2)$$

kde  $r$  je poloměr bubliny. Při použití metody bublin pro určení povrchového napětí určené látky se měří veličina  $\Delta p$  v okamžiku, kdy je maximální, tedy zřejmě když má bublina minimální poloměr  $r_0$ , který je při použití kapiláry roven jejímu poloměru. Bubliny začínají z kapiláry unikat, zvýší-li se rozdíl mezi tlakem vzduchu v kapiláře a nad hladinou kapaliny na hodnotu:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r_0} + h\rho g \quad (3)$$

kde  $h$  je vzdálenost od hladiny,  $\rho$  hustota kapaliny a  $g$  tíhové zrychlení. Při vhodném umístění kapiláry je možno hydrostatický tlak zanedbat [1].

Rozdíl tlaků  $\Delta p$  byl měřen pomocí mikromanometru, v němž je stupnici odečítáno zvýšení hladiny  $l$  měřící kapaliny (zde destilované vody), které odpovídá hydrostatickému tlaku, jež je roven rozdílu  $\Delta p$ . Pro zvýšení přesnosti může být rameno manometru se stupnicí a kapalinou nakloněno o úhel  $\alpha$  vůči vodorovné rovině. Odtud vyjádříme rozdíl tlaků jako  $\Delta p = \sin\alpha \lg\rho$  a dostáváme vztah pro povrchové napětí  $\sigma$  (zanedbáme-li hydrostatický tlak působící na bublinu):

$$\sigma = \frac{1}{2} \Delta p r_0 = \frac{1}{2} \sin\alpha \lg\rho r_0 = \frac{1}{4} \sin\alpha \lg\rho d, \quad (4)$$

kde  $d$  představuje průměr kapiláry.

## 3 Výsledky měření

Fyzikální podmínky v laboratoři. Měření probíhalo při teplotě  $(24,3 \pm 0,4)^\circ\text{C}$ , atmosférickém tlaku  $(986 \pm 2)\text{hPa}$  a relativní vlhkosti vzduchu  $(25 \pm 2,5)\%$ .

V tabulce 1 jsou uvedeny naměřené hodnoty  $l$  odečtené ze stupnice manometru těsně před uvolněním bubliny a teplota vody, při níž k uvolnění došlo. Nejmenší dílec stupnice mikromanometru odpovídal 1 mm, tato hodnota byla uvažována jako absolutní nejistota měření. Nejmenší dílec na stupnici teploměru byl 0,5 °C, kterážto hodnota byla rovněž uvažována jako nejistota měření teploty  $t$ .

Tabulka zároveň obsahuje spočtené hodnoty povrchového napětí z odpovídajících hodnot dle vztahu 4. Hodnota tíhového zrychlení je uvažována jako  $g = 9,810 \text{ m s}^{-1}$  [2], hustota vody při odpovídající laboratorní teplotě je  $\rho = (997,22 \pm 0,15) \text{ kg m}^{-3}$ , kterážto hodnota byla určena z hodnot pro 24 a 25 °C uvedených v [3] a lineárně aproximována (nejistota byla přenesena z měření teploty). Průměr kapiláry byl v laboratoři uveden jako  $(0,52 \pm 0,02) \text{ mm}$ , nejistota měření úhlu  $\alpha$  nebyla uvažována (manometr byl vyrovnán pomocí několika vodováh).

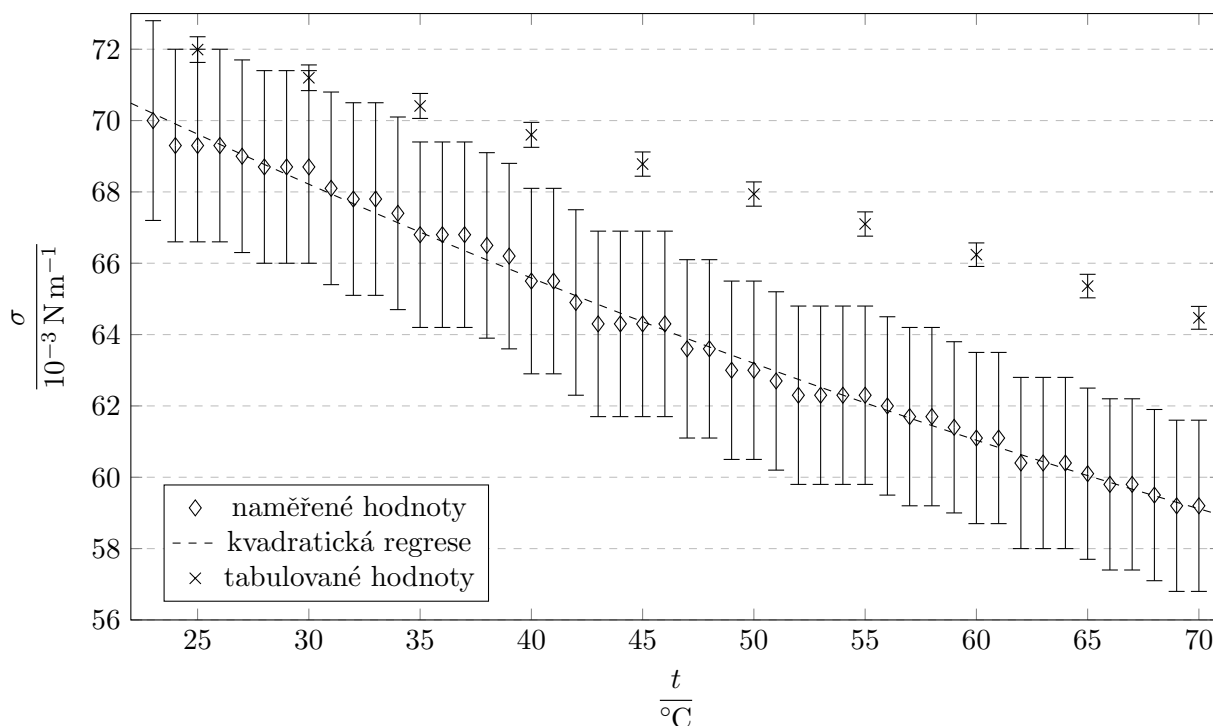
Přenesená nejistota  $\sigma_\sigma$  určení povrchového napětí byla určena standardním postupem z [4], a to jako:

$$\sigma_\sigma^2 = \left(\frac{g}{8}\right)^2 \left( (\rho d \sigma_l)^2 + (l_i d \sigma_\rho)^2 + (\rho l_i \sigma_d)^2 \right), \quad (5)$$

kde  $\sigma_l, \sigma_\rho, \sigma_d$  jsou postupně absolutní nejistoty měření výšky vodního sloupce, průměru kapiláry a hustoty vody a  $l_i$  jsou hodnoty odečtené ze stupnice manometru.

V grafu 1 jsou zobrazeny spočtené hodnoty povrchového napětí  $\sigma$  v závislosti na teplotě. Tyto hodnoty byly proloženy polynomiální regresní křivkou druhého stupně  $\sigma = at^2 + bt + c$ , jejíž koeficienty byly spočteny pomocí metod nejmenších čtverců v programu Origin, a to jako:

$$\begin{aligned} a &= (1,2 \pm 0,2) 10^{-6} \text{ K}^{-2} \text{ Nm}^{-1}, \\ b &= (-3,5 \pm 0,3) 10^{-4} \text{ K}^{-1} \text{ Nm}^{-1}, \\ c &= (77,5 \pm 0,5) 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}. \end{aligned}$$



Graf 1: Závislost povrchového napětí na teplotě, která byla změřena bublinovou metodou. Uvedena je rovněž křivka kvadratické regrese změřených hodnot (rovnice uvedena v textu) a tabelované hodnoty převzaté z [5] včetně zde uvedených nejistot

$\frac{t}{^\circ\text{C}}$	$\frac{l}{\text{mm}}$	$\frac{\sigma}{10^{-3}\text{Nm}^{-1}}$	$\frac{t}{^\circ\text{C}}$	$\frac{l}{\text{mm}}$	$\frac{\sigma}{10^{-3}\text{Nm}^{-1}}$
23,0	110	70,0 ± 2,8	47,0	100	63,6 ± 2,5
24,0	109	69,3 ± 2,7	48,0	100	63,6 ± 2,5
25,0	109	69,3 ± 2,7	49,0	99	63,0 ± 2,5
26,0	109	69,3 ± 2,7	50,0	99	63,0 ± 2,5
27,0	109	69,0 ± 2,7	51,0	99	62,7 ± 2,5
28,0	108	68,7 ± 2,7	52,0	98	62,3 ± 2,5
29,0	108	68,7 ± 2,7	53,0	98	62,3 ± 2,5
30,0	108	68,7 ± 2,7	54,0	98	62,3 ± 2,5
31,0	107	68,1 ± 2,7	55,0	98	62,3 ± 2,5
32,0	107	67,8 ± 2,7	56,0	98	62,0 ± 2,5
33,0	107	67,8 ± 2,7	57,0	97	61,7 ± 2,5
34,0	106	67,4 ± 2,7	58,0	97	61,7 ± 2,5
35,0	105	66,8 ± 2,6	59,0	97	61,4 ± 2,4
36,0	105	66,8 ± 2,6	60,0	96	61,1 ± 2,4
37,0	105	66,8 ± 2,6	61,0	96	61,1 ± 2,4
38,0	105	66,5 ± 2,6	62,0	95	60,4 ± 2,4
39,0	104	66,2 ± 2,6	63,0	95	60,4 ± 2,4
40,0	103	65,5 ± 2,6	64,0	95	60,4 ± 2,4
41,0	103	65,5 ± 2,6	65,0	95	60,1 ± 2,4
42,0	102	64,9 ± 2,6	66,0	94	59,8 ± 2,4
43,0	101	64,3 ± 2,6	67,0	94	59,8 ± 2,4
44,0	101	64,3 ± 2,6	68,0	94	59,5 ± 2,4
45,0	101	64,3 ± 2,6	69,0	93	59,2 ± 2,4
46,0	101	64,3 ± 2,6	70,0	93	59,2 ± 2,4

Tabulka 1: Tabulka výšky vodního sloupce  $l$  v mikromanometru v závislosti na teplotě vody v níž docházelo k vývoji pozorovaných bublin, uvedeny jsou rovněž hodnoty odpovídajícího povrchového napětí (rel. nejistota je u všech hodnot  $\sigma$  4%)

## 4 Diskuse výsledků

Porovnáním určených hodnot  $\sigma$  s hodnotami tabelovanými v grafu 1 lze učinit závěr, že byla přítomna výrazná systematická chyba. Provedeme-li regresní analýzu na tabulkových hodnotách, dostaneme hodnoty koeficientů  $a = -2,7 \cdot 10^{-7} \text{K}^{-2} \text{Nm}^{-1}$ ,  $b = -1,4 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1} \text{Nm}^{-1}$ ,  $c = 75 \cdot 10^{-3} \text{Nm}^{-1}$ . Z nich vidíme, že nejvýznamnější odchylka od naměřené závislosti je v kvadratickém členu: odtud je možno usoudit, že významným zdrojem systematické chyby byla metoda zahřívání měřené kapaliny (destilované vody), která byla dynamická a tudíž teploty měřené teploměrem nemusely nutně odpovídat těm v místě vzniku bublin.

Zároveň ale nelze pominout odlišnost v absolutním členu, jež se projevila zřetelně u všech naměřených hodnot a která byla pravděpodobně způsobena chybným určením průměru kapiláry,

nebo chybným měřením tlaku pomocí mikromanometru, v němž nebyla hladina měřící kapaliny zcela vodorovná a odečet hodnot navíc ztěžovala kapilární elevace této kapaliny.

## 5 Závěr

Kvadratická závislost povrchového napětí destilované vody na teplotě v rozmezí 23–70 °C byla určena polynomiální regresí jako  $\sigma = at^2 + bt + c$ , kde

$$\begin{aligned}a &= (1,2 \pm 0,2) 10^{-6} \text{ K}^{-2} \text{ Nm}^{-1}, \\b &= (-3,5 \pm 0,3) 10^{-4} \text{ K}^{-1} \text{ Nm}^{-1}, \\c &= (77,5 \pm 0,5) 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}.\end{aligned}$$

## Literatura

- [1] *Studijní text k základnímu fyzikálnímu praktiku I, úloha XIV* [online]. KVOF MFF UK [cit. 2018-03-03]. Dostupné z: [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_114.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_114.pdf)
- [2] *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2003, s. 216–217. ISBN 978-80-7196-264-9.
- [3] SWITZER, W. L. *Density of Water* [online]. North Carolina State University, Department of Chemistry [cit. 2018-03-27]. Dostupné z: [https://chemistry.sciences.ncsu.edu/resource/H2Odensity\\_vp.html](https://chemistry.sciences.ncsu.edu/resource/H2Odensity_vp.html)
- [4] ENGLICH, J. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006, ISBN 80-86732-93-2.
- [5] VARGAFTIK, N. B., B. N. VOLKOV a L. D. VOLJAK. International Tables of the Surface Tension of Water. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. 1983, **12**(3), 817-820. DOI: 10.1063/1.555688. ISSN 0047-2689. Dostupné také z: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.555688>