

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

1. Změřte tuhost aparatury K.
2. Proveďte dynamickou zkoušku deformace v tlaku přiloženého vzorku.
3. Výsledek dynamické zkoušky v tlaku graficky znázorněte a určete mezní napětí $\sigma_{0,2}$ a σ_U .

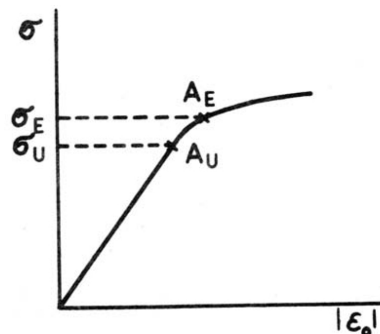
1 Teoretická část

Působením tlakem (nebo tahem) na válcový vzorek pevné látky ve směru osy válce dochází ke změně jeho původní délky l_0 na l . Velikost změny závisí na materiálu vzorku, velikosti působící síly a původním průřezu vzorku S_0 . Rozlišujeme mezi *skutečným* (σ') a *smluvním napětím* (σ). S je aktuální průřez vzorku:

$$\sigma' = \frac{F}{S} \quad \sigma = \frac{F}{S_0} \quad (1)$$

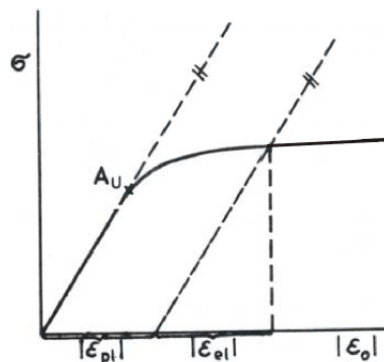
Podobně zavádíme i *relativní* (ε_0) a *skutečnou deformaci* (ε):

$$\varepsilon_0 = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad \varepsilon = \ln \frac{l}{l_0} \quad (2)$$



Obr. 1: σ_U - mez úměrnosti, σ_E - mez pružnosti

Pro většinu kovových materiálů lze závislost deformace na smluvním napětí σ popsat křivkou na obr. 1. Po bod A_U je deformace přímo úměrná působícímu napětí a jev je popsán *Hookeovým zákonem* (viz. [?, článek 38.1, str. 702-704]feynman2. σ_U se nazývá *mez úměrnosti*. Nad touto hodnotou už závislost není lineární. σ_E je tzv. *mez pružnosti*. Při jejím překročení je vzorek po odstranění napětí trvale deformován a nevrací se do původního stavu. Namísto σ_E se běžně zavádí smluvní napětí $\sigma_{0,2}$ označováno jako *mez 0.2*, které odpovídá relativní plastické deformaci $\varepsilon_{pl} = 0.2\%$. Tuto mez lze přibližně zjistit ze zatěžovacího diagramu jak ilustruje obr. 2. Za předpokladu, že deformace se skládá z elastické ε_{el} a plastické ε_{pl} , pak původní přímkou přímé úměrnosti určené *Hookeovým zákonem* posuneme podél osy x ($|\varepsilon_0|$) o odpovídající velikost 0.2 % plastické deformace vzorku. Ze souřadnic průsečíku s deformační křivkou zjistíme $\sigma_{0,2}$.



Obr. 2: ε_{pl} - plastická deformace velikosti 0.2 %, ε_{el} - elastická deformace

Dynamická zkouška deformace v tlaku

K pokusu je připraveno měřicí zařízení, které pomocí elektrického motorku a kotouče stlačuje vzorek konstantní rychlostí v_d :

$$v_d = \nu h_0 \quad (3)$$

kde ν je frekvence s jakou se kotouč otáčí a h_0 je zdvih odpovídající jedné otáčce kotouče. K určení působící síly slouží tenzometrický odporový snímač, který převádí změny působící síly na změny odporu měrných pásků. To je pak vyhodnoceno jako změna výstupního napětí, které je měřeno elektronickým *multimetrem*. Časová závislost výstupního napětí je zaznamenána programem *Zapisovač* a zapsána do příslušného datového souboru, popř. zobrazena v grafu (viz. příloha). Při napájení tenzometru stejnosměrným napětím 5.5 V platí pro působící sílu F [1]:

$$F = \alpha U \quad (4)$$

kde U je výstupní napětí a $\alpha = 50 \text{ N.mV}^{-1}$.

Před měřením vzorku je třeba zjistit tuhost aparatury K , neboť ji nelze považovat za ideálně tuhou. Platí:

$$F = K \cdot |\Delta l_A| \quad (5)$$

kde Δl_A je délková změna aparatury. Tuhost K určujeme pomocí kalibračního vzorku z materiálu s vysokou hodnotou modulu pružnosti v tahu a s podstatně většími příčnými rozměry než zkoumaný vzorek. Pak lze kalib. vzorek považovat za absolutně tuhý a délkové změny uvažovat jako deformaci aparatury. Použitý kalib. vzorek je z oceli. Délková deformace aparatury se pak odečítá od změny délky vzorku.

Postup měření je jednoduchý: před samotnou dynamickou zkouškou deformace v tlaku se vzorek proměří pomocí mikrometru a měřidla s noniem. Jak nejprve kalibrační, tak následně měřený vzorek se upevní do aparatury a spustí se program *Zapisovač*, v zápětí elektromotorek deformující vzorek. Program sám naměřené hodnoty zapisuje a zobrazuje do grafu. Měřili jsme dokud výstupní napětí snímače nedosáhlo hodnoty 15 mV.

Použité přístroje

Multimetr NI 4065 Multimetr je zapojen přes USB rovnou do počítače a naměřené hodnoty jsou přímo zpracovávány programem *Zapisovač*. Při přesnosti s jakou multimetr měří pozorujeme "šum" projevující se neučesaností naměřené křivky a drobnou fluktuací získaných hodnot. Podle textu zadání úlohy je chyba multimetru při rozsahu 100 mV 0.0035 % z rozsahu a 0.009 % z hodnoty, což pro chybu rozsahu dává $3.5 \times 10^{-3} \text{ mV}$

Mikrometr Pro změření průměru vzorku. $\Delta d = 0.01 \text{ mm}$

Posuv. měřítko s noniem Pro změření délky vzorku. $\Delta l = 0.05 \text{ mm}$

Další přístroje elektromotorek pro otáčení kotouče k deformaci, aparatura k uchycení vzorku a přenášení tlaku, zdroj stálého stejnosměrného napětí, tenzometrický odporový snímač

2 Výsledky měření

Použité hodnoty [1]

$$\begin{aligned} \text{frekvence otáčení kotouče} & \quad \nu = 0.6 \times 10^{-3} \text{ s} \\ \text{zdvih po jedné otáčce} & \quad h_0 = 0.75 \text{ mm} \\ \text{rychlost stlačování (3)} & \quad v_d = 4.5 \times 10^{-7} \text{ m.s}^{-1} \\ & \quad \alpha = 50 \text{ N.mV}^{-1} \end{aligned}$$

Stlačovaný vzorek

$$\begin{aligned} \text{délka před deformací} & \quad l_0 = (10.10 \pm 0.05) \text{ mm} \\ \text{délka po deformaci} & \quad l_1 = (9.75 \pm 0.05) \text{ mm} \end{aligned}$$

Měření průměru vzorku d shrnuje tabulka 1. Výsledná chyba arit. průměru je chyba měření dělená odmocninou z počtu měření. To je v obou případech menší než polovina nejmenšího řádu naměřených hodnot. V případě potřeby pro další výpočty tak uvažujme chybu průměru vzorku 0.005 mm .

č. měření	d_0 [mm]	d_1 [mm]
1	7.37	7.54
2	7.35	7.50
3	7.42	7.49
4	7.36	7.52
5	7.41	7.50
\bar{d}	7.38	7.51

Tabulka 1: průměr vzorku před deformací d_0 a po deformaci d_1

Tuhost aparatury

Z rovnic (4) a (5) vyjádříme výstupní napětí U :

$$U = \frac{K}{\alpha} \cdot |\Delta l_A| \quad (6)$$

a prodloužení aparatury l_A získáme z rychlosti deformace v_d :

$$U = \frac{K}{\alpha} v_d \cdot t \quad (7)$$

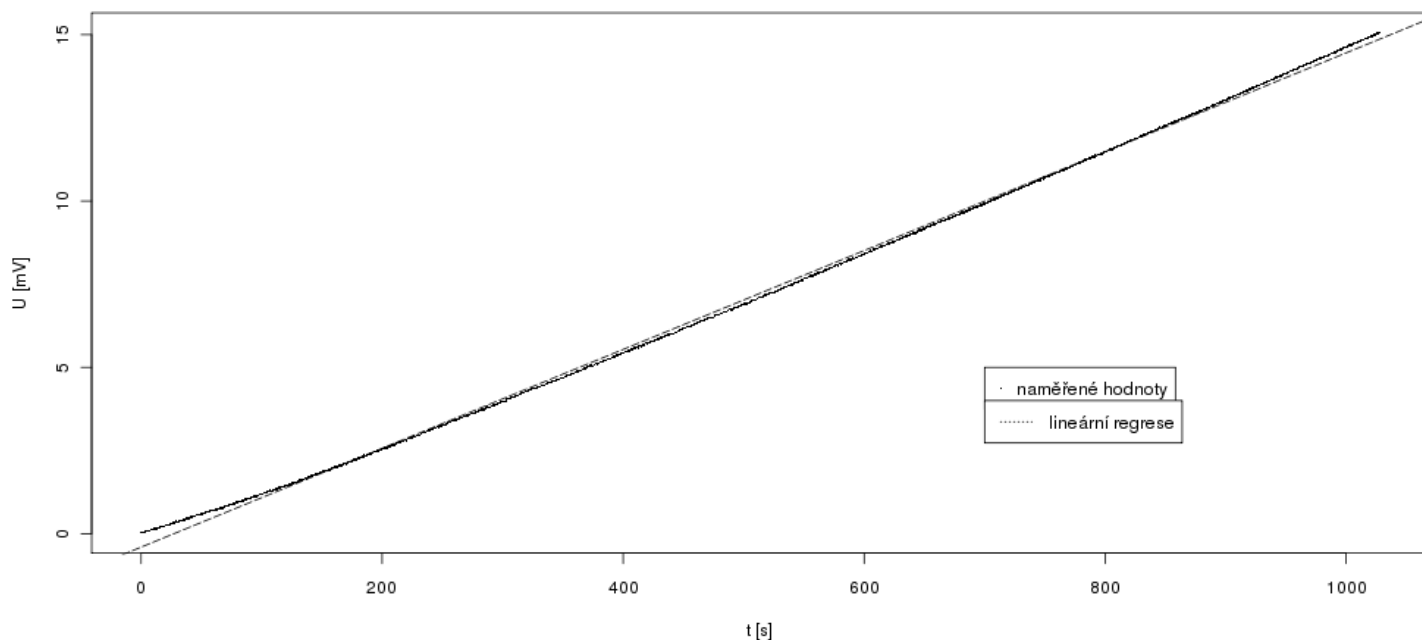
Závislost napětí U na aktuálním čase t proložíme přímkou a lineární regresí, metodou nejmenších čtverců spočteme konstantu úměrnosti (nazvěme ji A), z ní pak vyjádříme tuhost aparatury K jako:

$$K = \frac{\alpha}{v_d} \cdot A \quad (8)$$

Datové soubory obsahující hodnoty U a t ještě před použitím upravíme. Vybereme z nich pouze hodnoty od počátku samotné deformace (*Zapisovač* je spuštěn a zaznamenává hodnoty před tím, než se aparatura začne deformovat). V příloze na vytisknutých grafech je patrné, že deformace začíná až cca od 120. s běhu programu. Stejně tak na závěr měření je motorek vypnut trochu dříve než *Zapisovač*. Proto jsem tyto hodnoty z datových souborů vyřazoval. Upravený obsah části souborů je taktéž k nahlédnutí v příloze. Data jsou zpracována programem *R*, 2.10.1, konstanta A je určena se standartní odchylkou při vážení hodnot U jejich chybou, tzn. 0.009 % z naměřené hodnoty U plus 0.0035 mV jako chyby z rozsahu multimetru (viz. teor. část). I tak je ale statistická chyba neuvěřitelně malá a pro jistotu jsem ji lehce nadhodnotil. Chyba K je spočtena skrze relativní chybu. Nakonec jsou ještě přímo v programu *R* před samotnými výpočty upraveny časové údaje tak, aby počátek deformace odpovídal času $t = 0 \text{ s}$ (viz. obr 3).

$$\begin{aligned} A &= (14.85 \pm 0.01) \times 10^{-3} \text{ mV.s}^{-1} \\ K &= (1.650 \pm 0.001) \times 10^6 \text{ N.m}^{-1} \end{aligned}$$

Kalibrační vzorek



Obr. 3: Závislost výstupního napětí U na uplynulé době t od začátku deformace

Dynamická zkouška deformace vzorku

Při vyhodnocování zkoušky deformace vzorku musíme od celkové naměřené deformace Δl_c odečíst deformaci Δl_A připadající na aparaturu, abychom získali skutečnou deformaci vzorku Δl . Δl_c spočteme z rovnice (3). Ke zjištění Δl_A nám poslouží výše spočtená tuhost aparatury K a rovnice (4) a (5):

$$\Delta l = \Delta l_c - \Delta l_A \quad (9)$$

$$\Delta l = v_{dt} - \frac{\alpha U}{K} \quad (10)$$

Hodnoty t a U jsou však nyní načítány z druhého datového souboru, ilustruje je druhý vytisknutý graf a část tohoto souboru, oba v příloze. Předtím jsou však taktéž poupraveny, aby počátek deformace odpovídal času $t = 0$ s. Vše je opět zpracováno programem R . Vztahením výsledné Δl k původní délce vzorku l_0 dostáváme relativní deformaci ε_0 a smluvní napětí σ získáme z rovnic (1), (4) a původního průřezu vzorku spočteného pomocí změřeného průměru:

$$\sigma = \frac{\alpha U}{S_0} \quad (11)$$

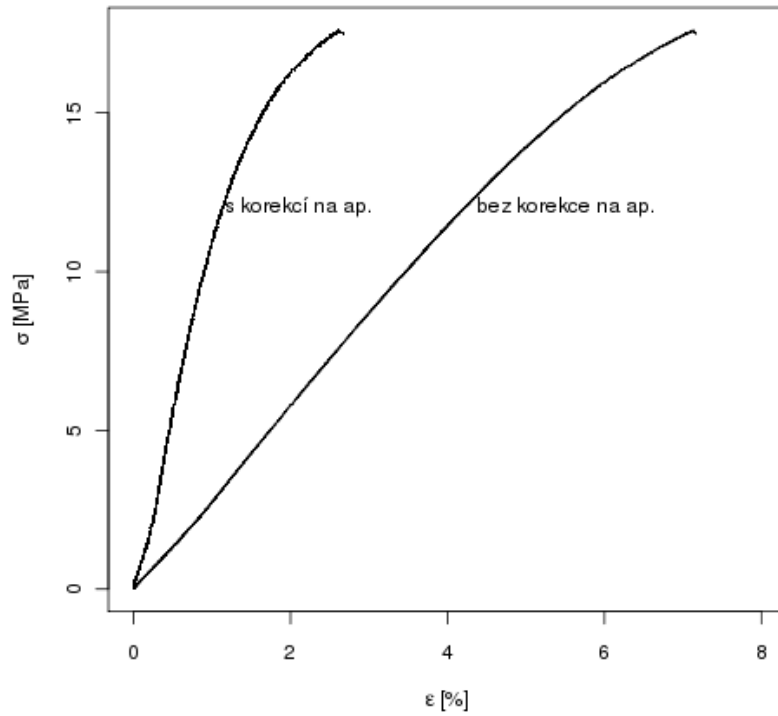
$$\sigma = \frac{4\alpha U}{\pi d_0^2} \quad (12)$$

Výsledná závislost je shrnuta v grafu na obr. 5, který je proložen přímkou charakterizovanou *Hookeovým zákonem* v oboru elastické deformace (k tomu bylo použito odhadem prvních 1500 hodnot z celkového počtu 3608). Ta je ještě doplněna rovnoběžkou procházející bodem $[0.2;0]$ sloužící k odečtení *meze 0.2*.

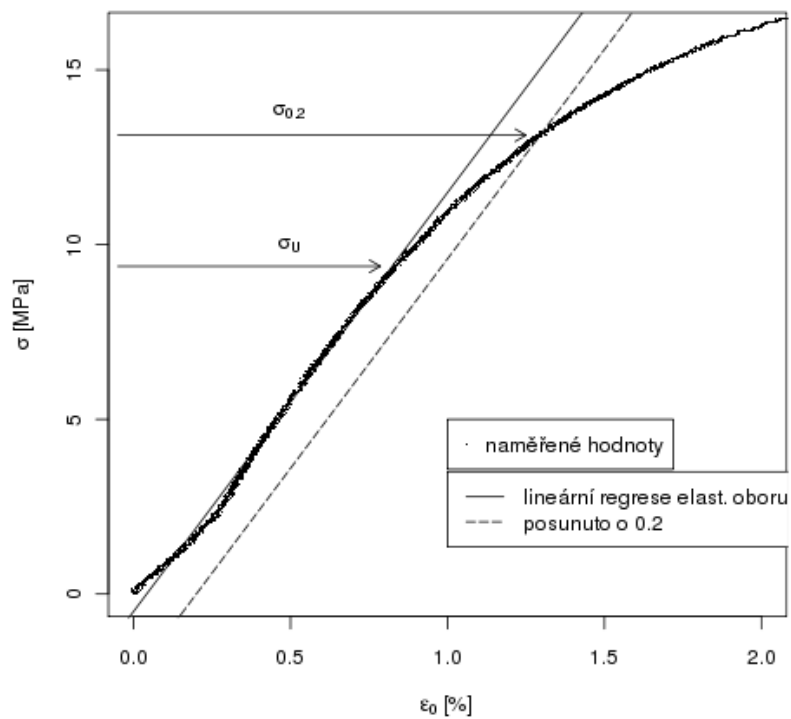
Hledané *meze úměrnosti* a *0.2* jsem určil přibližně graficky, jak je naznačeno v grafu na obr. 5. Protože hodnoty v grafu jsou ovlivněny chybou změřené původní délky vzorku l_0 asi 0.5 %, průměru d_0 asi 0.1 % a tuhosti aparatury K asi 0.1 %, odhaduji chybu určení σ_U a $\sigma_{0.2}$ ještě s přihlédnutím k nepřesnosti odečítání z grafu (asi 0.1 MPa) a fluktuacím zaznamenaných hodnot, pro σ_U chybu ještě trochu navýším s ohledem na čisté vyčtení hodnoty z tvaru křivky:

$$\begin{aligned} \sigma_U &= (9.4 \pm 0.4) \text{ MPa} \\ \sigma_{0.2} &= (13.1 \pm 0.2) \text{ MPa} \end{aligned}$$

Porovnání deformačních křivek s a bez korekce na aparaturu



Obr. 4: Graf pro porovnání deformačních křivek při zanedbání korekce na aparaturu a při korekci



Obr. 5: Výsledná deformační křivka; závislost smluvního napětí σ na relativní deformaci vzorku ϵ_0 ; graficky jsou přibližně znázorněny hledaná *mez úměrnosti* σ_U a *mez 0.2* $\sigma_{0.2}$

3 Diskuse výsledků

Aparatura dobře splňuje *Hookeův zákon* na zvoleném rozsahu sil (potažmo výstupního el. napětí). Z grafu na obr. 4 je jasné, že deformaci aparatury nelze zanedbávat. Tuhost aparatury K byla vzhledem k nicotné chybě multimetru a použití lineární regrese určena s neuvěřitelně malou nejistotou, což je způsobeno mimo jiné tím, že použité konstanty h_0 , ν , α (s jakou přesností je např. dodáváno stejnosměrné napětí 5.5 V, aby platil vztah (5)) byly uvedeny bez chyb, stejně jako není jasné, s jakou přesností určuje program *Zapisovač* časy t , ve kterých zaznamenává naměřené hodnoty. Proto a protože je tuhost apar. K zásadní i pro další výpočty, byla její chyba (jakož i chyby další) vcelku výrazně nadhodnocena, ačkoli i přesto zůstává v řádu desetin procent. S poukázáním na právě řečené a na grafický způsob určení mezních napětí σ_U a $\sigma_{0,2}$, nelze tyto považovat za velice přesné. Relativní odhadnutá chyba se pohybuje v jednotkách procent.

Nejistotu vnáší dále fakt, že měření nelze pro vybraný vzorek opakovat, neboť byl trvale deformován, jak je vidno z porovnání jeho rozměrů před a po provedení pokusu. Ačkoli neproběhla výrazná změna jeho válcovitého tvaru, při opakování by se samozřejmě vzhledem k jinému průměru a délce vzorku lišily i hodnoty smluvního napětí σ a deformace ε_0 .

Jak u měřeného, tak u kalibračního vzorku pozorujeme z počátku jakýsi "náběh" na očekávanou přímou závislost (obr. 5 a 3). To je nejspíše způsobeno tím, že začínáme vždy měřit bez zatížení a hlavice aparatury deformující vzorek teprve dosedají na jeho povrch. Nesrovnalosti tedy budou zapříčiněny drobnými nerovnostmi na obou styčných plochách. Proto bychom mohli i tato data pro lepší výsledky z výpočtů vyřadit.

4 Závěr

Naměřil jsem tuhost aparatury $K = (1.650 \pm 0.001) \times 10^6 \text{ N.m}^{-1}$. Výsledek dynamické zkoušky deformace vzorku v tlaku ilustrují grafy na obr. 4 a 5, případně graf vytisknutý přímo z programu *Zapisovač* v příloze. Určena byla mezní napětí $\sigma_U = (9.4 \pm 0.4) \text{ MPa}$ a $\sigma_{0,2} = (13.1 \pm 0.2) \text{ MPa}$.

Chyby měření byly odhadnuty větší než kolik vychází výpočtem std. odchylky. Konstanty např. byly zadány bez chyb a grafické určení mezních napětí bylo doprovázeno předem neznámou nejistotou.

5 Literatura

Použitá literatura

- [1] Studijní text, XI Dynamická zkouška deformace látek v tlaku, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [2] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: Feynmanovy přednášky z fyziky 2, Fragment, Praha 2001

Příloha

Část datového souboru pro kalibrační vzorek

t [s] U [V]

1068,703 1,31406E-002
1069,156 1,31554E-002
1069,609 1,31516E-002
1070,062 1,31625E-002
1070,500 1,31653E-002
1070,953 1,31731E-002
1071,406 1,31829E-002
1071,859 1,31900E-002
1072,312 1,32013E-002
1072,750 1,32080E-002
1073,203 1,32135E-002
1073,656 1,32190E-002
1074,109 1,32183E-002
1074,547 1,32442E-002
1075,000 1,32164E-002
1075,453 1,32715E-002
1075,906 1,32355E-002
1076,344 1,32732E-002
1076,797 1,32659E-002
1077,250 1,32755E-002
1077,703 1,32761E-002
1078,156 1,32919E-002
1078,609 1,32872E-002
1079,047 1,33237E-002
1079,500 1,33007E-002
1079,953 1,33225E-002
1080,406 1,33152E-002
1080,859 1,33557E-002
1081,312 1,33140E-002
1081,750 1,33430E-002
1082,203 1,33441E-002
1082,656 1,33652E-002
1083,109 1,33580E-002
1083,547 1,33820E-002
1084,000 1,33737E-002
1084,453 1,34172E-002
1084,906 1,33792E-002
1085,359 1,34260E-002
1085,812 1,33889E-002
1086,250 1,34379E-002
1086,703 1,34141E-002
1087,156 1,34490E-002
1087,609 1,34192E-002
1088,062 1,34731E-002
1088,500 1,34384E-002
1088,953 1,34648E-002
1089,406 1,34669E-002
1089,859 1,34738E-002
1090,312 1,34832E-002
1090,765 1,34868E-002
1091,219 1,34982E-002
1091,656 1,34960E-002
1092,109 1,35114E-002
1092,562 1,35305E-002
1093,015 1,35179E-002
1093,453 1,35280E-002
1093,906 1,35330E-002

1094,359 1,35543E-002
1094,812 1,35475E-002
1095,265 1,35657E-002
1095,703 1,35627E-002
1096,156 1,35782E-002
1096,609 1,35672E-002
1097,062 1,35931E-002
1097,515 1,36033E-002
1097,953 1,36087E-002
1098,406 1,36124E-002
1098,859 1,36118E-002
1099,312 1,36230E-002
1099,765 1,36292E-002
1100,203 1,36369E-002
1100,656 1,36471E-002
1101,109 1,36582E-002
1101,562 1,36663E-002
1102,015 1,36631E-002
1102,453 1,36702E-002
1102,906 1,36766E-002
1103,359 1,36926E-002
1103,812 1,36811E-002
1104,250 1,37297E-002
1104,703 1,36937E-002
1105,156 1,37465E-002
1105,609 1,37171E-002
1106,047 1,37480E-002
1106,500 1,37177E-002
1106,953 1,37561E-002
1107,406 1,37423E-002
1107,859 1,37665E-002
1108,297 1,37496E-002
1108,750 1,37932E-002
1109,203 1,37875E-002
1109,656 1,37902E-002
1110,109 1,38102E-002
1110,562 1,38005E-002
1111,015 1,38196E-002
1111,469 1,38093E-002
1111,906 1,38458E-002
1112,359 1,38236E-002
1112,812 1,38424E-002
1113,265 1,38331E-002
1113,719 1,38692E-002
1114,172 1,38510E-002
1114,609 1,38838E-002
1115,062 1,38695E-002
1115,515 1,38817E-002
1115,969 1,38932E-002
1116,422 1,38940E-002
1116,875 1,39111E-002
1117,312 1,39084E-002
1117,765 1,39244E-002
1118,219 1,39081E-002
1118,672 1,39534E-002
1119,125 1,39382E-002
1119,562 1,39476E-002
1120,015 1,39544E-002
1120,469 1,39641E-002
1120,922 1,39699E-002
1121,359 1,39793E-002

Část datového souboru pro měřený vzorek

t [s] U [V]

1069,984 1,12874E-002
1070,437 1,12591E-002
1070,890 1,12873E-002
1071,343 1,13000E-002
1071,797 1,12972E-002
1072,250 1,13035E-002
1072,703 1,13366E-002
1073,156 1,13112E-002
1073,609 1,13126E-002
1074,062 1,13267E-002
1074,515 1,13279E-002
1074,968 1,13130E-002
1075,437 1,13291E-002
1075,890 1,13441E-002
1076,343 1,13215E-002
1076,797 1,13453E-002
1077,250 1,13687E-002
1077,703 1,13380E-002
1078,156 1,13543E-002
1078,609 1,13723E-002
1079,062 1,13654E-002
1079,515 1,13684E-002
1079,968 1,13810E-002
1080,422 1,13579E-002
1080,875 1,13880E-002
1081,328 1,14017E-002
1081,781 1,13760E-002
1082,234 1,14082E-002
1082,687 1,14044E-002
1083,140 1,13764E-002
1083,593 1,14058E-002
1084,047 1,14292E-002
1084,500 1,14011E-002
1084,953 1,14218E-002
1085,406 1,14514E-002
1085,859 1,14402E-002
1086,328 1,14163E-002
1086,781 1,14310E-002
1087,234 1,14662E-002
1087,687 1,14515E-002
1088,140 1,14398E-002
1088,593 1,14802E-002
1089,047 1,14672E-002
1089,500 1,14626E-002
1089,953 1,14951E-002
1090,406 1,14650E-002
1090,859 1,14646E-002
1091,312 1,15056E-002
1091,765 1,14853E-002
1092,218 1,14741E-002
1092,672 1,15155E-002
1093,125 1,15082E-002
1093,578 1,14969E-002
1094,031 1,15343E-002
1094,484 1,15117E-002
1094,937 1,14958E-002
1095,390 1,15351E-002

1095,843 1,15246E-002
1096,297 1,15053E-002
1096,750 1,15575E-002
1097,203 1,15427E-002
1097,656 1,15272E-002
1098,109 1,15602E-002
1098,562 1,15481E-002
1099,015 1,15241E-002
1099,484 1,15449E-002
1099,937 1,15692E-002
1100,390 1,15413E-002
1100,843 1,15889E-002
1101,281 1,15782E-002
1101,750 1,15615E-002
1102,203 1,15726E-002
1102,656 1,16056E-002
1103,109 1,15846E-002
1103,562 1,15837E-002
1104,015 1,16139E-002
1104,468 1,16020E-002
1104,922 1,15803E-002
1105,375 1,16195E-002
1105,828 1,16214E-002
1106,281 1,15877E-002
1106,734 1,16170E-002
1107,187 1,16230E-002
1107,640 1,16031E-002
1108,093 1,16212E-002
1108,562 1,16479E-002
1109,015 1,16449E-002
1109,468 1,16318E-002
1109,922 1,16448E-002
1110,375 1,16763E-002
1110,828 1,16602E-002
1111,281 1,16341E-002
1111,734 1,16555E-002
1112,203 1,16821E-002
1112,656 1,16761E-002
1113,109 1,16787E-002
1113,562 1,17068E-002
1114,015 1,16929E-002
1114,468 1,16655E-002
1114,922 1,16845E-002
1115,375 1,17043E-002
1115,828 1,16741E-002
1116,281 1,17004E-002
1116,734 1,17274E-002
1117,187 1,17261E-002
1117,640 1,16981E-002
1118,109 1,17266E-002
1118,562 1,17497E-002
1119,015 1,17408E-002
1119,468 1,17322E-002
1119,922 1,17306E-002