

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu E materiálu tyče.
2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitém pomocí uzavřeného rezonátoru. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

1 Teoretická část

Rychlost šíření zvuku c je spjata s délkou zvukové vlny λ a jejím kmitočtem ν vztahem:

$$c = \lambda\nu \quad (1)$$

Kundtova trubice [1]

Metodou *Kundtovy trubice* lze v plynech zviditelnit polohu uzlů a kmiten stojatých zvukových vln. Trubice je z jedné strany opatřena pevným uzávěrem a je vysypána korkovým práškem. Na druhé straně je umístěna zkoumaná tyč, zakončena korkovým pístem, kterou podélně rozkmitáváme pomocí nakalafunovaného hadříku. Poloha trubice je nastavitelná a umožňuje nám tak naleznout vhodné uspořádání pro rezonanci stojatých vln. Pokud se nám to podaří, vytvoří prášek v trubici obrazce tvaru sinusoidy s jasně patrnými polohami kmiten (prášek je rozmetán) a uzlů (prášek není rozmetán). Vzdálenost dvou vedlejších uzlů je rovna polovině vlnové délky. Při upevnění tyče přesně uprostřed, je ta schopna vydávat zvuk jedné frekvence s vlnovou délkou dvojnásobku délky tyče l :

$$\lambda_1 = 2l \quad (2)$$

λ_1 je délka vlny šířící se tyčí. Rezonance a viditelný obrazec v tyči je nejzřetelnější, když délka trubice je celým násobkem půlvln šířících se vzduchem v trubici.

Při šíření dvěma prostředími zachovává zvuková vlna svůj kmitočet ν . Pro rychlost šíření zvuku v tyči c_1 , ve vzduchu c_2 a odpovídající vlnové délky platí podle (1):

$$\frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2} \quad (3)$$

Při znalosti rychlosti zvuku ve vzduchu c_2 můžeme změřením délky tyče l a obrazce v trubici zjistit vlnové délky, a toho použít k určení rychlosti zvuku v tyči podle (3).

Zvukové vlny se v plynech šíří rychlostí c určenou vzorcem:

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} \quad (4)$$

kde κ je Poissonova konstanta, p tlak plynu a ρ jeho hustota. Při nepříliš vysokém tlaku, lze tuto rychlost s dosazením ze stavové rovnice vyjádřit v závislosti na teplotě t a hodnotách p_0 , ρ_0 při $t = 0$ °C. Pro rychlost zvuku v suchém vzduchu tak dostaneme vztah:

$$c = (331.82 + 0.61 \cdot t) \text{m.s}^{-1} \quad (5)$$

Při 50 % vlhkosti a teplotě 20 °C okolního vzduchu:

$$c = (344.36 + 0.63(t - 20)) \text{m.s}^{-1} \quad (6)$$

Modul pružnosti E tyče

Pro tenkou tyč platí:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (7)$$

kde E je modul pružnosti tyče v tahu a ρ její hustota. Dohledáním hustoty použité tyče v tabulkách tak můžeme z tohoto vztahu určit její modul pružnosti E .

Uzavřený rezonátor [1]

Uzavřený rezonátor je soustava dvou sousých trubic, které se mohou do sebe zasouvat, popř. vysouvat a tvořit tak různě dlouhý uzavřený válec. Na jednom jeho konci je telefonní sluchátko napájené tónovým generátorem regulovatelné frekvence, na druhé straně je zvuk snímán mikrofonem, který signál přenáší na mikroampérmetr. Rezonátor je doplněn o ventily pro přívod a uzavření zkoumaných plynů.

Rychlost zvukové vlny můžeme určit dvojím způsobem. Při konstantní frekvenci ν vysílaného zvuku nastavujeme délku rezonátoru, aby došlo k rezonanci. Při ní je proud snímán mikroampérmetrem maximální. Rozdíl délek rezonátoru $l_1 - l_2$ během dvou sousedních rez. je roven polovině délky zvukové vlny. Pro rychlost c tak dostáváme:

$$c = 2(l_1 - l_2)\nu \quad (8)$$

Druhý způsob je nastavit konstantní délku rezonátoru l a měnit frekvenci zvuku ν . Rezonance nastává u frekvencí, při kterých se do délky rezonátoru l vejde právě celistvý násobek odpovídajících půlvln $\lambda/2$. Při dosazení do (1) tak získáme:

$$c = \frac{2l}{k}\nu \quad (9)$$

kde $k = 1, 2, 3, \dots$ a ν frekvence, při nichž dochází k rezonanci.

Měření druhým způsobem probíhá tak, že nejprve nalezneme základní frekvenci (odhadem a pak přesným odečtením hodnoty při rezonanci), kdy odpovídající půlvlna se do délky rezonátoru l vejde právě jednou. Frekvenci pak navyšujeme o hodnotu základní, přičemž přesný údaj vždy určíme podle rezonance, kdy mikroampérmetr ukazuje nejvíce. Před samotným měřením rychlosti zvuku ve vzduchu je nutné z rezonátoru vyfoukat pomocí balónku zbylý oxid uhličitý. (Stejně tak rezonátor profouknout oxidem uhličitým před měřením rychlosti v oxidu uhl.) Pro použití prvního způsobu je důležité najít vhodnou frekvenci, při níž se do rozsahu nastavitelných délek rezonátoru vejdu alespoň tři rezonance. První způsob lze použít pouze pro měření rychlosti ve vzduchu. Naplněn CO_2 je rezonátor utěsněn a změnou jeho délky by se měnil i tlak plynu uvnitř.

Poissonova konstanta

Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého získáme ze změřené rychlosti zvuku ze vztahu (4) při dosazení ze stavové rovnice id. plynu:

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\kappa \frac{RT}{\mu}} \quad (10)$$

kde μ je molekulová hmotnost plynu. Pro oxid uhličitý známe atomovou hmotnost kyslíku $\alpha_O = 16.0$ a uhlíku $\alpha_C = 12.0$, tedy $\mu_{CO_2} = 0.044 \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$.

Použité přístroje a pomůcky

Pásový metr Ke změření délky tyče l a trubice s obrazci. Odhadnutá chyba 0.1 cm.

korková drť, kalafuna, hadřík, držáky a úchyty na tyč a trubici.

Trubice uzavřeného rezonátoru S nastavitelnou délkou rezonátoru l v rozmezí 70 až 86 cm s chybou 0.1 cm.

Tónový generátor S nastavitelnou frekvencí zvukového signálu ν , chyba $\Delta\nu = 1 \text{ Hz}$.

mikrofon s připojeným mikroampérmetrem k zjištění rezonance, balónek k profouknutí rezonátoru, tlakové nádoby plněné CO_2

2 Výsledky měření

Tam kde nebude uvedeno jinak, jsou chyby nepřímě měřených veličin počítány podle:

$$A(x, y, \dots) = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \dots} \quad (11)$$

Podmínky měření a zákl. používané konstanty

Plynová konstanta $R = 8.314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
Teplota okolního vzduchu $t = (24.5 \pm 0.1) \text{ }^\circ\text{C}$
Vlhkost okolního vzduchu $(24 \pm 0.2) \%$

Rychlost zvuku v tyči

Parametry tyče a naměřené hodnoty

Délka tyče $l = (151.0 \pm 0.5) \text{ cm}$
Počet půlvln v trubici 5
Délka trubice $(5/2)\lambda_2 = (76 \pm 1) \text{ cm}$
Hustota mosazi [2] $\rho_{\text{mosaz}} = 8300 \text{ až } 8600 \text{ kg.m}^{-3}$

Chyba měřených délek byla lehce nadhodnocena s ohledem na nepřesné odečítání ze stupnice metru, příp. přesnosti nastavení. Vzhledem k tomu, že vlhkost okolního vzduchu byla 25 % dopočítal jsem odpovídající rychlost zvuku v něm c_2 podle obou vztahů (5) a (6), abych zjistil jak moc se od sebe liší:

$$c_{2(5)} = (346.77 \pm 0.06) \text{ m.s}^{-1}$$
$$c_{2(6)} = (347.20 \pm 0.06) \text{ m.s}^{-1}$$

Předpokládám, že skutečná rychlost c_2 leží někde v intervalu mezi nimi, tak jsem z nich spočetl aritmetický průměr a stat. chybu navýšil o 0.5 m.s^{-1} , což je jejich rozdíl:

$$c_2 = (346.98 \pm 0.56) \text{ m.s}^{-1}$$

Do vztahu (3) pak dosadím zjištěnou rychlost ve vzduchu c_2 , vyjádřenou délku vlny λ_2 z délky pěti půlvln v trubici a λ_1 vlnovou délku v tyči z její délky l podle (2). Dopotu tak rychlost v tyči c_1 :

$$c_1 = (3446 \pm 47) \text{ m.s}^{-1}$$

Modul pružnosti v tahu E tyče

Z rovnice (7) vyjádřím modul E :

$$E = c^2 \rho \quad (12)$$

Pak dosadím zjištěnou rychlost zvuku c_1 a hustotu mosazi nalezenou v tabulkách [2], spočtu tak E_{mosaz} . Vzhledem k rozmezí hustot, které se nachází v tabulkách, jsem hodnotu E spočetl pro jeho krajní body, tedy 8300 a 8600 kg.m^{-3} , a určil tak interval, ve kterém se nachází E :

$$E_{\text{mosaz},\text{min}} = (9.9 \pm 0.3) \times 10^{10} \text{ Pa}$$
$$E_{\text{mosaz},\text{max}} = (10.2 \pm 0.3) \times 10^{10} \text{ Pa}$$

Měření rychlosti zvuku ve vzduchu pomocí uzav. rezonátoru

Nejprve rozeberme výsledky měření rychlosti zvuku při konstantní frekvenci signálu. Ta byla zvolena $\nu = 2203 \text{ Hz}$.

l_1 [cm]	l_2 [cm]	l_3 [cm]	$\overline{\Delta l}$ [cm]
86.0	78.1	70.3	7.9 ± 0.1
86.0	78.1	70.2	7.9 ± 0.1

Tabulka 1: Naměřené délky rezonátoru při rezonancích l a průměrná vzdálenost dvou nejbližších Δl .

Z tabulky 1 zjišťujeme, že rozdíl délek rezonátoru mezi dvěma nejbližšími rezonancemi je:

$$\Delta l = (7.9 \pm 0.1) \text{ cm}$$

To nám stačí dosadit do (9) a získáváme rychlost zvuku ve vzduchu:

$$c_3 = (348 \pm 6) \text{ m.s}^{-1}$$

Výsledky měření při konstantní délce rezonátoru $l = 80$ cm jsou v tabulce 2. Samotná chyba přístroje generujícího zvukový signál dané frekvence je velice malá, nejvíce 1 Hz. Vzhledem k tomu, že nelze na ampérmetru a ostatních přístrojích vždy přesně stanovit moment rezonance, bylo měření provedeno několikrát (2x, 3x, pro nižší frek. i 5x) s cílem zjistit nakolik je měření replikovatelné. K mému překvapení se při opakování hodnoty v drtivé většině případů nelišily o víc než právě nejmenší díl dig. ukazatele, tedy onen 1 Hz. Proto jsem chybu frekvence ν ani nenadhodnocoval.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ν [Hz]	211	434	647	867	1074	1291	1509	1720	1933	2149	2368	2583

Tabulka 2: Naměřené frekvence signálu ν šířícího se vzduchem v rezonátoru, při nichž došlo k rezonanci, tj. kdy se do délky l vejde právě k půlvln.

Data zpracováváme lineární regresí, metodou nejmenších čtverců. K tomu poslouží rovnice (9), kterou upravíme:

$$\nu = \frac{c}{2l}k \rightarrow Ak + B \quad (13)$$

Zjistíme konstantu úměrnosti A_{vzduch} , chybu vážením chybou ν . Z té pak dopočteme hledanou rychlost zvuku ve vzduchu c_4 :

$$A_{vzduch} = (215 \pm 0.3) \text{ Hz}$$

$$c_4 = (344.0 \pm 0.6) \text{ m.s}^{-1}$$

Měření rychlosti zvuku v oxidu uhličitým pomocí uzav. rezonátoru

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ν [Hz]	162	336	500	673	838	1006	1178	1345	1508	1679	1849	2014	2179	2351	2520

Tabulka 3: Naměřené frekvence signálu ν šířícího se oxidem uhličitým v rezonátoru, při nichž došlo k rezonanci, tj. kdy se do délky l vejde právě k půlvln.

Zpracování je zcela shodné s předchozím případem. Hledáme konstantu A_{CO_2} , z níž vyjádříme pomocí $l = 80$ cm kýženou rychlost zvuku v oxidu uhličitým c_5 .

$$A_{CO_2} = (168.1 \pm 0.1) \text{ Hz}$$

$$c_5 = (268.9 \pm 0.4) \text{ m.s}^{-1}$$

Obě měření ilustruje graf na obr. 1. Data byla zpracována a graf sestaven pomocí programu *R 2.10.1*.

Poissonova konstanta pro oxid uhličitý

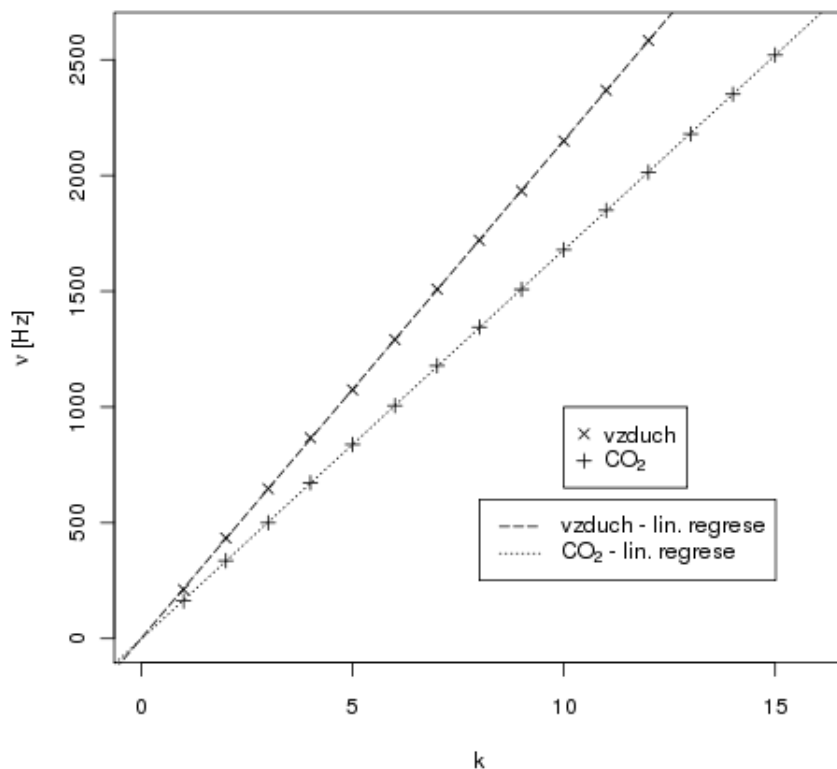
Ze znalosti atomových rel. hmotností uhlíku a kyslíku jsme už v teoretické části určili molární hmotnost CO_2 jako $\mu = 0.044 \text{ kg.mol}^{-1}$. Teplotu t , při které probíhalo měření (tedy ideálně i teplota plynu v rez.) převedeme na termodynamickou $T = (297.7 \pm 0.1) \text{ K}$. Poissonovu konstantu κ dostaneme z (10):

$$\kappa = \frac{c^2 \mu}{RT} \quad (14)$$

Za c dosadíme naměřenou rychlost zvuku v oxidu uhl. c_5 a dostáváme:

$$\kappa = (1.2858 \pm 0.0036)$$

Závislost rezonanční frekvence na počtu půlvln v uzav. rezonátoru



Obr. 1: Graf závislosti rezonanční frekvence ν na počtu půlvln k uzavřených v rezonátoru.

3 Diskuse výsledků

Jednotlivé naměřené rychlosti zvuku ve vzduchu c_2 , c_3 a c_4 při daných podmínkách si navzájem teoreticky neodporují a pokud se nepřekrývají přímo svými chybovými intervaly, tak alespoň jejich trojnásobky. Tento malý rozptyl může být způsobený například tím, že během měření do laboratoře střídavě svítilo sluníčko a teplota vzduchu se tak mohla nepatrně lišit (hovoříme-li o c_3 a c_4), v případě c_2 , které je počítáno teoreticky, pak může navíc jít o špatnou aproximaci aritmetickým průměrem a tedy skutečná hodnota se blíží spíše té vyšší, označené jako $c_{2(6)}$, počítané podle (6) (viz. výsledky). Tabelované hodnoty rychlosti zvuku ve vzduchu pak činí podle [2] 343.6 m.s^{-1} pro teplotu $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a 355.1 m.s^{-1} pro $40 \text{ }^\circ\text{C}$ při normálním tlaku, takže získané hodnoty by měly ležet někde mezi, blíže hodnotě při $20 \text{ }^\circ\text{C}$, což splňují. Rychlosti pro teploty mezi 20 a $40 \text{ }^\circ\text{C}$ a pro různé vlhkosti vzduchu [2] neuvádí.

Neboť v tabulkách [2] se taktéž nenachází hodnota rychlosti zvuku v mosazi, mnou naměřené c_1 mohu akorát porovnat s jinými slitinami, popř. kovy, jimž řádově odpovídá. Ovšem z c_1 počítaný modul pružnosti v tahu mosazi E_{mosaz} (resp. interval, ve kterém by se měl nacházet $[E_{mosaz,min}, E_{mosaz,max}]$) se velmi pěkně shoduje s tabelovaným $9.9 \times 10^{10} \text{ Pa}$.

Změřenou rychlost zvuku v oxidu uhličitém porovnám opět pouze řádově s tabelovanou hodnotou 260.3 m.s^{-1} při $0 \text{ }^\circ\text{C}$ [2]. Naměřená c_5 je větší, což je teoreticky správně. Poissonova konstanta κ pro oxid uhličitý při $20 \text{ }^\circ\text{C}$ je tamtéž uvedena jako 1.293.

4 Závěr

Byla změřena rychlost zvuku v mosazné tyči $c_1 = (3446 \pm 47) \text{ m.s}^{-1}$ metodou Kundtovy trubice a následně určen její modul pružnosti v tahu E_{mosaz} jako $(9.9 \pm 0.3) \times 10^{10} \text{ Pa}$ až $(10.2 \pm 0.3) \times 10^{10} \text{ Pa}$.

Pomocí uzavřeného rezonátoru byla určena rychlost zvuku ve vzduchu metodami při konstantní frekvenci zvuk. signálu: $c_3 = (348 \pm 6) \text{ m.s}^{-1}$ (měření zaznamenává tabulka 1); a při konstantní délce rezonátoru: $c_4 = (344.0 \pm 0.6) \text{ m.s}^{-1}$ (tabulka 2 a graf na obr. 1); stejným způsobem pak i rychlost zvuku v oxidu uhličitém $c_5 = (268.9 \pm 0.4) \text{ m.s}^{-1}$ (tabulka 3 a graf na obr. 1). Nakonec byla zjištěna i Poissonova konstanta pro oxid uhličitý $\kappa = (1.2858 \pm 0.0036)$.

5 Literatura

Použitá literatura

- [1] Studijní text, X Rychlost šíření zvuku, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980