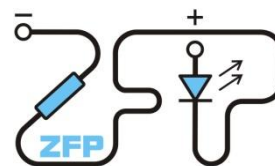


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I



Úloha č. 10

Název úlohy: Rychlost šíření zvuku

Jméno: Katarína Križanová

Obor: FOF

Datum měření: 10/03/2016

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

I. Pracovná úloha

1. Určite rýchlosť šírenia pozdĺžnych zvukových vln v mosadznej tyči metódou Kundtovej trubice. Z nameranej rýchlosti zvuku stanovte modul pružnosti v ťahu E materiálu tyče.
2. Zmerajte rýchlosť zvuku vo vzduchu a v oxidu uhličitom pomocou uzavretého rezonátoru. Výsledky meraní vypracujte metódou lineárnej regresie a graficky znázornite.
3. Vypočítajte Poissonovu konštantu κ oxidu uhličitého z nameranej rýchlosti zvuku.

II. Teoretický úvod

2.1. Rýchlosť šírenia zvuku

Zmeriame dĺžku vlny λ a kmitočet ν . Platí

$$\lambda \nu = c. \quad (1)$$

Pri stojatom vlnení sa vytvoria uzly a kmitne tak, že vzdialenosť susedných uzlov alebo kmitien sa rovná polovici vlnovej dĺžky λ .

2.2. Kundtova trubica

Prášok nasypáný v trubici je rozmetávaný a zostáva v pokoji v uzloch rýchlosti a práve najmenšia vzdialenosť medzi takýmito dvoma miestami sa rovná polovici vlnovej dĺžky.

Ak upevníme tyč dĺžky l uprostred, má uprostred uzol a na koncoch kmitne. Pre dĺžku vlny λ_1 základného tónu platí

$$\lambda_1 = 2l. \quad (2)$$

Vzdialenosť dvoch susedných uzlov v trubici určíme z obrazca z korkového prášku po rozozvučení tyče. Vlnovú dĺžku λ_2 určíme podľa vzťahu

$$\lambda_2 = 2d. \quad (3)$$

Označme c_1 rýchlosť zvuku v tyči, c_2 rýchlosť zvuku v plyne a λ_2 dĺžku zvukovej vlny v plyne, zo vzťahu (1) dostávame

$$\frac{c_1}{\lambda_1} = \frac{c_2}{\lambda_2}. \quad (4)$$

Pre rýchlosť zvuku v suchom prostredí platí nasledujúci vzťah

$$c = (331,82 + 0,61 \cdot t) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (5)$$

V prípade, že vlhkosť vzduchu dosiahne hodnotu 50% v okolí 20 °C je daná rýchlosť zvuku vzorcom

$$c = [344,36 + 0,63(t - 20 \text{ °C})] \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (6)$$

Nech ρ je hustota tyče. Z nameranej hodnoty rýchlosti zvuku vieme po dosadení do vzorca

$$E = c_1^2 \cdot \rho \quad (7)$$

zistiť model pružnosti v ťahu E .

2.3. Uzavretý rezonátor

Uzavretý rezonátor sa skladá z dvoch trubíc, ktoré sa do seba zasúvajú a podľa toho, ako veľmi sú zasunuté vytvoria rôzne dlhý uzavretý rezonátor.

Pri konštantnej dĺžke rezonátoru platí

$$c = 2(v_{k+1} - v_k)l_r. \quad (8)$$

Keď $(l_1 - l_2)$ je rozdiel dĺžok rezonátoru dvoch najbližších rezonancií a vieme, že je rovný polovici dĺžky zvukovej vlny, vzťah pre výpočet rýchlosti zvuku, ktorý získame po dosadení do rovnice (1) je

$$c = 2(l_{k+1} - l_k)v. \quad (9)$$

Rezonancia nastáva pri frekvenciách v_k , ktorým korešponduje dĺžka vlny λ_k vyhovujúca podmienke

$$l = k \frac{\lambda_k}{2}, \text{ kde } k = 1,2,3 \dots \quad (10)$$

Po tom, čo dosadíme z rovnice (1) do rovnice (10) dostaneme vzťah pre hľadanú rýchlosť zvuku

$$c = \frac{2lv_k}{k}. \quad (11)$$

Poissonovu konštantu κ vieme vypočítať na základe vzťahu

$$\kappa = \frac{c^2 \mu}{RT}, \quad (12)$$

kde μ je molekulová hmotnosť plynu, $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ [3] je plynová konštanta a T je teplota v Kelvinoch.

III. Výsledky merania

3.1. Podmienky v laboratóriu

Začiatok merania

vlhkosť vzduchu 33%

tlak $p_1 = (989,9 \pm 2) \text{ hPa}$

teplota $t_1 = (24,3 \pm 0,4) \text{ }^\circ\text{C}$

Pred meraním v uzavretom rezonátore pri konštantnej frekvencii

vlhkosť vzduchu 39,2%

tlak $p_2 = (1006,7 \pm 2) \text{ hPa}$

teplota $t_2 = (25,4 \pm 0,4) \text{ }^\circ\text{C}$

Po ukončení merania

vlhkosť vzduchu 44,0%

tlak $p_3 = (990,4 \pm 2) \text{ hPa}$

teplota $t_3 = (23,8 \pm 0,4) \text{ }^\circ\text{C}$

*Chyba meradla je daná výrobcom

3.2. Kundtova trubica

Na začiatku som zmerala tlak, vlhkosť a teplotu v miestnosti (údaje sú v časti 3.1.). Potom som zmerala pásovým metrom päť krát dĺžku tyče, hodnoty sú v tabuľke 1. Dĺžka tyče $l = (151,5 \pm 0,4) \text{ cm}$. Chybu merania som odhadla na 4 mm, keďže meranie bolo dosť nepresné kvôli korku upevnenému na konci tyče, ktorý sťažoval presné meranie s pásovým metrom. Použitím vzťahu (2) vyjde, že $\lambda_1 = (303,0 \pm 0,5) \text{ cm}$.

i	$l [\text{cm}]$
1	151,3
2	151,4
3	151,5
4	151,6
5	151,5

Tyč som upevnila v jej strede preto, aby mala vo svojom strede uzol a na oboch koncoch kmitne a bola schopná vydávať zvuk jednej frekvencie, čo som aj potrebovala dosiahnuť.

Do trubice som nasypala prášok z korku a rovnomerne som ho distribuovala po celej dĺžke trubice.

Potom som mierne skrátila dĺžku trubice na približne 63 cm a po rozozvučení tyče som zmerala vzdialenosť medzi miestami, kde sa prášok nepohol. Vzdialenosti boli však rozdielne a preto som trubicu ešte skrátila na dĺžku $d' = (61,5 \pm 0,1) \text{ cm}$, ktorú som zmerala pásovým metrom a chybu som odhadla na 1mm. Pri tejto dĺžke boli už rozstupy medzi miestami, kde prášok nebol rozmetaný totožné. Z obrazcov som napočítala 4 polovlny, preto $d = (15,4 \pm 0,1) \text{ cm}$. Zo vzťahu (3) som vypočítala, že $\lambda_2 = (30,8 \pm 0,2) \text{ cm}$.

Na začiatku merania som zistila, že relatívna vlhkosť vzduchu je 33%, vzduch tým pádom nebol suchý, ale ani nedosiahol vlhkosť 50%. Preto rovnice (5) a (6) úplne nevyhovujú mojim konkrétnym podmienkam.

Preto som si spočítala z rovnice (5) aj z rovnice (6) rýchlosť zvuku vo vzduchu zvlášť a tieto hodnoty som priemerovala, ako chybu beriem polovicu ich rozdielu. Vyšlo mi teda, že $c_2 = (346,9 \pm 0,1) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Podľa tabuliek [1] je rýchlosť zvuku vo vzduchu pri teplote 20°C a normálnom tlaku (tj. 101,325 kPa) rovná $343,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Rýchlosť zvuku v tyči určím vďaka vzťahu (4). $c_1 = (3413 \pm 25) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, pričom odchýlku som vypočítala dosadením do vzťahu

$$\sigma(c_1) = \sqrt{\left(\frac{\partial c_1}{\partial c_2}\right)^2 (\sigma(c_2))^2 + \left(\frac{\partial c_1}{\partial \lambda_2}\right)^2 (\sigma(\lambda_2))^2 + \left(\frac{\partial c_1}{\partial \lambda_1}\right)^2 (\sigma(\lambda_1))^2}. \quad (13)$$

Taktiež viem dopočítať model pružnosti v ťahu E pre tyč zo vzťahu (7). Podľa tabuliek [1] je hustota mosadze $\rho = 8\,300$ až $8\,600 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, pre môj výpočet zoberiem strednú hodnotu hustoty. $E = (9,8 \pm 0,1) \cdot 10^{10} \text{ Pa}$.

3.3. Uzavretý rezonátor

3.3.1. Vzduch

Konštantná dĺžka rezonátoru

Najprv som odčítala na stupnici pripevnenej k prístroju dĺžku rezonátoru, chybu beriem ako polovicu najmenšieho dielika stupnice. $l_r = (80,0 \pm 0,05) \text{ cm}$.

Pri tejto konštantnej dĺžke som postupne zvyšovala frekvenciu a zapisovala som hodnoty, pri ktorých nastala rezonancia, čo som zistila vďaka mikroampérmetru napojenému na slúchadlo. Namerané hodnoty sú v tabuľke 2.

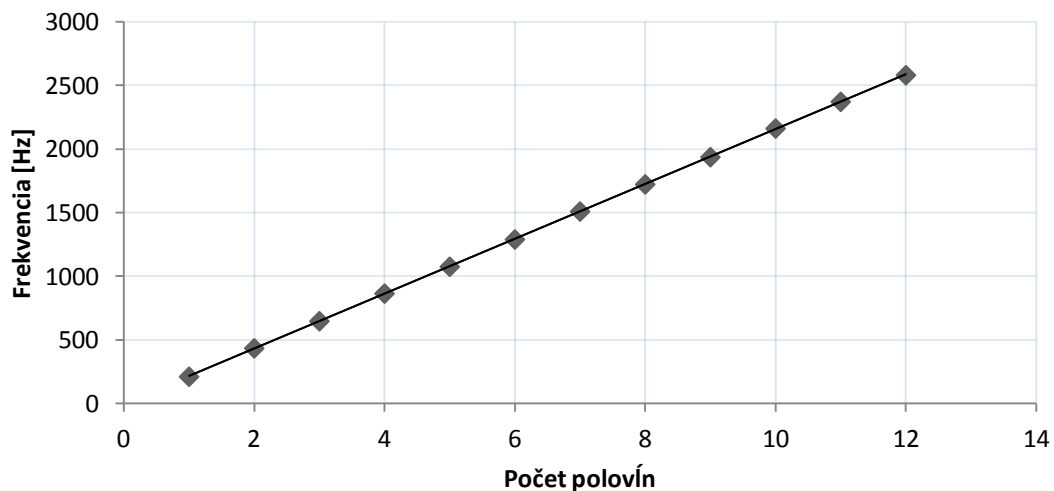
Tabuľka 2: vzduch	
počet polovín	frekvencia [Hz]
1	212
2	435
3	648
4	865
5	1076
6	1290
7	1510
8	1723
9	1937
10	2162
11	2372
12	2581

Chyba meracieho prístroja je 1 Hz.

Výsledky som zaznamenala do grafu 1 a preložila priamkou.

Graf 1: vzduch

$$v = (215,4 \pm 0,4) x + (0,667 \pm 0,005) \text{ [Hz]}$$



Metódou lineárnej regresie určím $v_{k+1} - v_k = (215,4 \pm 0,4) \text{ Hz}$.

Rýchlosť zvuku dopyčítam podľa vzťahu (8). $c = (344,5 \pm 0,5) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Chybu som vypočítala podľa vzťahu

$$\sigma(c) = \sqrt{\left(\frac{\partial c}{\partial v}\right)^2 (\sigma(v))^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial l_r}\right)^2 (\sigma(l_r))^2}. \quad (14)$$

Konštantná frekvencia

Pred touto časťou merania som si znovu zmerala tlak, teplotu a vlhkosť (údaje sú v časti 3.1.). Ako počiatočnú som mala nastavenú frekvenciu $v = (3015 \pm 1) \text{ Hz}$ a počas tejto časti merania som ju ani nemenila.

Namiesto toho som skracovala a predlžovala dĺžku rezonátoru a zisťovala som, na ktorých dĺžkach nameriam rezonanciu pri stálej frekvencii. Výsledky môjho merania sú nasledovné: $l_0 = 80,0 \text{ cm}$, $l_1 = 85,7 \text{ cm}$, $l_3 = 74,2 \text{ cm}$. Chybu dĺžok beriem ako polovicu najmenšieho dielika stupnice, tj. $0,5 \text{ mm}$.

Podľa vzťahu (9) môžem určiť rýchlosť zvuku pre obe hodnoty. Výslednú hodnotu som dostala ich priemerom. Ako chybu beriem polovicu rozdielu týchto dvoch hodnôt. $c = (346 \pm 2) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3.3.2. Oxid uhličitý

Konštantná dĺžka rezonátoru

Do rezonátora sme napustili oxid uhličitý a znova som menila frekvenciu pri tej stálej dĺžke rezonátoru $l_r = (80 \pm 0,05) \text{ cm}$. Údaje sú v tabuľke 3. Chyba meracieho prístroja je 1 Hz .

Tabuľka 3: oxid uhličitý	
počet polovín	frekvencia [Hz]
1	164
2	343
3	508
4	687
5	852
6	1090
7	1195
8	1367
9	1537
10	1708
11	1883
12	2050
13	2219
14	2393
15	2563

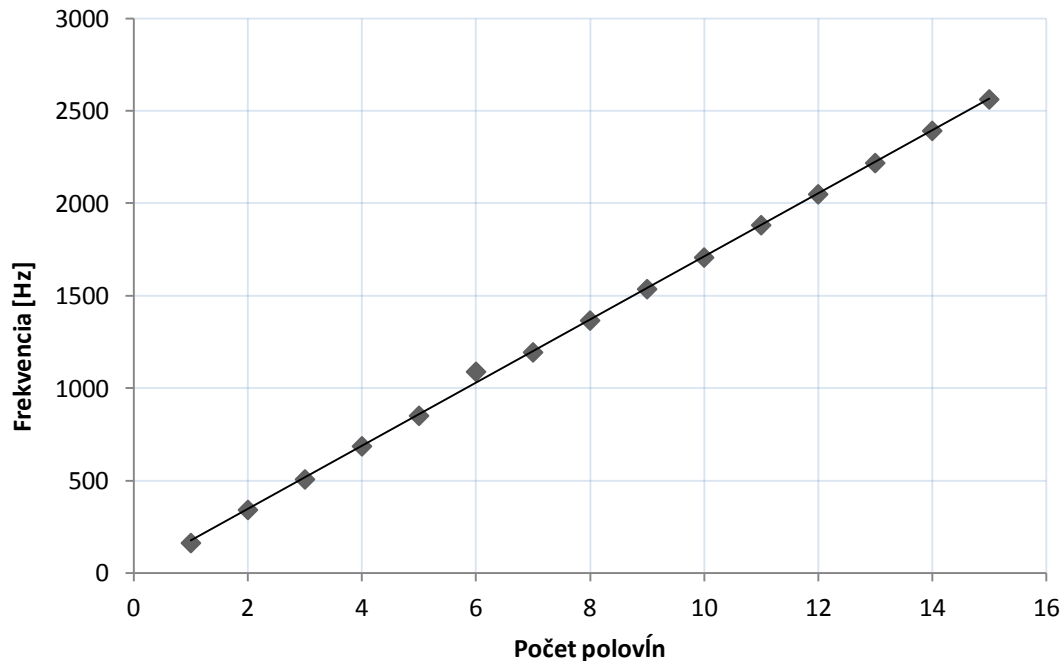
Výsledky merania som zaznamenala do grafu 2 a preložila priamkou. Pomocou lineárnej regresie určím $v_{k+1} - v_k = (170,6 \pm 0,4) \text{ Hz}$. Dosadením do vzťahu (8) dostávam hodnotu pre rýchlosť vzduchu v kysličníku uhličitom $c_{k.u.} = (272,0 \pm 0,7) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Chybu som vypočítala použijúc vzťah

$$\sigma(c_{k.u.}) = \sqrt{\left(\frac{\partial c_{k.u.}}{\partial v}\right)^2 \sigma(v)^2 + \left(\frac{\partial c_{k.u.}}{\partial l_r}\right)^2 \sigma(l_r)^2} . \quad (15)$$

Graf 2: oxid uhličitý

$$v = (170,6 \pm 0,4)x + (5,71 \pm 0,05) \text{ [Hz]}$$



Poissonovu konštantu pre oxid uhličitý určím zo vzťahu (12). Teplotu beriem ako priemer druhej a tretej hodnoty, ktorú som namerala (hodnoty sa nachádzajú v časti 3.1.), $T = (298 \pm 2) \text{ K}$.

$\kappa = (1,31 \pm 0,02)$, chybu som vypočítala podobne ako pri použití vzťahu (15), tento krát som parciálne derivovala podľa teploty T a podľa rýchlosti $c_{k.u.}$.

IV. Diskusia výsledkov

4.1. Kundtova trubica

Tabelovaná hodnota rýchlosti zvuku vo vzduchu je veľmi blízka hodnote, ktorú som vypočítala na základe môjho merania. Malý rozdiel sa dá vysvetliť miernym rozdielom teploty medzi tabuľkovými hodnotami (20°C) a mojím meraním ($24,3^\circ\text{C}$), ale tiež tým, že bolo ťažké určiť úplne presne vhodnú dĺžku trubice, keďže úseky, v ktorých nebol korkový prášok rozmetaný boli pomerne široké. Netreba tiež zabúdať na to, že vlhkosť vzduchu nezodpovedala úplne ani jednému zo vzorcov (5) a (6), ktoré som použila, čo môže byť ďalším zdrojom nepresnosti.

Tabelovaná hodnota modulu pružnosti v ťahu E pre mosadz sa uvádza [1] ako $9,9 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$. Keď sa pozriem na mnou vypočítanú hodnotu E , na základe nameraných hodnôt, $E = (9,8 \pm 0,1) \cdot 10^{10} \text{ Pa}$, môžem predpokladať, že bolo moje meranie bez väčších nepresností.

4.2. Uzavretý rezonátor

Chyba pri meraní s konštantnou frekvenciou je väčšia ako chyba pri meraní so stálou dĺžkou, keďže pri druhom spomínanom som namerala viacej hodnôt, ktoré som aj zaznamenala do grafov a preložila priamkou, keďže ide o lineárnu závislosť.

Mnou vypočítaná hodnota pre Poissonovu konštantu je mierne vyššia ako tabulovaná hodnota pre 20°C, čo je 1,304. Rozdiel je však veľmi malý a je pravdepodobne zapríčinený aj rozdielnymi teplotami, keďže v laboratóriu som namerala teplotu vyššiu ako 20°C.

Keďže mnou namerané hodnoty sú takmer totožné s tými teoretickými, tak som mohla zanedbať vplyv štrbín.

V. *Záver*

5.1. Kundtova trubica

Rýchlosť zvuku v tyči je $c_1 = (3413 \pm 25) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Modul pružnosti tyče je $E = (9,8 \pm 0,1) \cdot 10^{10} \text{ Pa}$.

5.2. Uzavretý rezonátor

Rýchlosť zvuku pri konštantnej dĺžke rezonátoru som vypočítala vo vzduchu ako $c = (344,5 \pm 0,5) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a v oxide uhličitom $c_{k.u.} = (272,0 \pm 0,7) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Rýchlosť zvuku vo vzduchu pri konštantnej frekvencii je $c = (346 \pm 2) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Zistila som Poissonovu konštantu pre oxid uhličitý, $\kappa = (1,31 \pm 0,02)$.

VI. *Zoznam použitej literatúry*

[1] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky SNTL, Praha 1980

[2] J. Brož a kolektiv: Základy fyzikálních měření, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1967

[3] http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_110.pdf