

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM I.

úloha č. 10.....

Název: Rychlost šíření zvuku.....

Pracoval: Jakub Michálek..... stud. skup. 15..... dne: 20. března 2009.....

Odevzdal dne: .....

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
	max. 20	

Posuzoval:..... dne.....

# Úkoly

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu  $E$  materiálu tyče.
2. Změřte rychlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitém pomocí uzavřeného rezonátoru. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu  $\kappa$  oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

## 1 Teorie

Pro rychlost šíření zvukových vln platí formule

$$c = \lambda\nu, \quad (1)$$

kde  $\lambda$  značí vlnovou délku a  $\nu$  frekvenci. Dále lze pro rychlost zvuku podélných vln ve vzduchu, resp. v tenké kovové tyči, lze odvodit

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}}, \quad \text{resp.} \quad c' = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (2)$$

kde  $R$  značí univerzální plynovou konstantu,  $T$  termodynamickou teplotu a  $\mu$  molární hmotnost molekuly plynu, resp.  $E$  modul pružnosti v tahu a  $\rho$  hustotu tyče.

Na rozhraní dvou prostředí se frekvence nemění, tedy (čárkování označuje veličiny příslušné jednomu prostředí)

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c'}{\lambda'}. \quad (3)$$

Jak pro konec Kundtovy trubice a korkový uzávěr, tak pro konce uzavřeného rezonátoru platí, že se zde plyn skoro nehýbe; taková místa zveme uzly. Při rezonanci plynu v trubici délky  $l$  se tvoří stojaté vlny, pro jejichž vlnovou délku  $\lambda$  platí vztah

$$l = n\lambda/2, \quad (4)$$

kde  $\lambda \in \mathbb{N}$ . Pokud vyneseme závislost počtu kmiten na frekvenci u rezonující trubice, ze vztahů (1) a (4) plyne přímá úměra

$$n = a\nu, \quad (5)$$

veličina	začátek	konec
teplota $T$ [°C]	21,9	23,0
vlhkost vzduchu [%]	26,8	27,6
tlak $p$ [hPa]	1001,8	1001,8

Tabulka 1: Podmínky měření

$L$ [cm]	$n$	$\lambda$ [cm]
76,7	5	30,7
62,8	4	31,4
46,3	3	30,9

Tabulka 2: Určení vlnové délky vzduchu v Kundtově trubici

v níž  $a = \frac{2l}{c}$  a která dovoluje určit z grafu rychlost zvuku  $c$ .

Na základě podmínek měření (tab. 1) jsem určil s použitím tabulek [4] rychlost zvuku ve vzduchu

$$c = (344,9 \pm 0,2) \text{ m s}^{-1}, \quad (6)$$

kde jsem chybu určil jako u rovnoměrného rozdělení v oblasti měřených teplot. Chyby odvozených veličin určuji podle Gaussova zákona přenosu chyb.

## 2 Výsledky měření

### Podmínky měření

Podmínky měření obsahuje tab. 1.

### Kundtova trubice

Měřil jsem tyč délky  $l = (151,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ , kterou jsem upevnil uprostřed. Pro vlnovou délku podélných vln na tyči platí  $\lambda' = 2l = (302,0 \pm 0,2) \text{ cm}$ . Výsledky měření vlnové délky vzduchu shrnuje tab. 2, z níž jsem stanovil vlnovou délku vzduchu  $\lambda = (31,0 \pm 0,3) \text{ cm}$ . Za rychlost zvuku ve vzduchu dosazuji (6) do vztahu (3)

$$c' = (3360 \pm 30) \text{ m s}^{-1},$$

což spolu s hustotou mozazi  $\rho = (8600 \pm 50) \text{ kg m}^{-3}$  určenou podle [2] dosadím do (2), abych získal modul pružnosti

$$E = (9,7 \pm 0,2) \cdot 10^{10} \text{ Pa.}$$

$n$	$\nu$ [Hz]	$n$	$\nu$ [Hz]	$n$	$\nu$ [Hz]	$n$	$\nu$ [Hz]
1	214,4	4	871,0	9	1952,6	13	2822,0
1	214,5	5	1084,2	10	2170,2	13	2822,4
2	438,3	6	1302,6	11	2392,3		
2	438,2	7	1524,4	12	2609,6		
3	653,9	8	1738,2	12	2609,4		

Tabulka 3: Rezonanční frekvence a počet kmiten u rezonátoru se vzduchem

$n$	$\nu$ [Hz]	$n$	$\nu$ [Hz]	$n$	$\nu$ [Hz]	$n$	$\nu$ [Hz]
1	163,9	5	842,7	10	1689,2	15	2540,4
1	163,4	6	1013,6	11	1862,6	16	2709,0
2	340,5	7	1185,4	12	2030,9	17	2880,5
3	510,0	8	1353,9	13	2199,6		
4	678,4	9	1520,3	14	2368,1		

Tabulka 4: Rezonanční frekvence a počet kmiten u rezonátoru s oxidem uhličitým

## Uzavřený rezonátor

### Měření s proměnnou frekvencí

Naměřené hodnoty pro vzduch obsahuje tab. 3, pro oxid uhličitý tab. 4. Graf závislosti počtu kmiten na frekvenci pro oba plyny zachycuje obr. 1.

Délku uzavřeného rezonátoru jsem změřil  $l = (79,0 \pm 0,1)$  cm. Program gnuplot spočítal metodou nejmenších čtverců parametry přímek ve tvaru  $n = a\nu + b$  takto

$$a_{\text{vz}} = (4,603 \pm 0,003) \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$a_{\text{CO}_2} = (5,901 \pm 0,004) \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

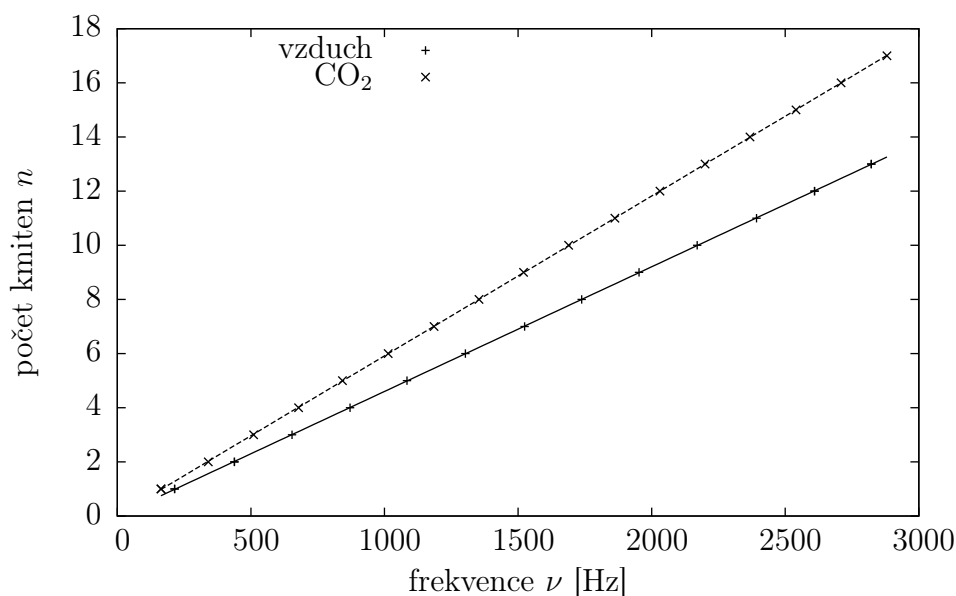
Hodnoty  $b$  se pohybují kolem nuly s odchylkou řádově stejnou jako jejich velikost. Rychlosti zvuku v plynech spočítáme podle vztahu (5)

$$c_{\text{vz}} = (343,3 \pm 0,5) \text{ m s}^{-1}, \quad c_{\text{CO}_2} = (267,8 \pm 0,4) \text{ m s}^{-1}.$$

### Měření s proměnnou délkou trubice

Před výměnou plynu jsem měřil při konstantní frekvenci

$$\nu = (2662,9 \pm 0,2) \text{ Hz}$$



Obrázek 1: Závislost počtu kmiten  $n$  na frekvenci  $\nu$ . (Chybové úsečky nevy-  
náším, protože by ani nebyly znatelné)

délky trubice, při nichž jsem pozoroval rezonanci. Na omezené stupnici re-  
zonátoru jsem naměřil tři délky trubice 71,0 cm, 77,5 cm, 83,9 cm. Tomu  
odpovídá  $\lambda/2 = 6,45$  cm, podle čehož přesně ( $P < 0,001$ ) určíme počet  
kmiten  $n$  v trubici: 11, 12, 13. Měření zpracujeme obdobně jako u Kund-  
tovy trubice, čímž dostaneme  $\lambda = (12,9 \pm 0,1)$  cm. Ze vztahu (5) dostáváme  
rychlost zvuku ve vzduchu

$$c = \lambda\nu = (343,5 \pm 2,7) \text{ m s}^{-1}.$$

### Výpočet Poissonovy konstanty

Dosazením vypočítané rychlosti zvuku v oxidu uhličitém  $c_{\text{CO}_2}$  do (2) získá-  
váme hodnotu Poissonovy konstanty

$$\kappa_{\text{CO}_2} = (1,284 \pm 0,003).$$

## 3 Diskuse

**Teplota** Měřil jsem poměrně přesně, a nejvýznamnějším činitelem způso-  
bující chybou tak byla teplota, jejíž změna o stupeň vyvolá změnu výsledku  
v řádu promile.

**Délkové měřidlo** Přesnost délkového měřidla byla přiměřená celkové přesnosti měření, u Kundtovy trubice a u měření při neměnné frekvenci musíme totiž brát v úvahu, že hledáme minimum křivky (vlastně vrchol paraboly), což přináší chybu srovnatelnou. Dominantní vliv na celkovou chybu má odhad systematické chyby (teplota, délky), nikoliv chyba statistická.

**Porovnání s tabelovanými hodnotami** Naměřené hodnoty řádově odpovídají tabelovaným hodnotám, nicméně liší se o více než o vypočtenou směrodatnou chybu. To může mít dvě příčiny: Buď uváděné hodnoty neberou ohled na specifické podmínky měření, nebo měření zatížila systematická chyba.

Pro modul pružnosti v tahu mosazi [2] uvádějí  $E = 100$  GPa, což o málo převyšuje změřenou hodnotu  $(97 \pm 2)$  GPa. To lze také vysvětlit chemickou nečistotou mosazi, kterou jsem neověřoval.

Při podmínkách měření (tab. 1) uvádí tabulky [4] rychlost zvuku ve vzduchu  $c = (344,9 \pm 0,2)$  m s<sup>-1</sup>, zatímco já jsem naměřil metodou změny frekvence rychlost  $(343,3 \pm 0,5)$  m s<sup>-1</sup> a metodou změny délky trubice rychlost  $(343,5 \pm 2,7)$  m s<sup>-1</sup>. (Výsledky jsou konzistentní.) Naměřené hodnoty jsou nižší než očekávané; mohla je ovlivnit systematická chyba teploty, protože měření probíhá u okna, které trochu profukuje nebo nepřesné zastoupení plynu v místnosti (vydýchaný vzduch, možná i předchozí měření, ačkoliv před měřením jsem trubici profoukl).

Pro rychlost zvuku v oxidu uhličitém CO<sub>2</sub> uvádí [1] hodnotu  $c = 258$  m s<sup>-1</sup>, nicméně při teplotě 0 °C, zatímco můj výsledek  $(267,8 \pm 0,4)$  m s<sup>-1</sup> se vztahuje k teplotě 22,5 °C.

**Poissonova konstanta** Pro Poissonovu konstantu uvádějí tabulky [2] hodnotu 1,29, tabulky [3] uvádějí 1,289; obojí přesahuje změřenou hodnotou  $\kappa = (1,284 \pm 0,003)$ . Rozdíl nelze vysvětlit nedokonalou výměnou plynu, ta by totiž hodnotu zvýšila. Zřejmě ji tedy způsobuje systematická chyba měření vzdáleností a teploty.

## 4 Závěr

Pomocí Kundtovy trubice jsem změřil rychlost zvuku v mosazné tyči  $c' = (3360 \pm 30)$  m s<sup>-1</sup> a modul pružnosti v tahu  $E = (97 \pm 2)$  GPa. Pomocí uzavřeného rezonátoru jsem změřil rychlost zvuku ve vzduchu  $c_{vzd} = (343,3 \pm 0,5)$  m s<sup>-1</sup> a v oxidu uhličitém  $(267,8 \pm 0,4)$  m s<sup>-1</sup>. Při teplotě 22,5 °C jsem stanovil Poissonovu konstantu CO<sub>2</sub> na  $\kappa = (1,284 \pm 0,003)$ .

Naměřené výsledky se mírně liší od tabelovaných, což kladu za vinu systematické chybě měření teploty.

## Reference

- [1] Studijní text k úloze XI.  
<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp>
- [2] Jiří Mikulčák a kol.: *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2003.
- [3] Specific heats of different gases.  
<http://test.sdsu.edu/testhome/Test/solve/basics/tables/tablesPG/pgConsts.html>
- [4] Kalkulátor rychlosti zvuku.  
<http://www.sengpielaudio.com/calculator-airpressure.htm>