

## 1 Pracovní úkoly

- Okalibrujte pomocí bodu tání ledu, bodu varu vody a bodu tuhnutí cínu:
  - platinový odporový teploměr (určete konstanty  $R_0$ ,  $A$ ,  $B$ )
  - termočlánek měď-konstantan (určete konstanty  $a$ ,  $b$ ,  $c$ )
- Registrujte teplotní průběh termoelektrického napětí  $\varepsilon$  při ohřevu a varu vody a při tuhnutí cínu. Změřené průběhy graficky znázorněte v protokolu.
- Nakreslete graf teplotní závislosti odporu  $R$  (kalibrační křivka odporového teploměru) a graf teplotní závislosti termoelektrického napětí  $\varepsilon$  (kalibrační křivka termočlánu).

## 2 Teoretický úvod

Pokud nějakým způsobem získáme nezkalibrovaný teploměr, pak ho lze zkalibrovat pomocí známých teplot, což jsou například teploty fázových přeměn vody či tuhnutí cínu.

Pro kalibraci teploměrů, které mají lineární, či kvadratickou závislost měřené veličiny na teplotě pak stačí naměřit 3 různé teplotní body.

Teplota směsi vody s ledem (po ustavení termodynamické rovnováhy) za standardních podmínek je  $t_1 = 0^\circ\text{C}$ .

Teplota varu vody je závislá na atmosférickém tlaku. S dostatečnou přesností pro ní platí dle [3]

$$t_2 = 100,0 + 28,0216 \left( \frac{p}{p_0} - 1 \right) - 11,642 \left( \frac{p}{p_0} - 1 \right)^2 + 7,1 \left( \frac{p}{p_0} - 1 \right)^3, \quad (1)$$

kde  $p$  je aktuální tlak a  $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5$  Pa je normální barometrický tlak.

Třetím bodem je tání cínu, které pro čistý cín nastává při teplotě  $t_3 = 231,9^\circ\text{C}$  dle [2].

### 2.1 Odporový teploměr

Platinový odporový teploměr funguje na tom principu, že jeho odpor  $R$  může být dobře popsán kvadratickou závislostí na teplotě. Tedy

$$R = R_0 (1 + At + Bt^2), \quad (2)$$

kde  $R_0$ ,  $A$  a  $B$  jsou konstanty, které se dají určit změřením odporu pro různé 3 známé teploty.

### 2.2 Termočlánek

Termočlánek je vytvořený za dvou různých kovů - v našem případě měď a konstantan, které mají různé termoelektrické koeficienty  $\alpha_1$  a  $\alpha_2$ . V měření se uplatní rozdíl těchto dvou koeficientů, který si označíme jako  $\alpha$ . Pokud budeme držet spoje kovů na různých teplotách, jejichž rozdíl si označíme jako  $\Delta T$ , pak pro naměřené elektromotorické napětí takto vzniklého "zdroje" platí

$$\varepsilon = a + b \Delta T + c \Delta T^2, \quad (3)$$

kde  $a$ ,  $b$  a  $c$  jsou konstanty odpovídajícího termočlánu.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Příčemž  $a$  by mělo být rovno 0, protože napětí má vzniknout až z rozdílu teplot a proto elektromotorické napětí naměřené pro led-led může být považováno za chybu přístroje.

Tabulka 1: Naměřené hodnoty odporu platinového teploměru v závislosti na teplotě

$t/^\circ\text{C}$	$R/\Omega$	$\Delta R/\Omega$
0	100,4	0,7
99,2	138,4	0,9
231,9	178,3	1,1

### 2.3 Chyba měření

Chyba měření  $s_f$  (pro veličinu  $f$ ) je určena jako

$$s_f = \sqrt{s_{stat}^2 + s_{mer}^2}, \quad (4)$$

kde  $s_{stat}$  je statistická chyba a  $s_{mer}$  je chyba měřidla. Metoda přenosu chyb je pak pro veličinu vypočtenou z  $n$  jiných naměřených veličin  $x_i$

$$s_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 s_{x_i}^2} \quad (5)$$

## 3 Měření

### Podmínky experimentu

Atmosférický tlak  $p = (985 \pm 1)$  hPa

Teplota varu vody odpovídající atmosférickému tlaku v průběhu experimentu po aplikování základních pravidel pro výpočet chyb měření a uvážení, že chyba každého koeficientu v rovnici (1) je polovina nejmenší uvedené cifry je

$$t_2 = (99,21 \pm 0,17)^\circ \text{C}.$$

Hodnoty  $t_1 = 0^\circ\text{C}$  a  $t_3 = 231,9^\circ\text{C}$  bereme jako přesné.

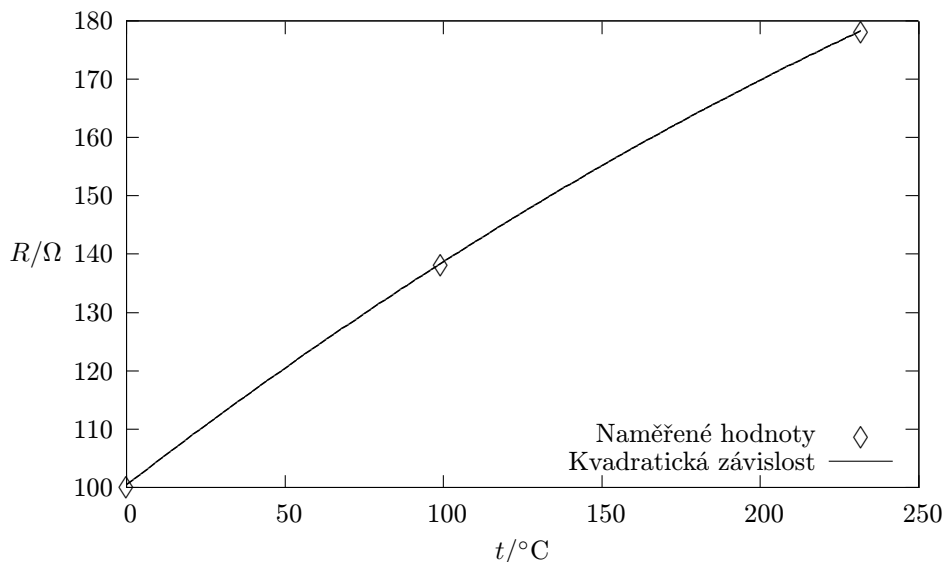
### 3.1 Odporový teploměr

Naměřené hodnoty odporu jsou uvedeny v tabulce č. 1. Hodnoty byly naměřeny vždy po co nejlepším ustálení na požadované známé teplotě. V případě vody s ledem na ustavení teplotní rovnováhy mezi ledem, vodou a teploměrem. Podobně u vroucí vody. To jsme mohli poznat podle toho, že se hodnota na ohmmetru přestala měnit. A v případě cínu byl cín nejprve roztaven, pak do něj teploměr ponořen a v okamžiku, kdy křivka popisující závislost napětí na čase u termočládku byla co možná nejvodorovnější, byla odečtena hodnota použitá pro vytvoření kalibrační křivky teploměru.<sup>2</sup>

Pro měření odporu byl použit rozsah  $R_{max} = 200 \Omega$  s chybou měření 0,5% z měřené hodnoty a 0,1% z rozsahu. Celková chyba pro jednotlivé měření je označena  $\Delta R$  a je uvedena v třetím sloupci tabulky č. 1.

Graf s naměřenými hodnotami i proloženou závislostí je v obrázku č. 1. Nejsou v něm chybové úsečky, protože mají o něco menší rozměr než vyznačení bodu pomocí použitého symbolu.

<sup>2</sup>Na počítači, kde se zapisovaly naměřené hodnoty napětí se dalo lépe poznat, jestli ještě teplota klesá, nebo jestli se již na nějaký čas ustálila.



Obrázek 1: Graf závislosti odporu platinového teploměru na teplotě

Hodnoty konstant určené pomocí analytických výpočtů v programu Wolfram Mathematica 7.0.0.<sup>3</sup>

$$R_0 = (100,4 \pm 0,7) \Omega$$

$$A = (0,00416 \pm 0,00021) ^\circ \text{C}^{-1}$$

$$B = (-3,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-6} ^\circ \text{C}^{-2}$$

### 3.2 Termočlánek

Nejprve byla měřena hodnota napětí termočláneku odpovídající tomu, když jsou oba dva konce ponořeny do směsi ledu a vody. Naměřená hodnota byla velice nízká a to  $(0,001 \pm 0,004) \text{ mV}$ , což je v rámci chyby 0 a z toho plyne  $a = (0,001 \pm 0,004) \text{ mV}$ . Poté vždy jeden spoj zůstával ve směsi ledu s vodou a druhý byl nejprve dán do baňky s ohřívající se vodou a poté do roztaveného cínu. Průběh elektromotorického napětí je v grafu obrázku č. 2.

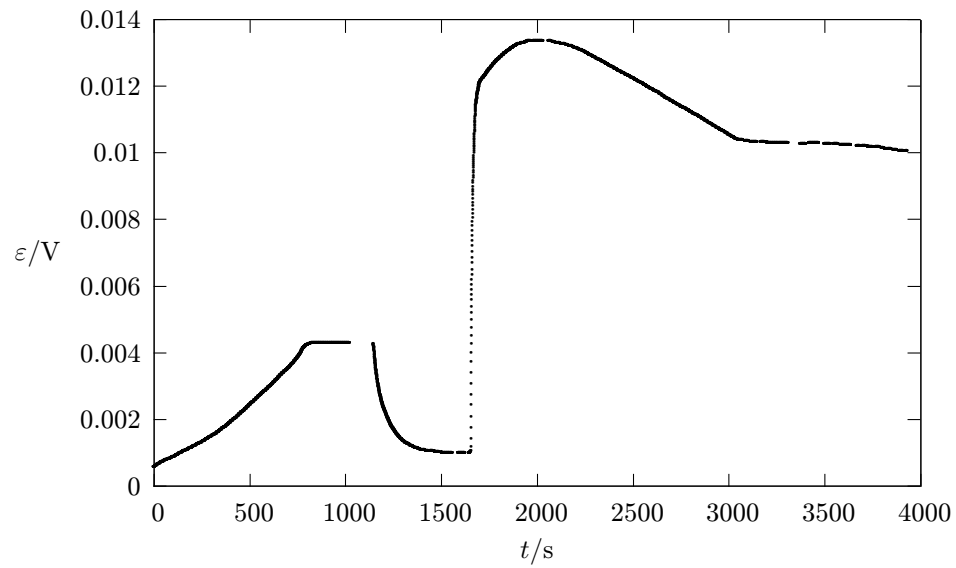
Na grafu můžeme pozorovat nejprve situaci, kdy jeden spoj byl dán do baňky s ohřívající se vodou a elektromotorické napětí postupně roste až se dostane k hodnotě  $(4,282 \pm 0,004) \text{ mV}$  a zůstává na prakticky konstantní teplotě. Poté byl spoj vyjmut a otřen a chvíli se muselo čekat než roztaje cín. Takže se teplota spoje postupně blížila pokojové teplotě. Poté byl ovšem spoj ponořen do kapalného cínu a teplota velice rychle stoupla a tedy i elektromotorické napětí, jak je vidět na grafu. Po krátké chvíli se začalo rychle oteplování spoje zpomalovat a po chvíli začal spoj chladnout. To bylo způsobeno tím, že zdroj tepla, který předtím roztavil cín, byl již vypnutý a cín chladl. Po nějaké době se opět teplota ustálila a byla odečtena další referenční hodnota  $(10,295 \pm 0,005) \text{ mV}$ . Po chvíli pak zase začal cín chladnout už v pevné fázi.

Naměřené hodnoty elektromotorického napětí v závislosti na rozdílu teplot  $\Delta T$  jsou přehledně i s hodnotami chyb v tabulce č. 2. Chyby byly určeny jednak ze statistického zpracování a z chyby

<sup>3</sup>Nejsou zde uvedeny rovnice pro výpočet chyb, protože například pro  $R_0$  to je

$$\sqrt{\frac{s_{t_2}^2 t_1^2 t_3^2 (R_1(t_2 - t_3)^2 + R_2(t_1 - t_3)(t_1 - 2t_2 + t_3) - R_3(t_1 - t_2)^2)^2}{(t_1 - t_2)^4 (t_1 - t_3)^2 (t_2 - t_3)^4} + \frac{s_{R_1}^2 t_2^2 t_3^2}{(t_1 - t_2)^2 (t_1 - t_3)^2} + \frac{s_{R_2}^2 t_1^2 t_3^2}{(t_1 - t_2)^2 (t_2 - t_3)^2} + \frac{s_{R_3}^2 t_1^2 t_2^2}{(t_1 - t_3)^2 (t_2 - t_3)^2}}$$

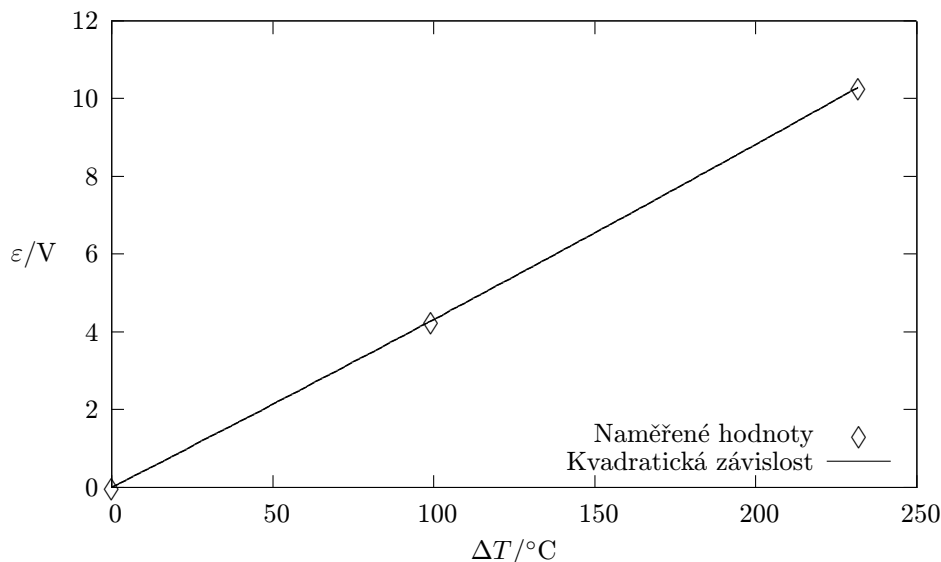
a je patrné, že se tyto vzorce ani sazbu nevejdu na šířku na stránku bez zmenšení, které je značně znečitelnuje.



Obrázek 2: Graf naměřeného napětí v čase

Tabulka 2: Naměřené hodnoty elektromotorického napětí na termočláнку

$\Delta T / ^\circ\text{C}$	$\varepsilon / \text{mV}$	$s_\varepsilon / \text{mV}$
0	0,001	0,004
99,2	4,282	0,004
231,9	10,295	0,005



Obrázek 3: Graf závislosti elektromotorického napětí na termočláнку na rozdílu teplot spojů

přístroje. Na přístroji jsou uvedené chyby 90 ppm z měřené hodnoty a 35 ppm z rozsahu. Použitý rozsah přístroje byl  $U_{max} = 100 \text{ mV}$ . Hodnoty spolu s proložením jsou zaneseny v grafu obrázku č. 3.

Výpočty chyb byly provedeny obdobně jako v předchozím případě u odporového teploměru. Zjištěné hodnoty konstant jsou

$$\begin{aligned}
 a &= (0,001 \pm 0,004) \text{ mV} \\
 b &= (42,23 \pm 0,16) \cdot 10^{-6} \text{ V K}^{-1} \\
 c &= (9,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-9} \text{ V K}^{-2}.
 \end{aligned}$$

## 4 Diskuse

Obě dvě měření - jak kalibrace odporového teploměru, tak termočláunku - spoléhají na to, že teplotu máme správně určenou, což zejména při takto malém počtu referenčních měření může způsobit značnou chybu. Nejlépe určenou je nejspíše teplota vody s ledem, ale i ta může kolísat. U teploty varu vody spoléháme na to, že v baňce je atmosférický tlak, který jsme naměřili mimo baňku, což nebude zcela pravda, protože leč je z baňky vyvedena hadička, tak stále plyn (vodní páry) z baňky uniká a z toho je zcela evidentní, že se jedná o dynamickou rovnováhu a v místě, kde je spoj termočláunku a odporový teploměr je nejspíše o něco vyšší tlak než ten, který byl použit pro výpočty. A třetí teplota závisí na tom, že cín by měl být chemicky čistý, aby tuhl při tabelované teplotě tuhnutí. A z grafu můžeme vidět, že i když se pokles elektromotorického napětí téměř ustálil, tak nějaký velice mírný pokles zde byl i v době tuhnutí cínu, což přímo naznačuje na znečištění cínu nějakou jinou chemickou látkou. A vzhledem k tomu, že ani nevíme, jakým způsobem ovlivňuje tato příměs teplotu tuhnutí cínu (může ji jak zvyšovat, tak snižovat, nebo ji ani nemusí znatelně měnit), tak bez chemického rozboru, nebo nějakého jiného dalšího fyzikálního studia obsahu cínu můžeme akorát tvrdit, že teplota mohla být jiná.

Dalším možným vlivem je, že teploměry nebyly v čase odečtení ve stavu termodynamické rovnováhy s referenčními tekutinami.

Předpokládané závislosti odporu a elektromotorického napětí na teplotě byly kvadratické, ale je možné, že závislosti nejsou takto triviální ani na prozkoumaném úseku teplot. Abychom ověřili předpoklad, že mohou být závislosti považovány za kvadratické, pak by bylo potřeba naměřit více teplotních bodů. Na druhou stranu ovšem naměřená data naznačují, že kvadratický člen nemá příliš velký vliv - zejména na kratším úseku měření teploty (např.  $10^\circ\text{C}$ ) by se nejspíše dal zanedbat (ale toto usuzujeme z pouhých několika naměřených teplot), ale v rámci celého teplotního pásu, který byl měřen se již znatelně projevuje.

Dále jsme předpokládali, že voda je destilovaná - pro teplotu varu a tání vody - ale i když v ní budou nejspíše nějaké příměsi, tak i pokud by se jednalo o vodu z kohoutku, tak by neměla vzniknout větší chyba. (Ta by mohla nastat, kdyby někdo přilil do kalorimetru s vodou a ledem nějaký rozmrazovač.)

## 5 Závěr

Kalibrace odporového teploměru

$$\begin{aligned}R_0 &= (100,4 \pm 0,7) \Omega \\A &= (0,00416 \pm 0,00021) \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \\B &= (-3,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}\end{aligned}$$

Kalibrace termočlánku

$$\begin{aligned}a &= (0,001 \pm 0,004) \text{ mV} \\b &= (42,23 \pm 0,16) \cdot 10^{-6} \text{ V K}^{-1} \\c &= (9,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-9} \text{ V K}^{-2}\end{aligned}$$

## 6 Literatura

- [1] *J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I.*  
SPN, Praha 1967
- [2] *J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky*  
SNTL, Praha 1980
- [3] **Studijní texty k fyzikálnímu praktiku**  
Kalibrace odporového teploměru a termočlánku - fázové přechody  
[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt\\_108.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_108.pdf)