

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM 1

Úloha č.: III.

Název: Studium proudění viskózní kapaliny trubicemi kruhového průřezu

Vypracoval: Mária Šoltésová stud. sk. F – 16 dne 2. 5. 2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval: dne výsledek klasifikace

Připomínky:

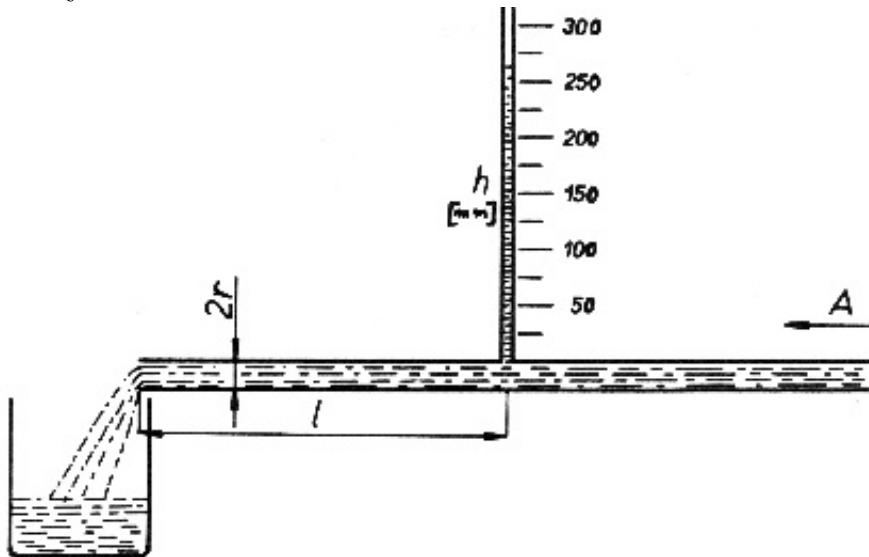
Pracovní úloha:

1. Pre tri vodorovné trubice s rôznymi polomerami kruhového prierezu, ktoré sú opatrené manometrami, namerajte závislosť objemového prietoku Q_v na úbytku statického tlaku Δp na vyšetrovanej dĺžke trubice l v smere prúdenia.
2. Zostrojte grafy závislosti $Q_v = Q_v(p)$. Do grafu tiež zakreslite teoretické krivky tejto závislosti plynúce z Poiseuilovej rovnice.
3. Zostrojte graf závislosti $k = k(Re)$, kde k je súčiniteľ odporu trubice a Re je Reynoldsovo číslo.

Teoretická časť:

Prúdenie viskózných kvapalín môžeme skúmať pomocou nasledujúceho zariadenia (obr. 1) [1]:

Obrázok 1:



Vodorovná sklená trubica je na jednom konci napojená na prítok vody, pričom sa dá nastaviť rýchlosť prúdenia. Vo vzdialenosti l od ústia je trubica opatrená manometrickou trubicou. Úbytok tlaku Δp na dĺžke l možno zistiť pomocou výšky h vodného stĺpca v manometri ako [1]

$$\Delta p = h r g \quad (1)$$

kde g je miestne tiažové zrýchlenie a ρ je hustota kvapaliny prúdiacej v trubici.

Pri strednej rýchlosti prúdenia kvapaliny v_s je Reynoldsovo číslo Re dané ako

$$Re = \frac{r r v_s}{h} \quad (2)$$

kde η je dynamická viskozita kvapaliny.

Objemový prietok kvapaliny trubicou určíme nameraním času t , za ktorý vytečie z trubice objem kvapaliny V . Objemový prietok $Q = \frac{V}{t}$ (3) je pri laminárnom prúdení daný

Poiseuillovým vzťahom [1]

$$Q_v = \frac{p r^4}{8 h l} \Delta p. \quad (4)$$

Ak meriame závislosť Q_v na Δp , dostaneme pre laminárne prúdenie lineárnu závislosť. Smernica tejto závislosti závisí na rozmeroch trubice a viskozite kvapaliny. Ak odmeriame dĺžku trubice l , polomer trubice r a zistíme tabuľkovú hodnotu viskozity kvapaliny, môžeme zistenú závislosť porovnať s teoretickou závislosťou určenou podľa (3).

Po prekročení kritickej hodnoty Reynoldsovoho čísla, v oblasti približne $1000 < Re < 2000$, začína byť prúdenie trubicou nestabilné, pre ešte väčšie hodnoty je prúdenie trvalo turbulentné a závislosť Q_v na Δp sa odkloní od priamky.

Ak zavedieme súčiniteľ odporu trubice k , môžeme úbytok statického tlaku na dĺžke l trubice vyjadriť ako

$$\Delta p = k \frac{l}{r} \frac{1}{2} r v_s, \quad (5)$$

pre objemový prietok platí

$$Q_v = pr^2 v_s. \quad (6)$$

Pre laminárne prúdenie potom dostanem z rovníc (2) – (5) teoretickú závislosť súčiniteľa odporu na rýchlosti prúdenia v tvare

$$k = \frac{16}{\text{Re}}, \quad (7)$$

skutočná závislosť má však zložitejší tvar.

Použité pomôcky a prístroje:

tri výtokové trubice s manometrami, odpadová miska, stabilizátor tlaku vody, tri odmerné valce, kadička, teplomer

merací prístroj	najmenší dielik
odmerné valce	2 ml; 1 ml; 0,1 ml
teplomer	1 °C
stopky	0,2 s
pásmové meradlo	1 mm
posuvné meradlo	0,1 mm

Postup:

1. Zmeriame rozmery všetkých trubíc – dĺžku l pásmovým meradlom a priemer trubice d posuvným meradlom.
2. Pre rôzne rýchlosti prúdenia kvapaliny meriame výšku kvapaliny v manometri h a čas t , za ktorý vytečie z trubice objem V .
3. Tento postup opakujeme pre všetky tri trubice.

Výsledky meraní:

Podmienky experimentu:

teplota vzduchu v miestnosti: $(26 \pm 1)^\circ\text{C}$

teplota vody: $(23 \pm 1)^\circ\text{C}$

1. Závislosť Q_v na Δp

Zmerali sme dĺžku trubice pásmovým meradlom a priemer trubice posuvným meradlom päťkrát pre každú trubicu. Namerané hodnoty sú uvedené v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 1: Namerané hodnoty rozmerov trubíc

	priemer a polomer trubice								dĺžka	
	d_i [mm]					\bar{d} [mm]	\bar{r} [mm]	σ_r [mm]	l [cm]	σ_l [cm]
trubica 1	4,5	4,5	4,4	4,4	4,5	4,5	2,2	0,1	19,6	0,1
trubica 2	2,2	2,3	2,2	2,1	2,2	2,2	1,1	0,1	25,0	0,1
trubica 3	3,0	2,8	2,9	2,8	2,8	2,9	1,5	0,1	25,0	0,1

Odchýlka polomeru a dĺžky trubice má charakter chyby meracieho zariadenia.

Pre každú trubicu sme menili rýchlosť prietoku, pričom sme merali sme výšku vodného stĺpca h v manometri a čas t , za aký z trubice vytečie objem V . Hodnoty úbytku tlaku Δp sme určili podľa vzťahu (1), použili sme tabuľkovú hodnotu gravitačného zrýchlenia z [2] $g = (9,81 \pm 0,01) \text{m.s}^{-2}$ a tabuľkovú hodnotu [2] destilovanej vody pri teplote 23°C

$r = (997,5 \pm 0,1) \text{kg.m}^{-3}$. Chyba $\sigma_{\Delta p}$ je určená prenesením chýb zo vzťahu (1). Hodnoty Q_v sme určili podľa vzťahu (3), chyba je určená prenesením chýb veličín vystupujúcich v tomto vzťahu. Namerané a vypočítané hodnoty sú v nasledujúcich tabuľkách.

Tabuľka 2: Trubica 1 – namerané hodnoty h , V , t a z nich vypočítané hodnoty Δp , Q_v

h	Δh	V	σ_V	t	Δp	$\sigma_{\Delta p}$	Q_v	σ_{Q_v}
[cm]	[cm]	[ml]	[ml]	[s]	[Pa]	[Pa]	[ml.s ⁻¹]	[ml.s ⁻¹]
0,8	0,1	5,5	0,1	30,0	78	10	0,18	0,00
1,1	0,1	16	2	30,0	108	10	0,53	0,07
1,6	0,1	60	2	29,8	157	10	2,01	0,08
2,1	0,1	94	2	30,0	205	10	3,13	0,09
2,5	0,1	106	2	30,2	245	10	3,51	0,09
2,7	0,1	108	2	29,8	264	10	3,62	0,09
3,2	0,1	134	2	30,2	313	10	4,44	0,10
3,6	0,1	144	2	30,2	352	10	4,77	0,10
4,1	0,1	86	2	15,2	401	10	5,66	0,21
4,6	1,0	122	2	20,2	450	98	6,04	0,16
5,5	0,3	102	2	15,0	538	30	6,80	0,22
7,2	1,0	110	2	15,0	705	99	7,33	0,23
10,6	0,2	82	2	10,0	1037	21	8,20	0,36
13,0	0,2	90	2	10,2	1272	21	8,82	0,37
14,2	0,2	92	2	10,0	1390	21	9,20	0,38

Tabuľka 3: Trubica 2 – namerané hodnoty h , V , t a z nich vypočítané hodnoty Δp , Q_v

h	Δh	V	σ_V	t	Δp	$\sigma_{\Delta p}$	Q_v	σ_{Q_v}
[cm]	[cm]	[ml]	[ml]	[s]	[Pa]	[Pa]	[ml.s ⁻¹]	[ml.s ⁻¹]
1,5	0,1	5,5	0,1	30,2	147	10	0,12	0,00
2,3	0,1	16	2	29,6	225	10	0,25	0,01
3,7	0,1	60	2	30,2	362	10	0,26	0,03
4,7	0,1	94	2	30,0	460	10	0,60	0,04
5,5	0,1	106	2	30,0	538	10	1,03	0,04
6,9	0,1	108	2	29,8	675	11	1,38	0,04
8,3	0,1	134	2	30,2	812	11	1,66	0,04
9,3	0,1	144	2	29,8	910	11	1,88	0,08
10,8	0,1	86	2	29,8	1057	11	2,21	0,08
12,1	0,1	122	2	30,2	1184	11	2,38	0,08
14,3	0,1	102	2	14,8	1399	11	2,91	0,17
16,3	0,1	110	2	15,0	1595	12	3,47	0,18
18,3	0,1	82	2	15,2	1791	12	3,68	0,18
20,0	0,1	90	2	15,0	1957	12	4,00	0,19
23,0	0,1	92	2	14,8	2251	12	4,19	0,19

Tabuľka 4: Trubica 3 – namerané hodnoty h , V , t a z nich vypočítané hodnoty Δp , Q_v

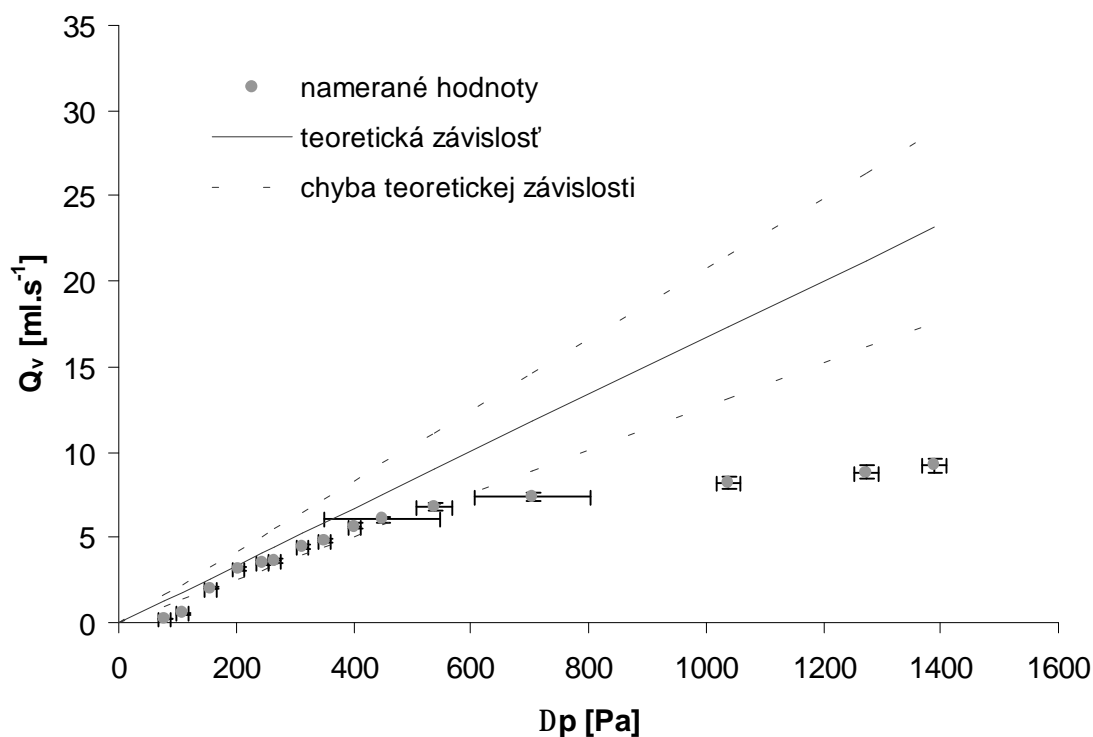
h	Δh	V	σ_v	t	Δp	$\sigma_{\Delta p}$	Q_v	σ_{Q_v}
[cm]	[cm]	[ml]	[ml]	[s]	[Pa]	[Pa]	[ml.s ⁻¹]	[ml.s ⁻¹]
1,1	0,1	5,8	0,1	30,2	108	10	0,19	0,00
2,0	0,1	14	1	30,2	196	10	0,46	0,04
2,8	0,1	28	1	30,2	274	10	0,93	0,04
3,4	0,1	47	1	30,2	333	10	1,56	0,04
4,1	0,1	64	2	30,0	401	10	2,13	0,08
4,8	0,1	80	2	30,2	470	10	2,65	0,08
5,6	0,1	98	2	29,8	548	10	3,29	0,09
6,5	0,1	112	2	29,8	636	10	3,76	0,09
8,2	0,1	148	2	20,3	802	11	7,29	0,10
9,0	1,0	82	2	15,0	881	99	5,47	0,21
10,3	1,0	94	2	15,2	1008	99	6,18	0,21
11,7	1,0	104	2	15,2	1145	99	6,84	0,22
13,5	1,0	108	2	15,0	1321	99	7,20	0,23
14,5	1,5	110	2	15,2	1419	148	7,24	0,23
16,5	1,5	74	2	10,0	1615	149	7,40	0,35
18,0	1,5	76	2	10,2	1761	149	7,45	0,34
20,2	0,7	78	2	10,0	1977	71	7,80	0,36

Chyba Δh udáva, ako sa menila výška h počas experimentu. V prípadoch, keď bola hladina kvapaliny v manometri ustálená, má uvedená chyba charakter chyby meracieho zariadenia. Reakčnú dobu, ktorá sa prejaví ako chyba určenia času, sme uvažovali 0,2s. Chyba určenia objemu bola podľa použitého odmerného valca 0,1 ml, 1 ml alebo 2 ml.

2. Grafy závislosti $Q_v = Q_v(\Delta p)$

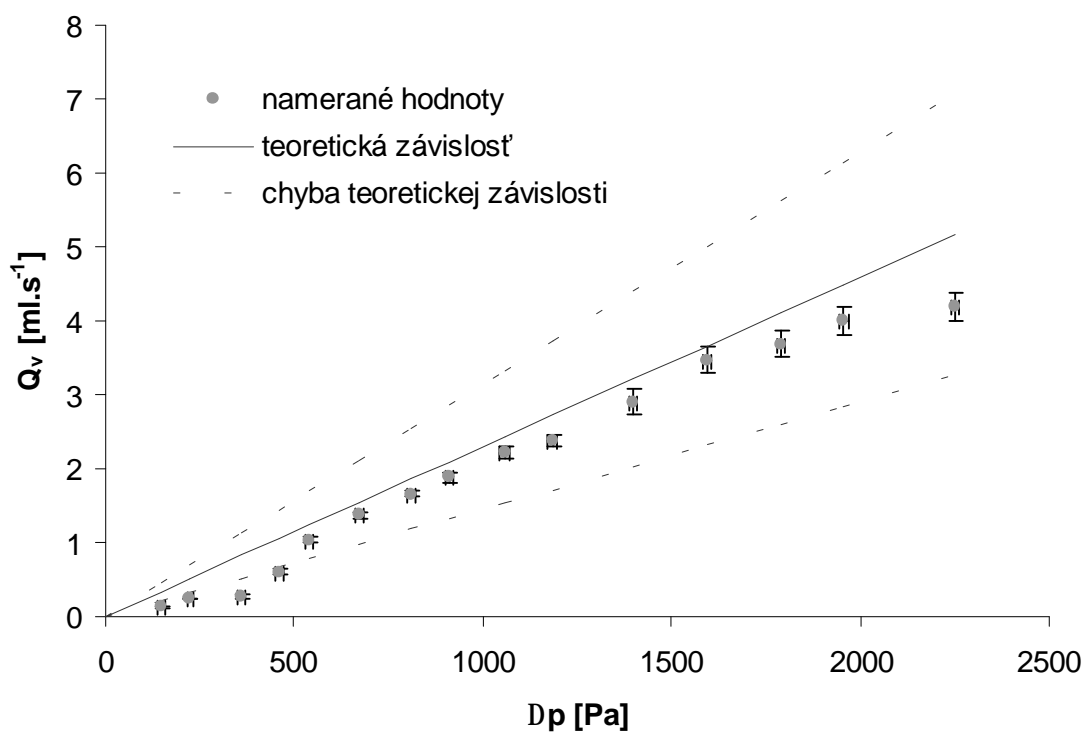
V nasledujúcich grafoch je vynesená závislosť $Q_v = Q_v(\Delta p)$ z údajov uvedených v tabuľkách 2 až 4. Teoretické smernice boli vyrátané podľa vzťahu (4), do ktorého sme dosadili údaje z tabuľky 1. a tabuľkovú hodnotu viskozity [2] $\eta = (1,002 \pm 0,001)10^{-3}$ Pa.s.

Graf 1: Trubica 1 – Závislosť Q_v na Δp



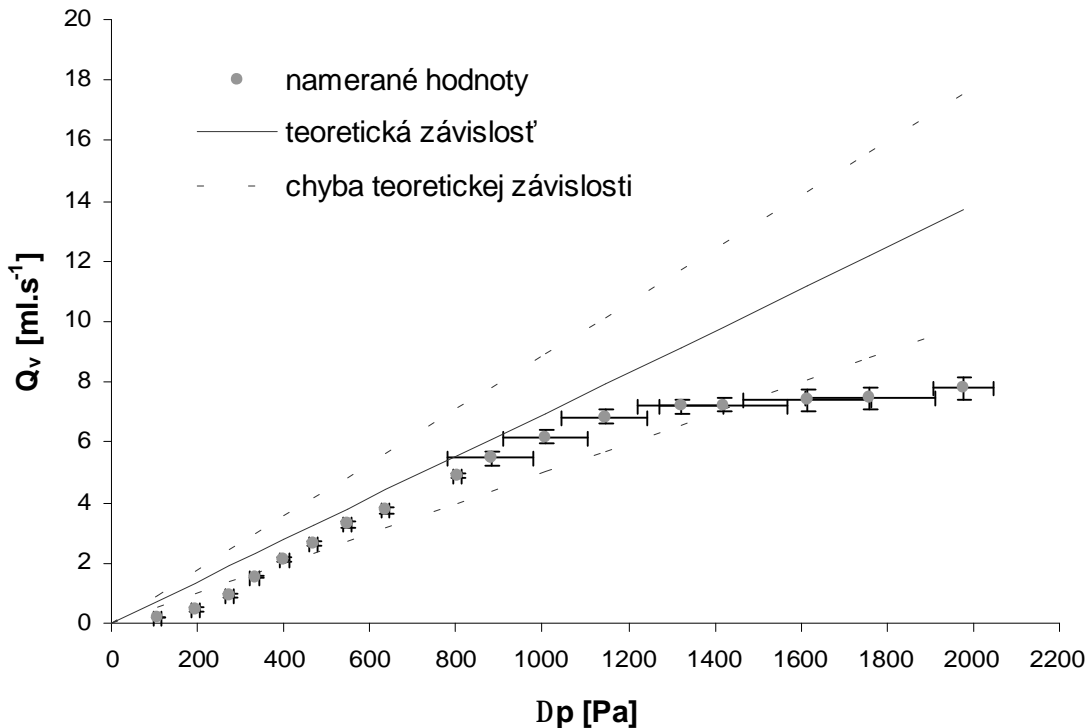
Chybové úsečky označujú chyby veličín Δp a Q_v uvedené v tabuľke 2., krivka teoretickej závislosti má smernicu $K_1 = (4,68 \pm 0,88) \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \text{Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Chybu teoretickej závislosti sme určili ako chybu prenesenú z veličín vystupujúcich vo vzťahu (4).

Graf 1: Trubica 2 – Závislosť Q_v na Δp



Chybové úsečky označujú chyby veličín Δp a Q_v uvedené v tabuľke 3., krivka teoretickej závislosti má smernicu $K_2 = (2,30 \pm 0,85) \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 \cdot \text{Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Chybu teoretickej závislosti sme určili ako chybu prenesenú z veličín vystupujúcich vo vzťahu (4).

Graf 3: Trubica 3 – Závislosť Q_v na Δp



Chybové úsečky označujú chyby veličín Δp a Q_v uvedené v tabuľke 4., krivka teoretickej závislosti má smernicu $K_3 = (6,9 \pm 2,0) \cdot 10^{-9} \text{ m}^3 \cdot \text{Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Chybu teoretickej závislosti sme určili ako chybu prenesenú z veličín vystupujúcich vo vzťahu (4).

3. Závislosť k na Re

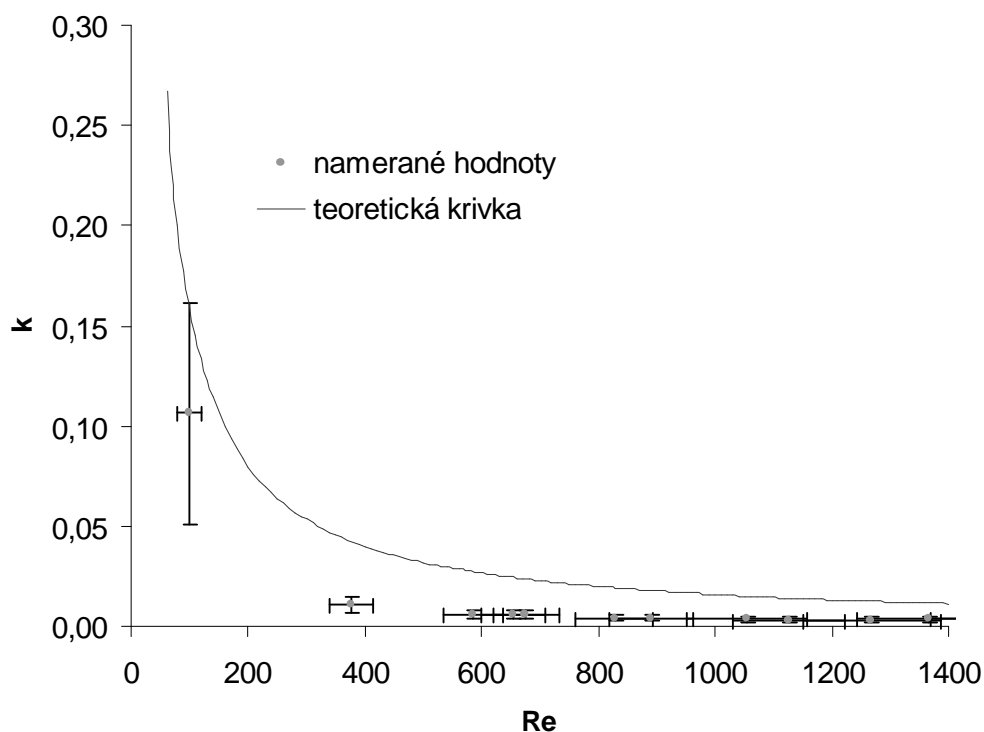
Zo vzťahov (5) a (6) môžeme vyrátať súčiniteľ odporu trubice k a podľa vzťahu (2) môžeme vyrátať Reynoldsovo číslo Re . Hodnoty Reynoldsovo čísla a koeficientu odporu sú uvedené v tabuľke 5. Porovnanie určenej závislosti k na Re s teoretickou závislosťou (7) je v grafoch 4, 5 a 6.

Tabuľka 5: Hodnoty Reynoldsovo čísla a koeficientu odporu pre všetky trubice

Trubica 1				Trubica 2				Trubica 3			
Re	σ_{Re}	k	σ_k	Re	σ_{Re}	k	σ_k	Re	σ_{Re}	k	σ_k
26	2	2,375	0,899	18	2	9,97	5,55	28	3	2,976	1,371
77	14	0,386	0,174	36	4	3,67	1,91	67	10	0,929	0,440
290	25	0,039	0,013	38	9	5,26	3,23	134	15	0,325	0,138
451	34	0,021	0,006	86	13	1,30	0,70	224	22	0,140	0,057
506	36	0,020	0,006	149	19	0,51	0,26	307	33	0,090	0,037
522	37	0,021	0,006	198	24	0,36	0,18	382	39	0,068	0,027
639	44	0,016	0,005	238	28	0,30	0,15	474	46	0,052	0,020
687	46	0,016	0,004	271	36	0,26	0,13	541	51	0,046	0,018
815	68	0,013	0,004	319	41	0,22	0,11	706	64	0,034	0,013
870	63	0,013	0,006	343	43	0,21	0,11	787	85	0,030	0,015
979	78	0,012	0,004	418	64	0,17	0,09	891	93	0,027	0,013
1056	82	0,013	0,005	499	72	0,14	0,07	986	101	0,025	0,012
1181	107	0,016	0,005	531	75	0,13	0,07	1037	106	0,026	0,012
1271	112	0,017	0,005	576	80	0,12	0,06	1042	106	0,028	0,013
1325	117	0,017	0,005	603	83	0,13	0,07	1066	125	0,030	0,015
								1073	124	0,032	0,015
								1123	130	0,033	0,014

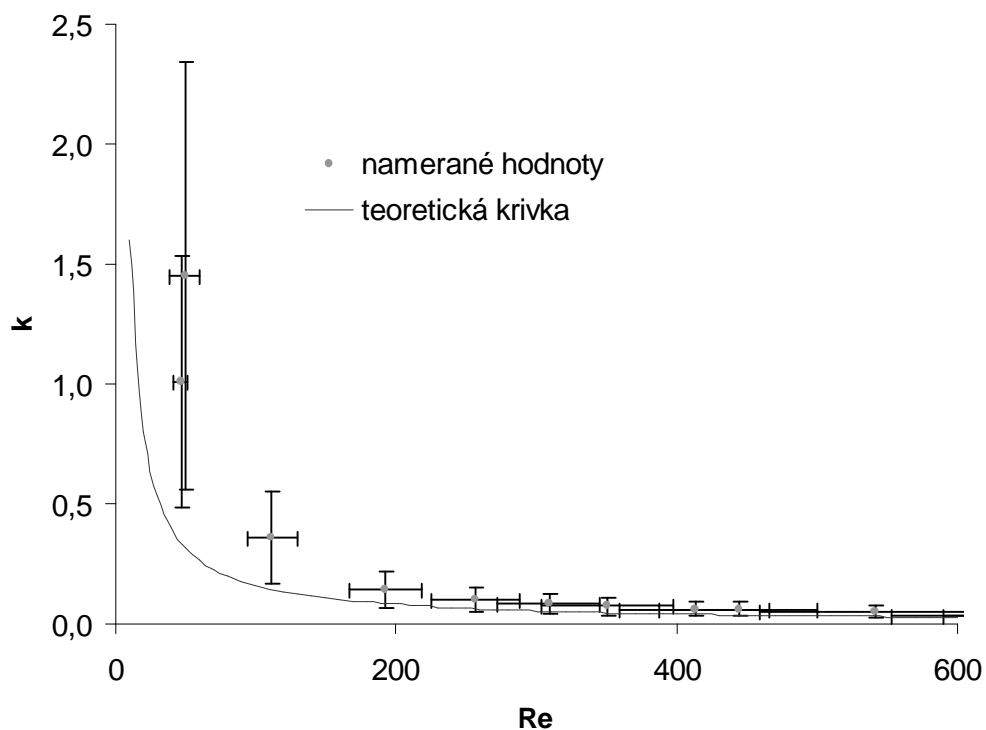
Chyby Re a k boli určené ako chyby prenesené z veličín vystupujúcich vo vzťahoch (2), (5) a (6).

Graf 4: Trubica 1 – závislosť koeficientu odporu od Reynoldsovo čísla



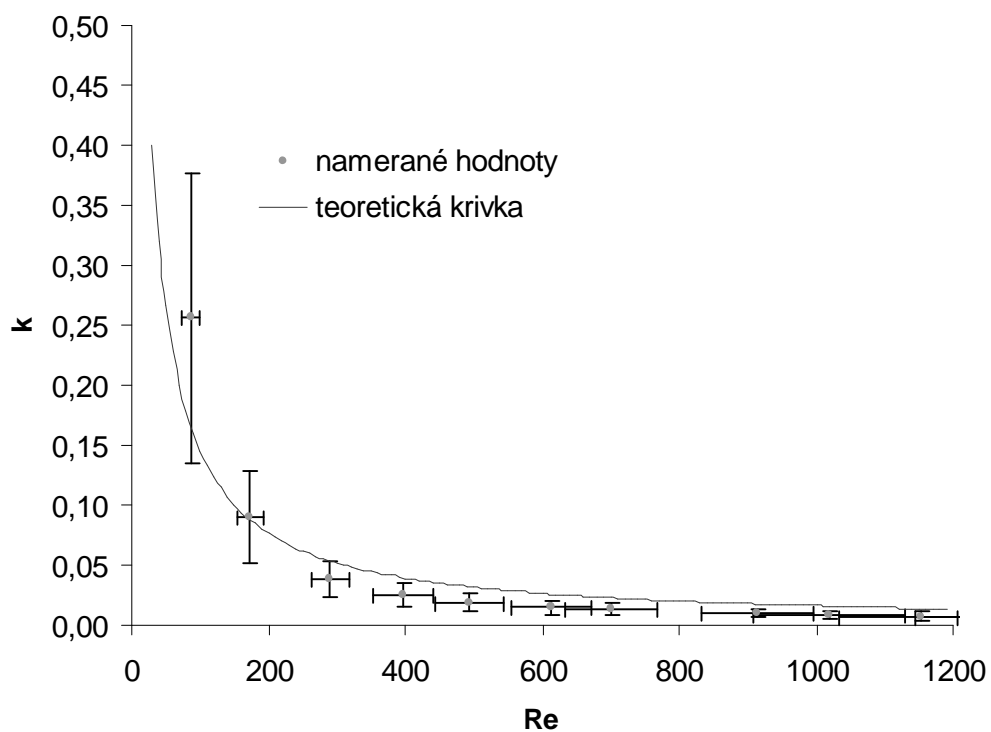
Chybové úsečky udávajú chybu k a Re z tabuľky 5, preložená krivka je teoretická závislosť podľa vzťahu (7).

Graf 5: Trubica 2 – závislosť koeficientu odporu od Reynoldsovho čísla



Chybové úsečky udávajú chybu k a Re z tabuľky 5, preložená krivka je teoretická závislosť podľa vzťahu (7).

Graf 6: Trubica 3 – závislosť koeficientu odporu od Reynoldsovho čísla



Chybové úsečky udávajú chybu k a Re z tabuľky 5, preložená krivka je teoretická závislosť podľa vzťahu (7).

Diskusia:

Z grafov 1., 2., a 3., vidíme, že prúdenie bolo laminárne po celú dobu len v druhej trubici, v prvej a tretej trubici sa pri väčšom prietoku zmenilo na prechodné až turbulentné. Je to spôsobené tým, že druhá trubica mala najmenší prierez. Teoretická závislosť platí pre laminárne prúdenie, v oblasti laminárneho prúdenia sa s ňou v rámci chyby namerané hodnoty viac-menej zhodujú. Odchýlky nastávajú pri prechodnom a turbulentnom prúdení.

Smernica teoretickej závislosti je určená s pomerne veľkou chybou, na ktorej sa podieľa hlavne chyba polomeru trubice, ktorá tam vystupuje v štvrtej mocnine. Na určenie polomeru bolo k dispozícii posuvné meradlo, preto je chyba polomeru pomerne veľká.

Na chybe určenia hodnoty tlakového rozdielu sa podieľa hlavne chyba určenia výšky kvapaliny v manometri. Pri prechodnom a turbulentnom prúdení je táto odchýlka veľká, lebo hladina kolíše. Okrem toho je určenia tlakového rozdielu zaťažené systematickou chybou, pretože tlakové pomery pri prúdení sú zložité a výška kvapaliny ich celkom presne nevystihuje. Takisto sa chyby dopúšťame zanedbaním kapilárneho tlaku.

Chyba určenia objemového prietoku je ovplyvnená chybou určenia času, čo je vlastne reakčná doba experimentátora, a chybou určenia objemu. Tieto chyby sa dajú čiastočne eliminovať meraním dlhšieho časového úseku a väčšieho objemu vody.

Podľa určeného Reynoldsovho čísla vidíme, že pre hodnoty, ktoré sa nezhodujú s teoretickou závislosťou, prekročili toto číslo kritickú hodnotu $Re \approx 1000$, ide teda skutočne o oblasť prechodného až turbulentného prúdenia. V grafoch 4., 5. a 6. je vynesená závislosť koeficientu odporu trubice od Reynoldsovho čísla, hodnoty sa v prípade prvej a tretej trubice nezhodujú dobre s teoretickou krivkou, čo môže byť spôsobené tým, že teoretická závislosť je zložitejšia [1]. Hodnota k je určená s veľkou chybou, na jej hodnote sa prejaví nepresnosť určenia polomeru trubíc.

Záver:

Pre tri vodorovné trubice s rôznymi prierezmi sme skúmali prúdenie kvapalín. V trubici č. 2 bolo prúdenie po celú dobu laminárne, v trubici č. 1 a 3 sa objavilo aj prechodné a turbulentné prúdenie. Pre všetky tri trubice sme namerali závislosť objemového prietoku Q_v na úbytku tlaku Δp . Pre úsek laminárneho prúdenia sa namerané hodnoty zhodujú s teoretickou závislosťou. Závislosti sú vynesené v grafoch 1., 2. a 3. Určili sme závislosť koeficientu odporu trubíc na Reynoldsovom čísle, závislosti sú vynesené v grafoch 4., 5. a 6. Nepresnosti v určovaných veličinách boli spôsobené hlavne nepresným určením polomeru trubíc, ako aj faktom, že reálna situácia pri prúdení kvapalín je zložitejšia ako popisujú teoretické vzťahy.

Použitá literatúra:

[1] D. Slavínská prom.fyz., CSc., I. Stulíková, CSc., P. Vostrý, CSc.: Fyzikální praktikum I., SPN Praha 1989

[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch, Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980