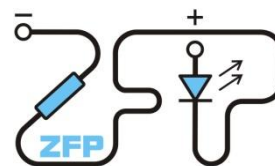


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I



Úloha č. 3

Název úlohy: Studium proudění viskózní kapaliny trubicemi kruhového průřezu

Jméno: Katarína Križanová

Obor: FOF

Datum měření: 23/03/2016

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

I. Pracovná úloha

- Pre tri vodorovné trubice s rôznymi polormi kruhového prierezu, ktoré sú opatrené manometrami, zmerajte závislosť objemového prietoku Q_v na úbytku statického tlaku Δp na vyšetrovanej dĺžke trubice l v smere prúdenia.
- Zostrojte graf závislosti $Q_v = Q_v(p)$.
- Zo smernice závislosti $Q_v = Q_v(p)$ v oblasti laminárneho prúdenia určte polomer trubice.
- Upravený polomer dosad'ite do vzťahu pre výpočet Re a k .
- Zostrojte graf závislosti $k = k(Re)$, kde k je súčiniteľ odporu trubice a Re je Reynoldsovo číslo. Do grafu vyneste teoretickú závislosť pre laminárne i turbulentné prúdenie.

II. Teoretický úvod

K základnému zoznámeniu s laminárnym prúdením viskózne kvapaliny sledujeme prietok kvapaliny viacerými trubicami pri stúpajúcej rýchlosti prúdenia. V prípade, že si zvolíme trubice správne, budeme môcť pozorovať laminárne, turbulentné i prechodné prúdenie.

Vodorovná trubica s vnútorným polomerom r má vo vzdialenosti l od svojho vývodu manometrickú trubicu. Úbytok statického tlaku Δp je úmerný výške h vodného stĺpca v manometrickej trubici. Platí vzťah

$$\Delta p = h\rho g, \quad (1)$$

kde ρ je hustota študovanej kvapaliny a g je miestne tiažové zrýchlenie.

Pre objemový prietok Q_v na Δp v trubici, ktorá má polomer r , pričom η je viskozita kvapaliny platí Poisseuillova rovnica [1]:

$$Q_v = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \cdot \Delta p \quad (2)$$

Reynoldsovo číslo je bezrozmerné číslo, ktoré charakterizuje prúdenie kvapaliny v tom zmysle, že ak prekročí hodnotu 2000, tak už nejde o laminárne prúdenie. Vieme ho vypočítať zo vzťahu [1]:

$$Re = \frac{Q_v \cdot \rho}{\pi \cdot \eta \cdot r} \quad (3)$$

Pre koeficient odporu trubice k platí vzťah:

$$k = 2\Delta p \frac{\pi^2 r^5}{Q_v^2 l} \quad (4)$$

Nech v_s je stredná rýchlosť v priereze prúdovej trubice. Pre objemový prietok platí

$$Q_v = \pi r^2 v_s. \quad (5)$$

Pre hodnotu Re približne do 1000 (laminárne prúdenie), dostaneme teoretickú závislosť súčiniteľa odporu trubice

$$k = \frac{16}{Re}. \quad (6)$$

Počas turbulentného prúdenia platí nasledujúci vzťah

$$k = \frac{0,133}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (7)$$

III. Výsledky merania

Podmienky v laboratóriu

(uvedené chyby teploty sú chyby určené výrobcom meradla)

Teplota vody: $t=(22,0\pm 0,1)^\circ\text{C}$

Teplota vzduchu -začiatok merania: $t=21,0\pm 0,1^\circ\text{C}$

-koniec merania: $t=25,3\pm 0,1^\circ\text{C}$

Tabuľkové hodnoty využité pri počítaní údajov [2]

viskozita vody $\eta = (1,002 \pm 0,001)10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$

hustota destilovanej vody $\rho = (997,5 \pm 0,1) \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

tiažové zrýchlenie $g = (9,81 \pm 0,01) \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Určenie priemeru trubíc

Najprv som zmerala rozmery všetkých trubíc. Dĺžku l som určila pomocou pásového metru, nepresnosť je 1 mm a priemer trubice d posuvným meradlom, kde veľkosť najmenšieho dieliku je 0,1 mm, chybu teda beriem ako 0,05 mm. Hodnoty rozmerov trubíc sú v tabuľke T1.

T1: Rozmery trubíc

	priemer d [mm]					dĺžka l [cm]
trubica A	3,2	3,1	3,1	3,1	3,1	24,8
trubica B	3,6	4	3,8	3,8	3,9	25,0
trubica C	4,2	4,1	4,5	4,5	4,5	20,2

Postupne som prevádzkala meranie s každou trubicou.

Vždy som si najprv nastavila tok vody na určitú výšku vodného stĺpca h . Potom som stopkami odmerala čas, za ktorý pretiekol trubicou objem V , ktorý som určila pomocou odmerného valca. Keďže objemy boli rôzne, musela som použiť rôzne valce. Do tabuliek T2-T4 uvádzam spolu s nameranými hodnotami i chybu zmeraného objemu kvapaliny, ktorá pretiekla trubicami, beriem ju ako polovicu najmenšieho dielika odmerného valca. Za chybu času považujem 0,2 sekundy, keďže stopovanie času človekom je dosť nepresné. Chyba výšky h je polovica najmenšieho dielika stupnice, tj. 0,5 mm. Avšak pri prechode z laminárneho do turbulentného prúdenia je presnosť oveľa menšia- dochádzalo k výkyvom hodnôt, bez toho, aby sa zmenil prítok vody. Tieto hodnoty sú označené symbolom *.

Na základe tabuliek T2-T4 som zostavila grafy závislosti Q_v na tlaku (pričom Q_v sa rovná objemu kvapaliny, ktorá pretiekla trubicou za určitý čas a tlak som vypočítala na základe rovnice (1)). Smernica lineárnej priamky, ktorá by preložila namerané hodnoty v oblasti laminárneho prúdenia, by sa mala rovnať smernici teoretickej priamky, ktorú viem určiť na základe vzťahu (2). Rovnica priamky je uvedená v *grafoch 1-3*.

Metódou lineárnej regresie som vedela určiť koeficienty a , b , c , pre ktoré platí

$Q_v = a \cdot \Delta p$, $Q_v = b \cdot \Delta p$, $Q_v = c \cdot \Delta p$ a z tadiaľ viem určiť priemery trubic, podľa vzťahu (2).

Namerané hodnoty: $a = (1,64 \pm 0,03)10^{-3} \text{ mL} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$, $b = (6,8 \pm 0,4)10^{-3} \text{ mL} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$, $c = (2,2 \pm 0,1)10^{-2} \text{ mL} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$.

Teoretické hodnoty (vyplývajúce z rovnice (2)) sú optimalizované. Na zistenie presnejšieho polomeru trubic som použila doplnok Riešiteľ v tabuľkovom editore Excel.

Oprava polomerov pre trubice vyšla: $r_A = (1,01 \pm 0,03) \text{ mm}$, $r_B = (1,44 \pm 0,04) \text{ mm}$, $r_C = (1,83 \pm 0,09) \text{ mm}$, pričom ich chyba je daná chybou lineárnej regresie.

T2: trubica A

h [cm]	V [mL]	t [s]	Q_v [mL.s ⁻¹]	Δp [Pa]
22,6	33,0 ± 0,5	9,35	3,529	2211,5
21,9	29,0 ± 0,5	5,18	5,598	2143,0
19,4	29,0 ± 0,5	8,78	3,303	1898,4
18,8	30,0 ± 0,5	9,85	3,046	1839,7
17,5	13,0 ± 0,5	4,50	2,889	1712,5
16,3	13,0 ± 0,5	5,03	2,584	1595,0
15,2	20,0 ± 0,5	8,13	2,460	1487,4
14,5	19,0 ± 0,5	8,06	2,357	1418,9
13,0	25,0 ± 0,5	12,09	2,068	1272,1
11,8	21,0 ± 0,5	10,72	1,959	1154,7
10,4	17,0 ± 0,5	10,13	1,678	1017,7
8,5	18,0 ± 0,5	12,87	1,399	831,8
7,3	11,0 ± 0,5	9,00	1,222	714,3
6,4	10,0 ± 0,5	9,12	1,096	626,3
5,2	15,0 ± 0,5	19,56	0,767	508,8

4,3	13,0 ± 0,5	21,91	0,593	420,8
3,3	11,0 ± 0,5	24,18	0,455	322,9
2,1	11,0 ± 0,5	50,41	0,218	205,5
1,7	10,0 ± 0,5	56,25	0,178	166,4

T3: trubica B

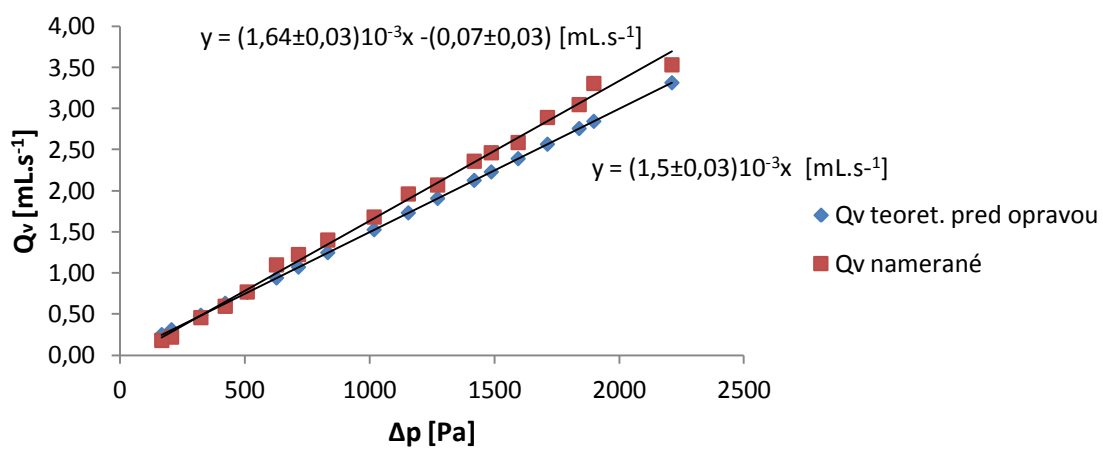
h [cm]	V [mL]	t [s]	Qv [mL.s ⁻¹]	Δp [Pa]
2,9	12,0 ± 0,5	9,47	1,267	286,67
3,9	25,0 ± 0,5	9,35	2,674	385,52
4,3	18,0 ± 0,5	5,91	3,046	425,06
5,1	27,0 ± 0,5	7,59	3,557	504,15
5,8	45,0 ± 0,5	11,32	3,975	573,34
6,4	34,0 ± 0,5	8,44	4,028	632,65
7,0	30,0 ± 0,5	6,25	4,800	691,97
7,5	36,0 ± 0,5	7,25	4,966	741,39
8,0	31,0 ± 0,5	5,85	5,299	790,82
8,8	40,0 ± 0,5	7,06	5,666	869,90
9,6	49,0 ± 0,5	7,94	6,171	948,98
11,0	102 ± 1	16,16	6,312	1087,37
15,0*	56 ± 1	8,59	6,519	1482,78
17,0*	52 ± 1	7,53	6,906	1680,49
18,5*	72 ± 1	10,63	6,773	1828,77
20,0*	82 ± 1	11,32	7,244	1977,05
21,0*	68 ± 1	9,75	6,974	2075,90
22,3	96 ± 1	13,32	7,207	2204,41
13,0	66 ± 1	8,68	7,604	1285,08

T4: trubica C

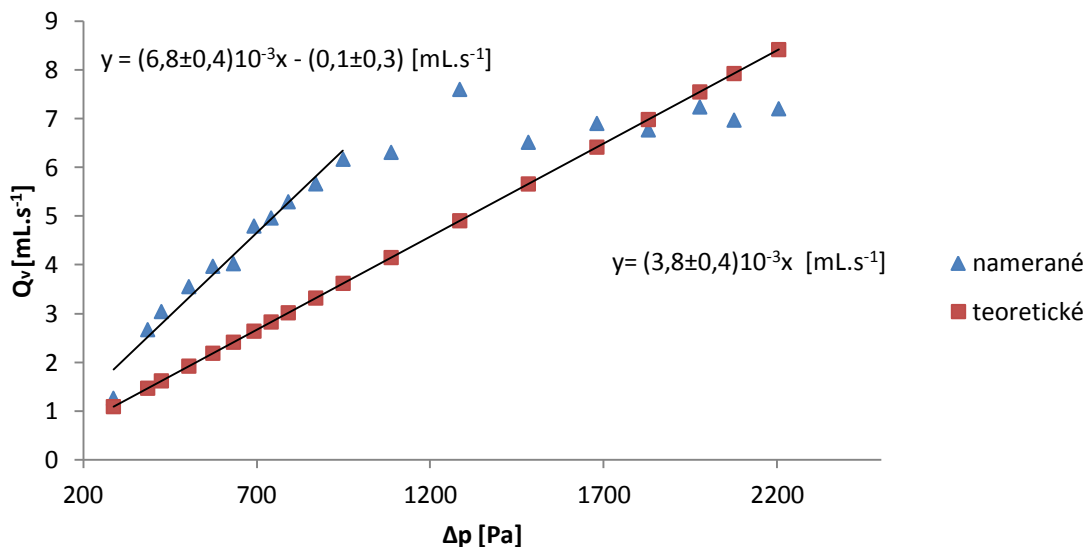
h [cm]	V [mL]	t [s]	Qv [mL.s ⁻¹]	Δp [Pa]
1,2	1,4 ± 0,1	29,16	0,048	118,62
1,8	68 ± 1	32,56	2,088	177,93
2,0	64 ± 1	23,59	2,713	197,70
2,1	48 ± 1	15,94	3,011	207,59
2,7	47 ± 1	11,25	4,178	266,90
3,3	80 ± 1	14,41	5,552	326,21
3,8	64 ± 1	10,28	6,226	375,64
4,0*	70 ± 1	10,85	6,452	395,41
4,6*	62 ± 1	8,82	7,029	454,72
5,5*	92 ± 1	12,63	7,284	543,69
6,9*	68 ± 1	6,13	11,093	682,08
8,1*	98 ± 1	10,97	8,933	800,70
10,0	76 ± 1	7,35	10,340	988,52
11,4	68 ± 1	6,13	11,093	1126,92
12,9	84 ± 1	7,03	11,949	1275,19
12,5	98 ± 1	8,78	11,162	1235,65

T5: Trubica A, teoretické a namerané hodnoty Qv	
Qv teoret. [mL · s ⁻¹]	Qv [mL · s ⁻¹]
3,3117	3,529
2,8428	3,303
2,7549	3,046
2,5644	2,889
2,3885	2,584
2,2273	2,460
2,1248	2,357
1,9050	2,068
1,7291	1,959
1,5240	1,678
1,2455	1,399
1,0697	1,222
0,9378	1,096
0,7620	0,767
0,6301	0,593
0,4836	0,455
0,3077	0,218
0,2491	0,178

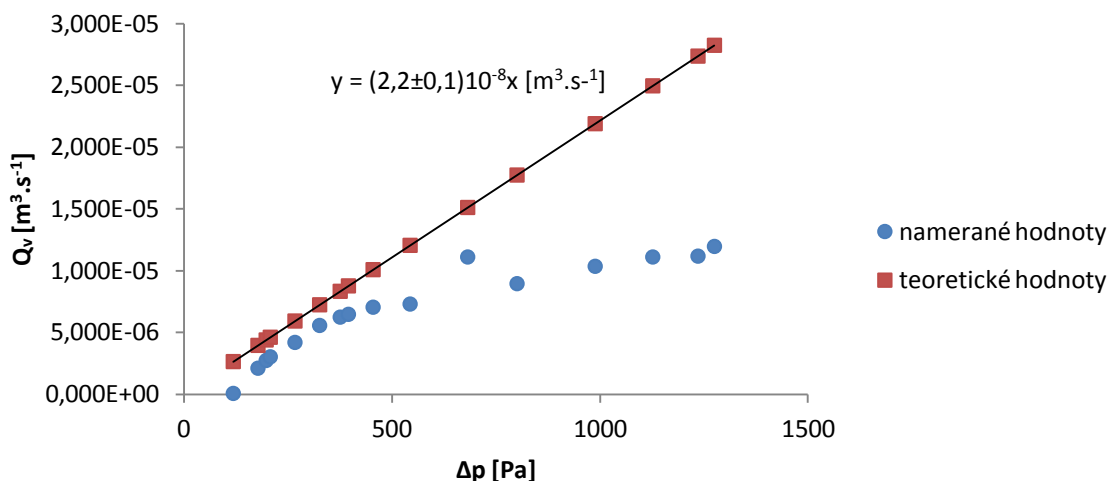
Graf1: trubica A



Graf2: Trubica B

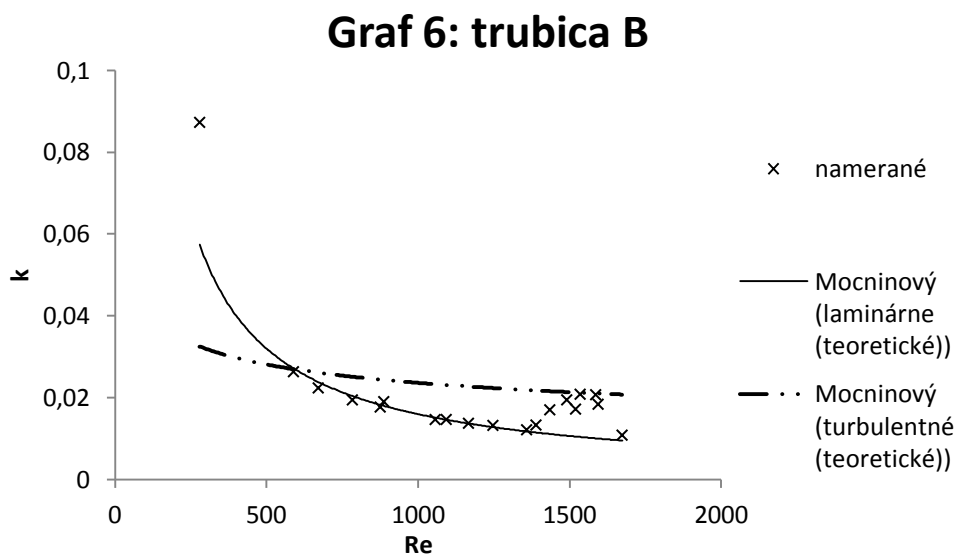
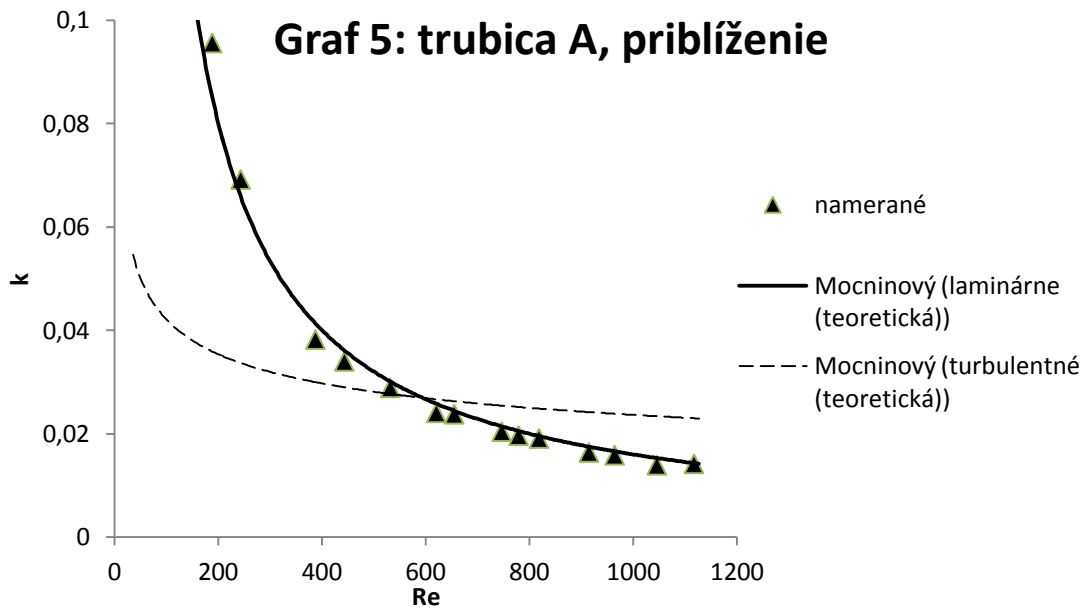
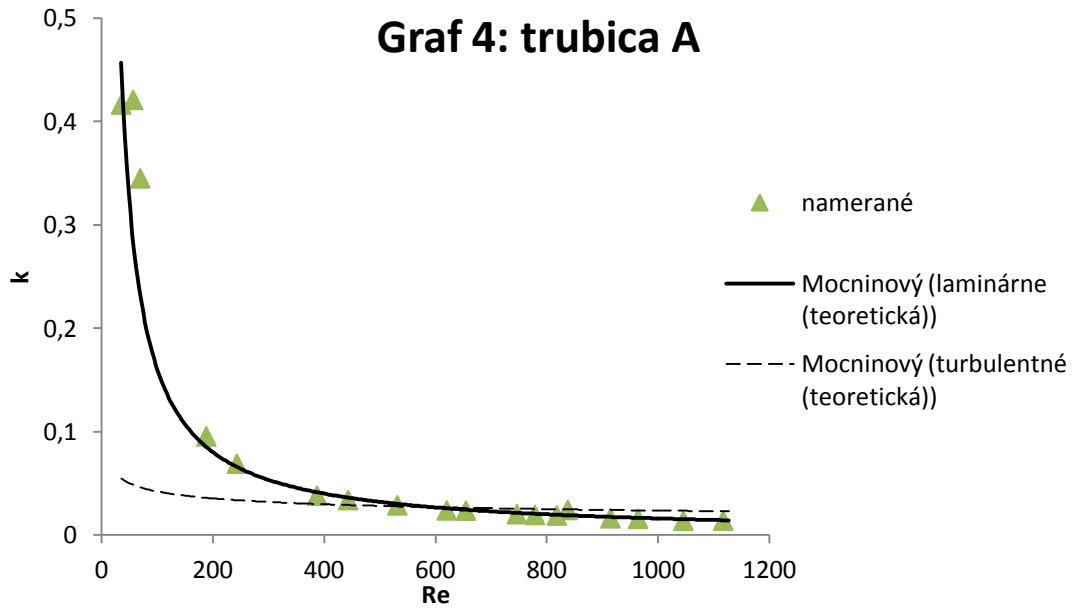


Graf 3: Trubica C

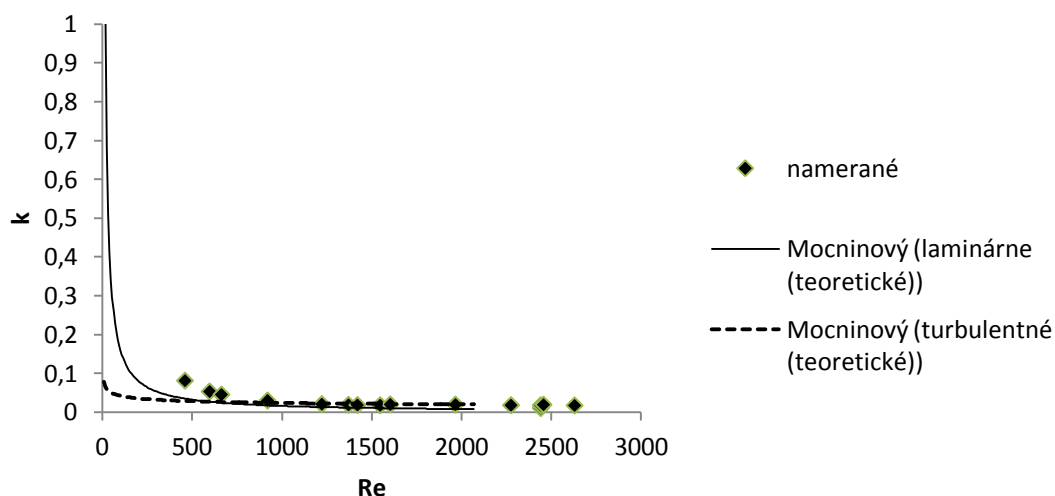


Reynoldsovo číslo a k

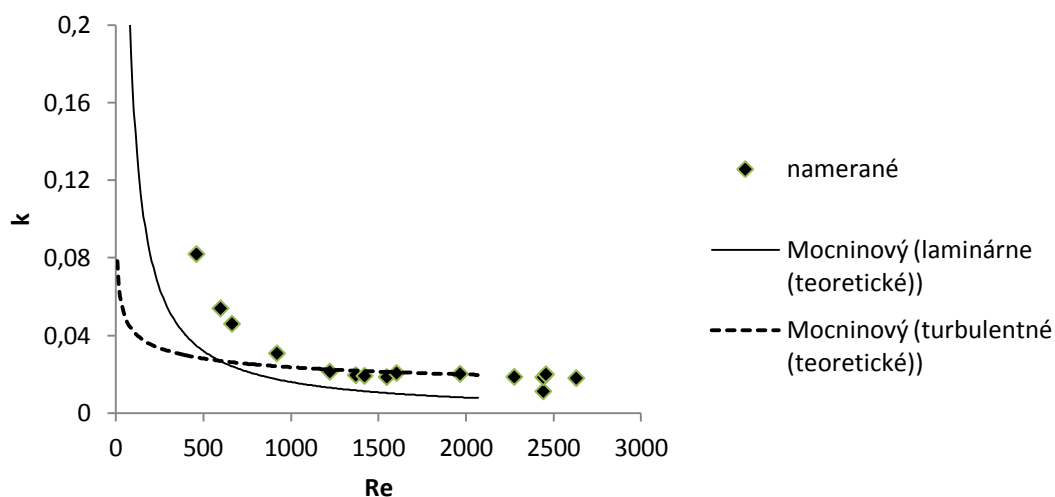
Zo vzťahu (5) som si vypočítala strednú rýchlosť v_s pre všetky tri trubice. Z rovníc (3) a (4) som vypočítala na základe zistených hodnôt pre strednú rýchlosť Re a k . V grafoch 4-5 je znázornená závislosť k na Re . V grafoch som tiež uviedla teoretickú krivku pre laminárne prúdenie, ktorú som vedela zostrojiť na základe hodnôt vypočítaných podľa vzťahu (6).



Graf 7: trubica C



Graf 8: trubica C, priblíženie



IV. Diskusia výsledkov

Chyba zmeraných priemerov trubíc bola pomerne veľká a nestačila mi na neskoršie výpočty.

Tento problém som však vedela vyriešiť pomocou doplnku Riešiteľ v tabuľkovom editore Excel som zistila presnejšie hodnoty polomerov trubíc, ktoré som následne použila pre výpočet Re a k.

Z grafov 4-8, kde sú nanosené teoretické hodnoty i hodnoty určené podľa nameraných hodnôt, vidno, že k výhradne laminárnemu prúdeniu došlo v trubici A, v ostatných dvoch nebolo prúdenie celý čas len laminárne, ale dostalo sa aj do prechodnej fázy a do turbulentného prúdenia.

V grafoch 6 a 7 vidím menšiu zhodu s teoretickými krivkami, je to pravdepodobne spôsobené i tým, že teoretická závislosť je len približná, skutočná závislosť je oveľa komplikovanejšia. [1]

K najväčším nepresnostiam merania určite prispelo meranie času, kde je pomerne veľká chyba merania.

Ďalším zdrojom nepresností je správanie sa kvapaliny v mieste, kde bola spojená trubica s manometrickou trubicou a tiež fakt, že v oblasti prechodu prúdenia z laminárneho na turbulentné výška vodného stĺpca kolísala a neustálila sa na jednej hodnote, takže sú tieto hodnoty len približné.

V. Záver

Zistené spresnené polomery trubíc sú $r_A = (1,01 \pm 0,03)mm$,
 $r_B = (1,44 \pm 0,04)mm$, $r_C = (1,83 \pm 0,09)mm$.

Závislosť Re na k je znázornená v *grafoch 4-8*.

VI. Zoznam použitej literatúry

[1] Webové stránky Základní fyzikální praktikum,
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_103.pdf

[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky SNTL, Praha 1980