

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM I

Úloha č.III

Název: Studium proudění viskózní kapaliny trubicemi kruhového průřezu

Pracovala: Jana Ringelová stud. skup. F/1-Y/15 dne 5.5.2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval:..... dne výsledek klasifikace

Připomínky:

Pracovní úkoly

1. Pro tři vodorovné trubice s různými poloměry kruhového průřezu, které jsou opatřeny manometry, naměřte závislost objemového průtoku Q_V na úbytku statického tlaku Δp na vyšetřované délce trubice l ve směru proudění.
2. Sestrojte grafy závislosti $Q_V = Q_V(p)$. Do grafu také zakreslete teoretické křivky této závislosti plynoucí z Poiseuillovy rovnice.
3. Sestrojte graf závislosti $k = k(\Re)$, kde k je součinitel odporu trubice a \Re je Reynoldsovo číslo.

Teorie

Úbytek statického tlaku Δp na délce l je úměrný výšce h vodního sloupce v manometrické trubici

$$\Delta p = h\rho g, \quad (1)$$

kde ρ je hustota kapaliny a g je místní tíhové zrychlení. Přetlak Δp závisí na rychlosti proudění. Kapalina z trubice vytéká do odměrného válce, ve kterém se měří objem kapaliny V přitekly za daný časový interval t . Měření se provádí na třech trubicích různého poloměru r . Při střední rychlosti v_s proudění v trubici, při které Reynoldsovo číslo (podle [1])

$$\Re = \frac{r\rho v_s}{\eta} \quad (2)$$

má hodnotu menší, než je jeho kritická hodnota (přibližně 2000), je proudění laminární. V rovnici (2) je ρ hustota a η dynamická viskozita proudící kapaliny. Objemový průtok $Q_V = \frac{V}{t}$ je při laminárním proudění dán Poisseuilovou rovnicí

$$Q_V = \frac{\pi r^4}{8\eta l} \Delta p. \quad (3)$$

Zavedeme-li součinitel odporu trubice k , můžeme úbytek statického tlaku na délce trubice l vyjádřit vztahem

$$\Delta p = k \cdot \frac{l}{r} \cdot \frac{1}{2} \rho v_s^2, \quad (4)$$

kde v_s je střední rychlost v průřezu proudové trubice. Pro objemový průtok platí

$$Q_V = \pi r^2 v_s. \quad (5)$$

Pro laminární proudění pak z rovnic (2) až (5) dostaneme teoretickou závislost součinitele odporu na rychlosti proudění ve tvaru

$$k = \frac{16}{\Re}. \quad (6)$$

Naměřené hodnoty

Měřená voda měla teplotu 26,5°C. Této teplotě podle [2] odpovídá hustota

$$\rho = 996,68 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

a podle [4] dynamická viskozita

$$\eta = 0,825 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}.$$

Charakteristické rozměry trubic

trubice 1

$$2r_1 = (3,6 \pm 0,1) \text{ mm}, \quad l_1 = (197 \pm 1) \text{ mm},$$

trubice 2

$$2r_2 = (2,2 \pm 0,1) \text{ mm}, \quad l_2 = (250 \pm 1) \text{ mm},$$

V [ml]	s_V [ml]	t [s]	h [mm]	s_h [mm]	Δp [Pa]	$s_{\Delta p}$ [Pa]	Q_V [ml · s ⁻¹]	s_{Q_V} [ml · s ⁻¹]	k	S_k	\Re	s_{\Re}
4.6	0.2	4.8	14	0.5	137	5	1.0	0.1	0.283	0.111	198	26
3.7	0.2	1.4	17	0.5	166	5	2.6	0.7	0.045	0.032	547	162
22	2	8	20	0.5	196	5	2.8	0.4	0.049	0.021	569	89
42	2	10.4	28	0.5	274	5	4.0	0.3	0.032	0.010	835	87
27	2	6	30	0.5	293	5	4.5	0.6	0.028	0.011	931	141
41	2	8.5	33	0.5	323	5	4.8	0.4	0.026	0.009	998	112
46	2	7.8	45	5	440	49	5.9	0.5	0.024	0.010	1220	134
46	2	7	70.5	1.5	689	15	6.6	0.6	0.030	0.010	1359	155
80	4	10.5	91	1	890	10	7.6	0.6	0.029	0.009	1576	168
86	4	10.1	112.5	1.5	1100	15	8.5	0.6	0.029	0.009	1761	183
74	4	8.7	114	1	1115	10	8.5	0.8	0.029	0.010	1760	205
85	4	9.7	119.5	0.5	1168	5	8.8	0.7	0.029	0.009	1813	192

Tabulka 1: Trubice 1 – naměřené hodnoty h , V a t a z nich vypočtené p , Q_V , k a \Re .

V [ml]	s_V [ml]	t [s]	h [mm]	s_h [mm]	Δp [Pa]	$s_{\Delta p}$ [Pa]	Q_V [ml · s ⁻¹]	s_{Q_V} [ml · s ⁻¹]	k	S_k	\Re	s_{\Re}
4.3	0.2	5.6	35	0.5	342	5	0.8	0.1	0.171	0.070	220	30
4.4	0.2	3.7	57	0.5	557	5	1.2	0.2	0.116	0.053	341	56
19	2	10.6	84	0.5	821	5	1.8	0.2	0.075	0.035	513	88
30	2	13.6	103	0.5	1007	5	2.2	0.2	0.061	0.023	632	80
31	2	12.3	114	0.5	1115	5	2.5	0.2	0.052	0.020	722	92
34	2	11.7	133	0.5	1300	5	2.9	0.2	0.045	0.017	832	102
28	2	9.4	142	0.5	1388	5	3.0	0.3	0.046	0.019	853	121
37	2	11.9	162.5	2.5	1589	24	3.1	0.2	0.048	0.018	891	105
34	2	10.5	171.5	3.5	1677	34	3.2	0.3	0.047	0.018	927	117
56	4	17.1	177.5	2.5	1735	24	3.3	0.3	0.048	0.018	938	120
68	4	20.1	195	5	1907	49	3.4	0.3	0.049	0.018	969	109
69	4	20.3	201.5	1.5	1970	15	3.4	0.2	0.05	0.018	974	108
76	4	22	211	1	2063	10	3.5	0.2	0.051	0.017	989	104

Tabulka 2: Trubice 2 – naměřené hodnoty h , V a t a z nich vypočtené p , Q_V , k a \Re .

V [ml]	s_V [ml]	t [s]	h [mm]	s_h [mm]	Δp [Pa]	$s_{\Delta p}$ [Pa]	Q_V [ml · s ⁻¹]	s_{Q_V} [ml · s ⁻¹]	k	S_k	\Re	s_{\Re}
15	2	5.7	43	0.5	420	5	2.6	0.5	0.018	0.010	754	169
38	2	12.6	49	0.5	479	5	3.0	0.2	0.015	0.006	864	99
25	2	8.6	46	0.5	450	5	2.9	0.3	0.016	0.007	833	128
34	2	10.2	56	0.5	548	5	3.3	0.3	0.014	0.006	955	121
42	2	9.3	71	0.5	694	5	4.5	0.4	0.01	0.004	1294	153
38	4	7	85.5	0.5	836	5	5.4	0.8	0.008	0.004	1555	290
94	4	17.7	98	8	958	78	5.3	0.3	0.01	0.004	1521	149
96	4	15.2	118	8	1154	78	6.3	0.4	0.009	0.003	1809	181
109	4	15.6	178	8	1740	78	7.0	0.4	0.01	0.004	2001	189
85	4	12.1	195	5	1907	49	7.0	0.5	0.011	0.004	2012	222
88	4	12.1	222	1	2171	10	7.3	0.5	0.012	0.004	2083	226
82	4	10.5	231.5	0.5	2263	5	7.8	0.6	0.011	0.004	2237	259

Tabulka 3: Trubice 3 – naměřené hodnoty h , V a t a z nich vypočtené p , Q_V , k a \Re .

trubice 3

$$2r_3 = (2,8 \pm 0,1)\text{mm}, \quad l_3 = (250 \pm 1)\text{mm}.$$

Naměřené hodnoty h , V a t jsou uvedeny v tabulkách 1 až 3. Chybu s_h jsem odhadovala podle toho, jak hodně hladina kmitala, plus 0,5 mm. Chybu s_V odhaduji v závislosti na použitém odměrném válci. chyba s_t je dána jednak omezenou přesností stopek a jednak reakční dobou. Dohromady ji odhaduji

$$s_t = 0,3s.$$

Přetlak Δp určuji ze vztahu (1), $s_p = s_h \rho g$. Pro chyby dalších veličin uvedených v tabulkách 1 až 3 jsem použila následující vztahy vycházející z lineárního zákona hromadění chyb:

$$\delta Q_V = \delta V + \delta t,$$

$$\delta k = 5\delta r + \delta p + \delta l + \delta Q_V,$$

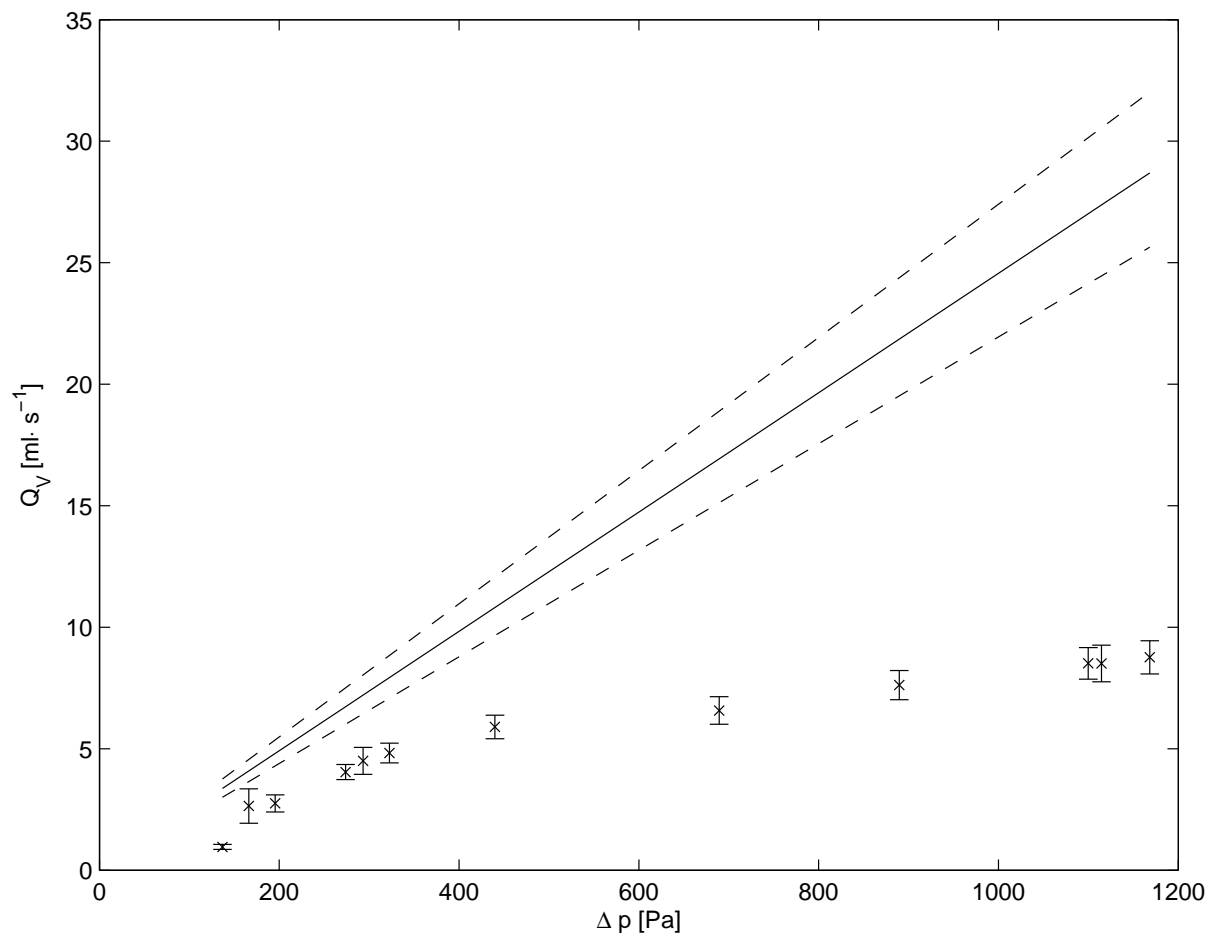
$$\delta \Re = \delta Q_V + \delta r.$$

Závislost $Q_V(\Delta p)$ jsem vynesla do grafů na obrázcích 1 až 3. V grafech je rovněž vynesena teoretická závislost daná vztahem (3). Tento výtah však obsahuje veličinu r , kterou jsem určila s poměrně velkou chybou. V grafech jsem proto vyznačila čárkovanými čarami i přímkou popisující případ, kdy r dosahuje své maximální a minimální hodnoty v rámci své chyby.

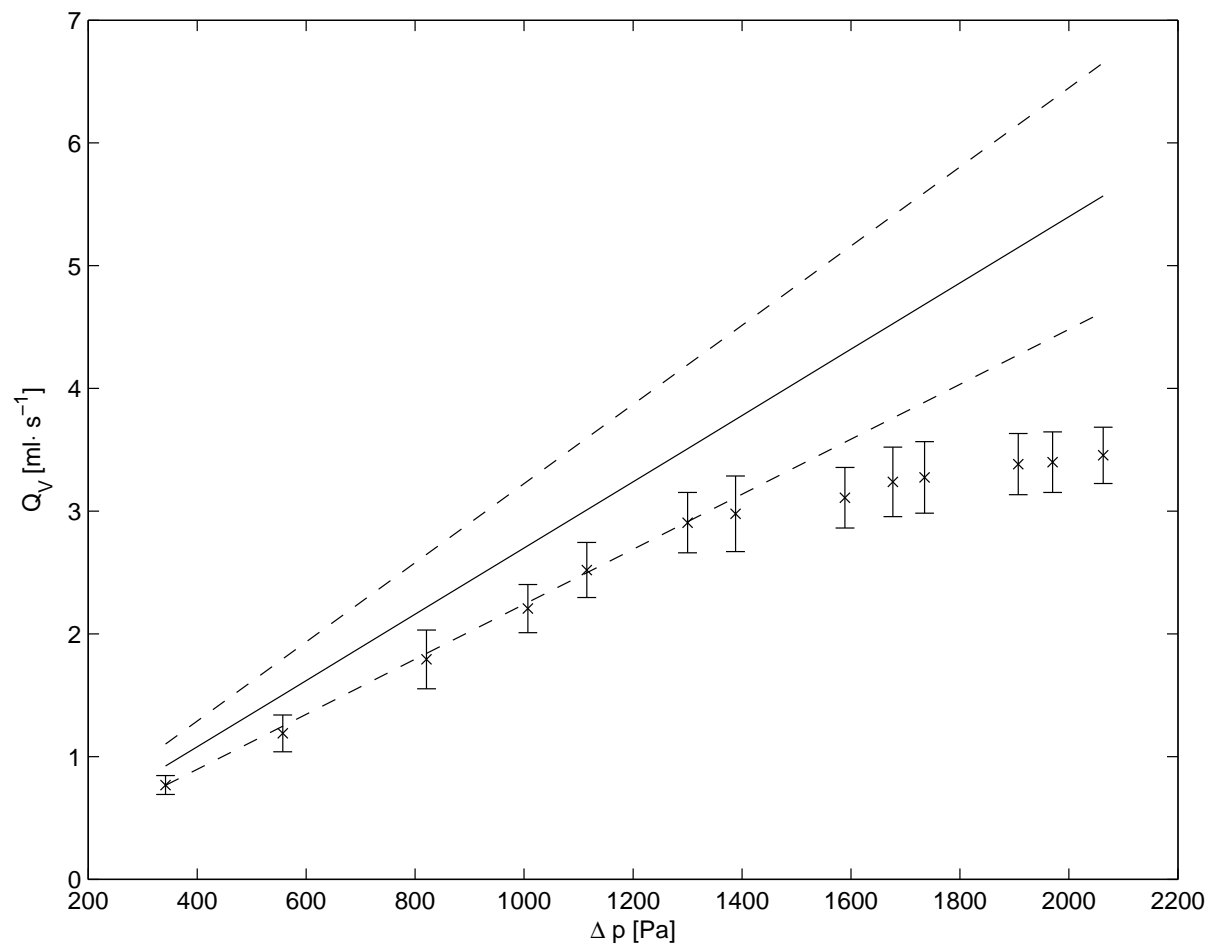
V dalších třech grafech jsou zachyceny závislosti $k(\Re)$ prostřednictvím naměřených hodnot z tabulek 1 až 3 a teoretické křivky dané vztahem (6).

Diskuse

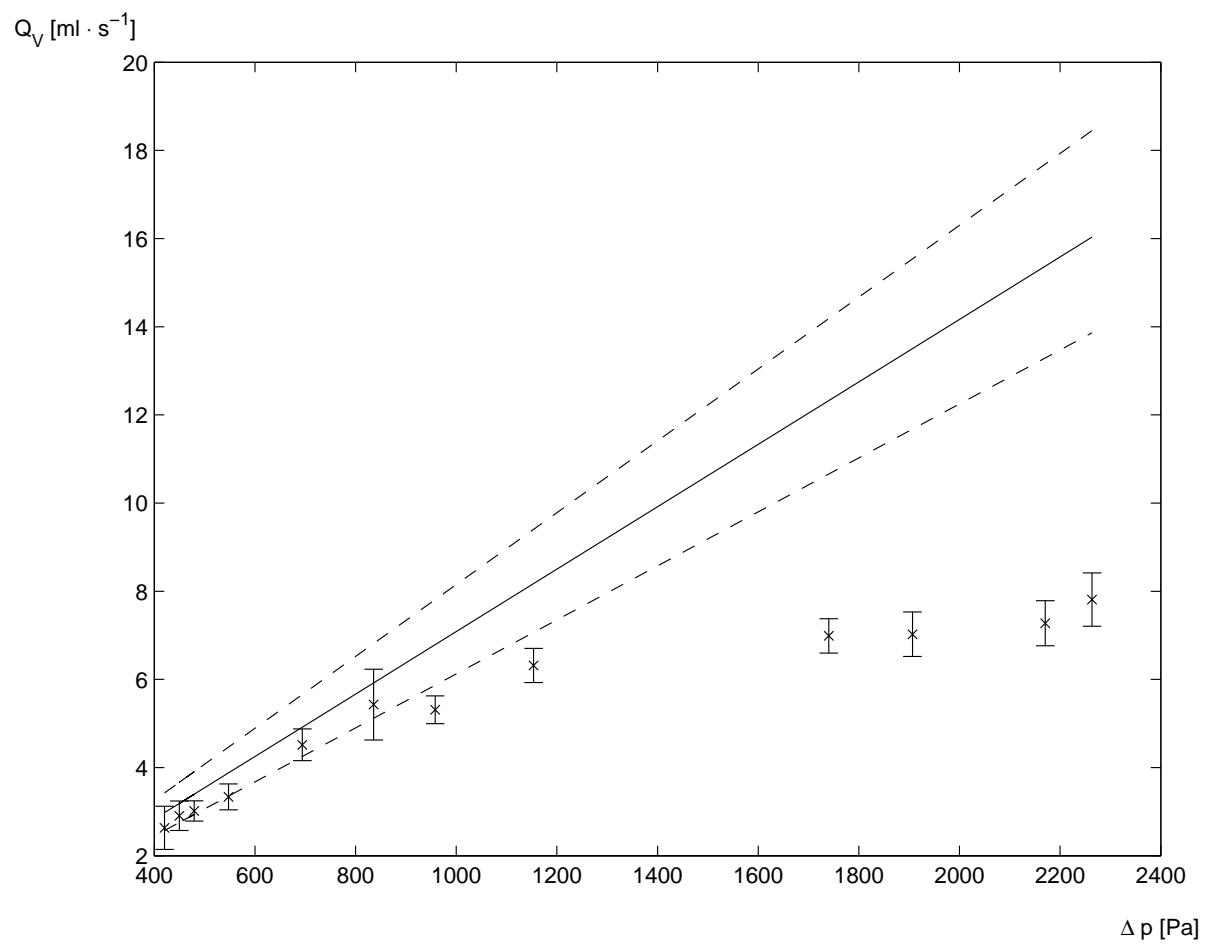
V grafech na obrázcích 1 až 3 se naměřené hodnoty shodují s teoretickou závislostí pouze ze začátku, kdy se dá proudění považovat za laminární. Teoretická závislost je zatížena velkou chybou, neboť v ní vystupuje poloměr trubice ve čtvrté mocnině. chybu objemového průtoku jsem se snažila eliminovat tím, že jsem jímala větší množství kapaliny. Hodnoty



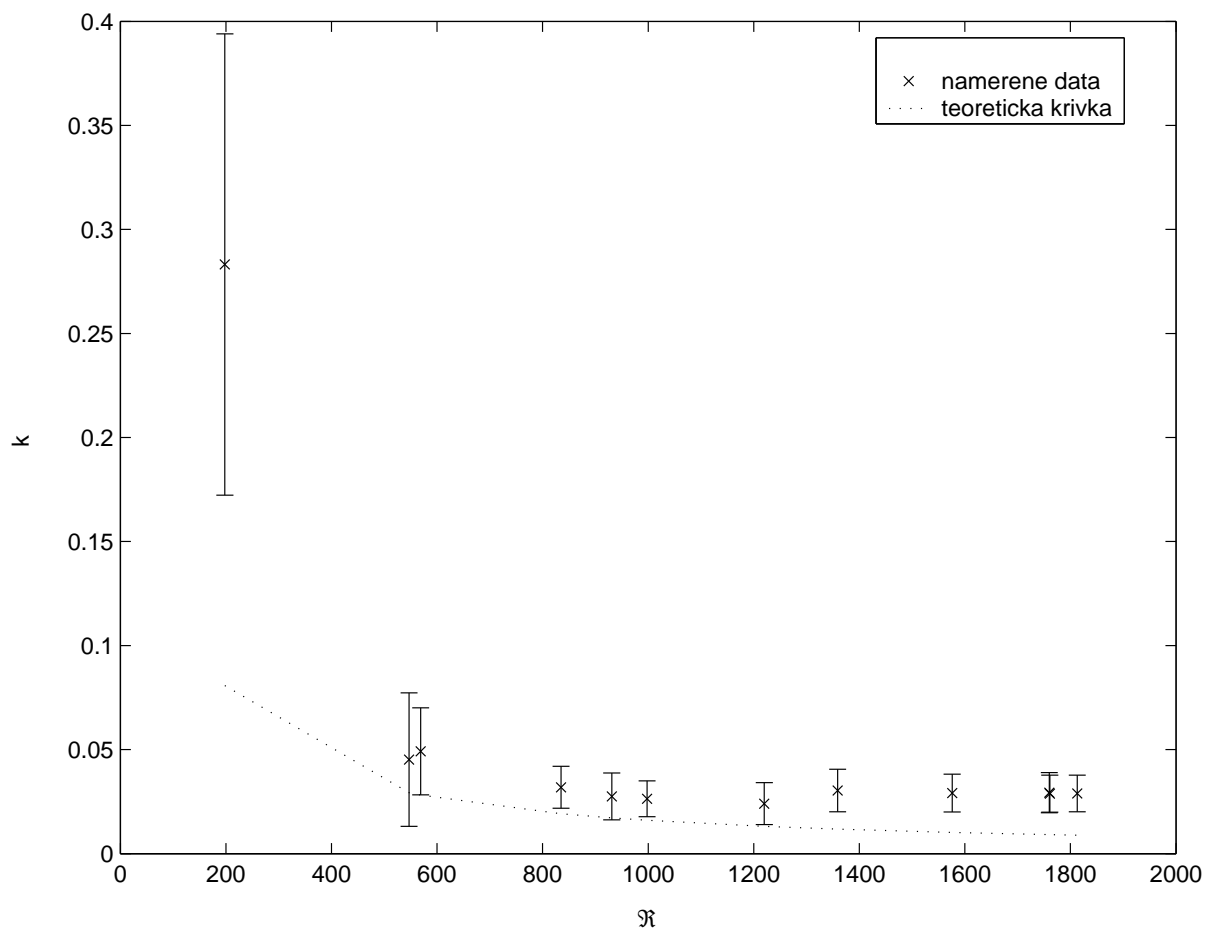
Obrázek 1: Trubice1 – závislost objemového průtoku Q_V na úbytku statického tlaku p



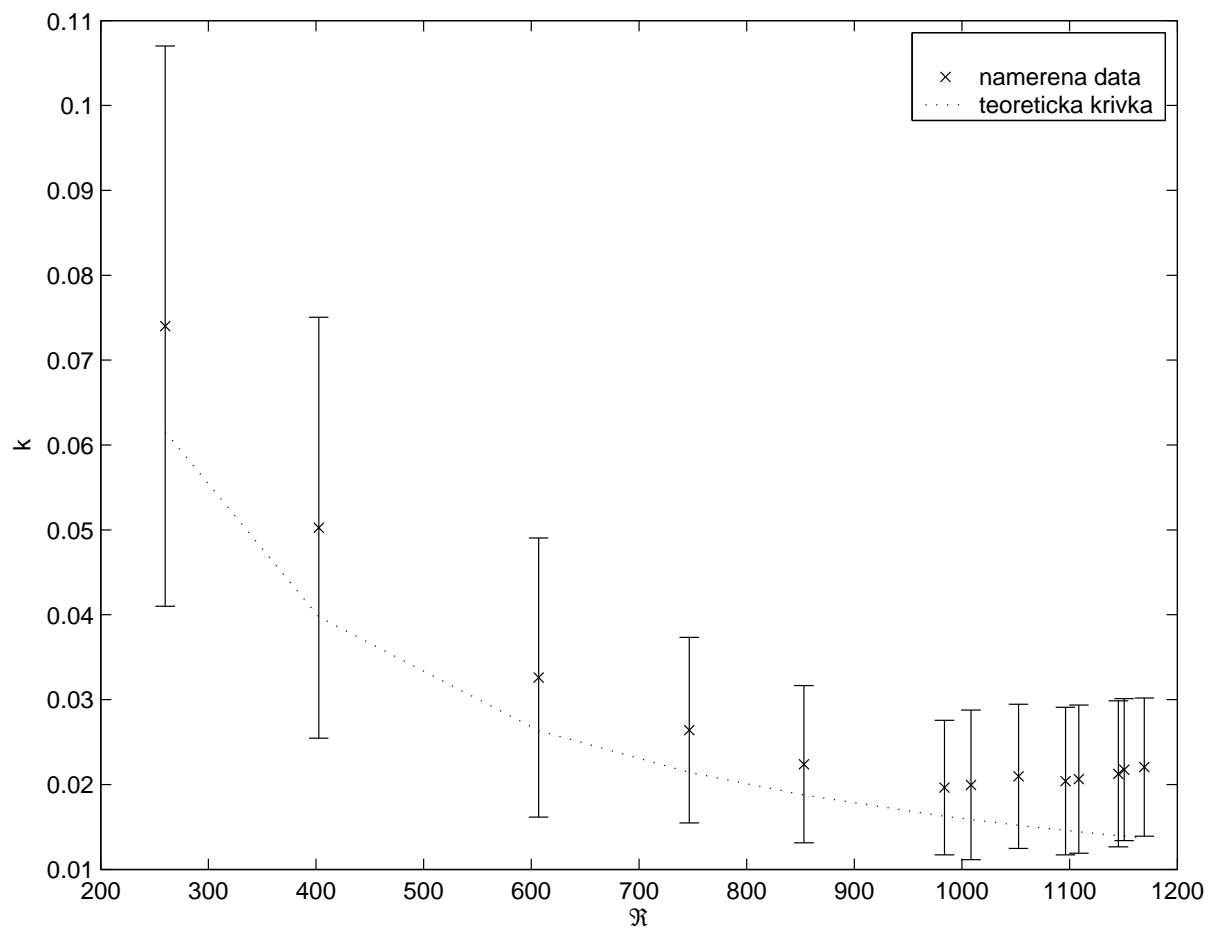
Obrázek 2: Trubice2 – závislost objemového průtoku Q_V na úbytku statického tlaku p



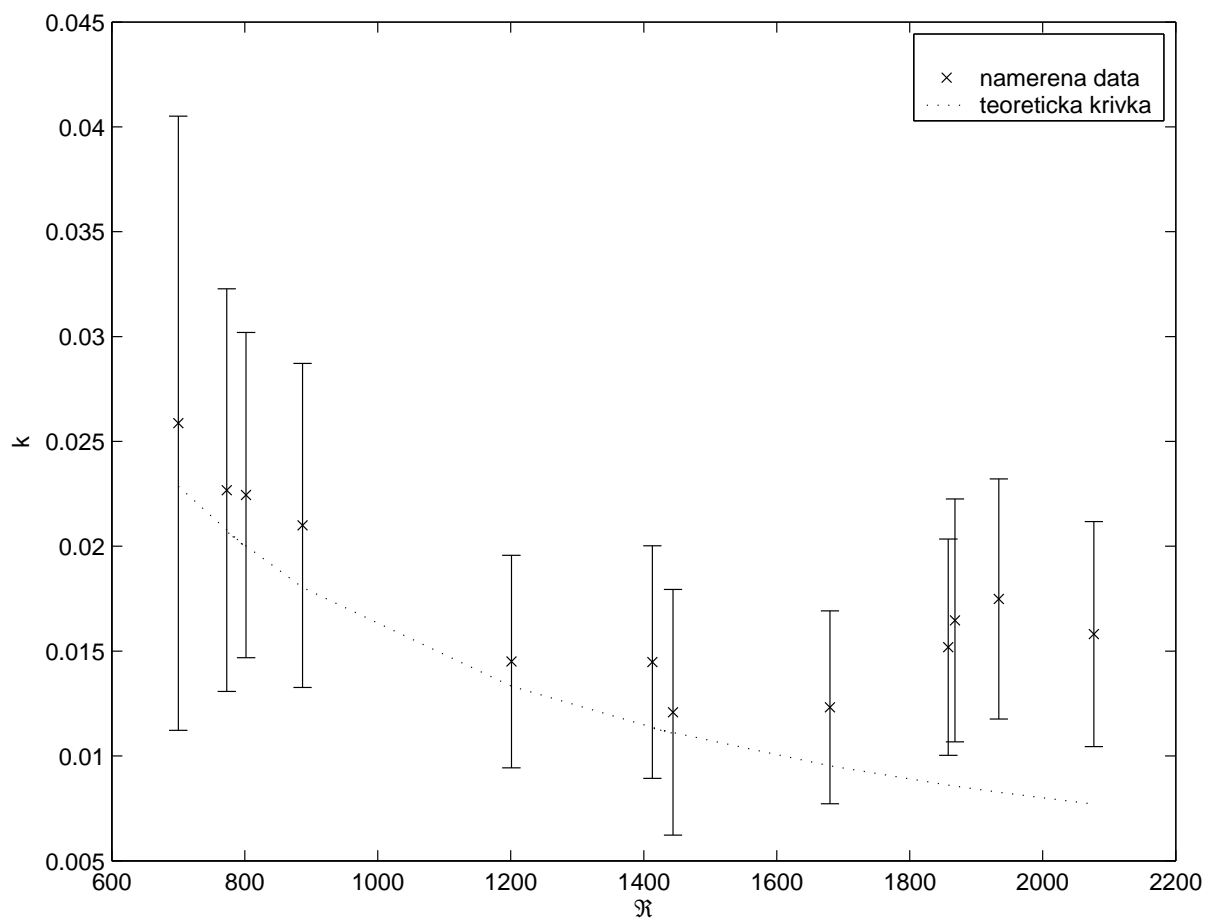
Obrázek 3: Trubice3 – závislost objemového průtoku Q_V na úbytku statického tlaku p



Obrázek 4: Trubice1 – závislost součinitele k odporu trubice na Reynoldsově čísle Re .



Obrázek 5: Trubice2 – závislost součinitele k odporu trubice na Reynoldsově čísle Re .



Obrázek 6: Trubice3 – závislost součinitele k odporu trubice na Reynoldsově čísle Re .

úbytku statického tlaku jsou nejvíce znehodnoceny kolísáním hladiny a kapilární elevací. Naměřené hodnoty závislosti $k(\mathfrak{R})$ se v grafech také v rámci chyby shodují s teoretickou předpovědí. Chybu k způsobila opět zejména chyba poloměru trubice, neboť poloměr je ve vzorci pro k v páté mocnině.

Reference

- [1] Studijní text k Fyzikálnímu praktiku I, Úloha XII
<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt103.htm>
- [2] Water Density Calculator
<http://www.csgnetwork.com/h2odenscalc.html>
- [3] J. English, prezentace k semináři Úvod do praktické fyziky
<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/mereni.zip>
- [4] Physical characteristics of water
<http://www.thermexcel.com/english/tables/eau-atm.htm>