

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM I.
PRO OBOR OBECNÁ FYZIKA

II. Štúdium harmonických kmitov mechanického oscilátora

Autor:
Samuel Kočiřčák

10. marca 2016

Obsah

1 Pracovné úlohy	2
2 Teoretická časť	2
2.1 Lineárna pružina	2
2.2 Harmonický kmit	2
2.3 Mechanický oscilátor	3
2.4 Tiažové zrýchlenie	3
2.5 Meranie predĺženia - statická metóda	3
2.6 Meranie periódy kmitu - dynamická metóda	4
3 Výsledky merania	5
3.1 Statická metóda	5
3.2 Dynamická metóda	7
3.3 Určovanie tiažového zrýchlenia	9
3.4 Závislosť ω na parametroch pružiny	9
4 Diskusia výsledkov	12
5 Záver	12
6 Zoznam použitej literatúry	13

1 Pracovné úlohy

1. Zmerajte tuhosť k piatich pružín statickou metódou.
2. Zostrojte graf závislosti predĺženia pružiny na pôsobiacej sile $y = y(F)$.
3. Zmerajte tuhosť k piatich pružín dynamickou metódou.
4. Z doby kmitu telesa známej hmotnosti a výchylky pružiny po zavesení tohto telesa určte miestne tiažové zrýchlenie g .
5. Zostrojte grafy závislostí:
 - (a) $\omega = f(\sqrt{k})$
 - (b) $\omega = f(\sqrt{\frac{1}{m}})$
6. Pri spracovaní použite lineárnu regresiu.

2 Teoretická časť

2.1 Lineárna pružina

Lineárna pružina je pružina, pre ktorú^[St] platí, že sila F_D potrebná na jej predĺženie o y závisí na tuhosti pružiny k podľa vzťahu

$$F_D = ky, \quad (1)$$

Lineárna pružina je dobré priblíženie použitých laboratórnych pružín, ako ostatne ukázalo meranie. Na teleso zavesené na pružine pôsobí táto pružina silou $-F_D$. Ak je sústava v rovnováhe, tak nutne platí vzťah

$$F_D = mg, \quad (2)$$

kde m je hmotnosť telesa a g je miestne tiažové zrýchlenie. Spojením vzťahov 1 a 2 a z linearitu pružiny možno písať

$$k = g \frac{\Delta m}{\Delta l}, \quad (3)$$

kde Δl je zmena predĺženia pružiny pri zmene zaťaženia pružiny Δm .

2.2 Harmonický kmit

Harmonický kmit je periodický pohyb okolo rovnovážnej polohy, ktorý vzniká^[Zfm1] pôsobením sily F na vychýlené teleso, pričom veľkosť tejto sily je priamo úmerná výchylke Δl a má opačný smer, než táto výchylka. Harmonické kmity možno charakterizovať predovšetkým periódou kmitu T a uhlovou frekvenciou ω , medzi ktorými platí^[St] vzťah

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (4)$$

2.3 Mechanický oscilátor

Pre uhlovú frekvenciu mechanického oscilátora tvoreného lineárnou pružinou tuhosti k a hmotnosti m_p , na konci ktorej je upevnené závažie hmotnosti m a ktorej opačný koniec je pevne prichytený k podložke platí^[Zfm1] v priblížení $m_p \ll m$ vzťah

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (5)$$

Priamym meraním možno jednoducho zistiť periódu kmitu oscilátora T a použitím vzťahov (4) a (5) možno odvodiť vzťah medzi periódou T a charakteristikou mechanického oscilátora

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{k}{m}, \quad (6)$$

z čoho je zrejmé, že ak poznáme hmotnosť závažia m alebo tuhosť pružiny k , môžeme pomocou periódy T vypočítať druhý z týchto parametrov.

2.4 Tiažové zrýchlenie

Ak poznáme výchylku vertikálnej lineárnej pružiny v tiažovom poli spôsobenú pridaním závažia hmotnosti m (pričom hodnotu tejto hmotnosti nemusíme ani poznať) a uhlovú frekvenciu ω oscilátora (zostaveného ako v stati 2.3) z tejto pružiny tuhosti k (ktorej hodnotu opäť vôbec nemusíme poznať), vieme^[Zfm1] použitím vzťahov (1), (2) a (5) vypočítať veľkosť miestneho tiažového zrýchlenia \mathbf{g} ako

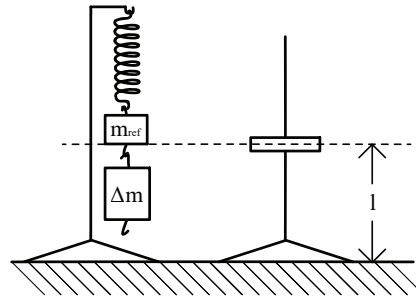
$$\mathbf{g} = \omega^2 \mathbf{y}, \quad (7)$$

pričom v našich výpočtoch sa za dobre splneného predpokladu, že merané predĺženie \mathbf{y} bolo v smere tiažového zrýchlenia \mathbf{g} obmedzíme na výpočet veľkosti a rovnicu budeme používať v skalárnom tvare. Ak teda vyjadríme g pomocou T (priamo meraná veličina), vzťah bude vyzeráť takto:

$$g = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{T^2}, \quad (8)$$

2.5 Meranie predĺženia - statická metóda

Pri meraní sme použili 5 pružín, ktoré pre účely merania označme ako A, B, C, D, E . Pružinu sme zavesili na stojan položený na stole a na jej voľný koniec sme zavesili referenčné závažie hmotnosti m_{ref} , pod ktoré sme zavesil závažie známej hmotnosti Δm . Katetometrom^[Zfm2] položeným na tom istom stole vo vzdialenosti zhruba 2 metre sme merali vzdialenosť dolnej hrany referenčného závažia l , postupne pre 5 rôznych hmotností Δm a bez druhého závažia (l iba s referenčným závažím označme l_{ref}). Referenčné závažie nám jednak dáva nemenný námerný bod, na ktorý sa môžeme pri meraní katetometrom zamerať (pretože závažia rôznych hmotností mali rôzne rozmery a zameriavať sa na háčik pružiny je nepresné, keďže ním pri výmene závaží hýbeme a mohli by sme zmeniť jeho tvar) a jednak nám zaistí linearitu pružiny.

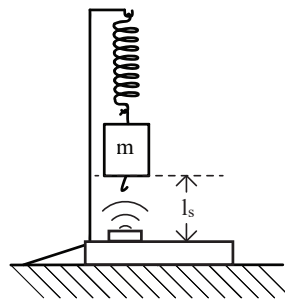


Obr. 1: Statická metóda

Niektoré pružiny môžu mať pokojovú dĺžku menšiu, ako je ich fyzická dĺžka a pri ťahovaní pružiny treba najskôr prekonať počiatočný odpor, kým sa vôbec začnú predlžovať, nesprávajú sa teda lineárne ale afínne. Tomu sme predišli, keďže pružina bola už pri efektívne nulovom zaťažení (referenčnom) natiahnutá. Celú aparatúru vidno na obr. 1. Katetometer dokonca ani nemusí byť skalibrovaný aby meral presne výšku od roviny stola, keďže vo všetkých meraniach potrebujeme iba zmenu výšky nad stolom. Pomocou vzťahu 3 následne určíme tuhosť pružiny.

2.6 Meranie periódy kmitu - dynamická metóda

Pri meraní periódy kmitu sme použili tých istých 5 pružín A, B, C, D, E . Zavesili sme ich na ten istý stojan, tentokrát bez pridaného referenčného závažia - už nebolo potrebné, pretože pri tomto meraní nezáležalo presne na polohe závažia, iba na jej zmene v čase a linearita pružiny bola zabezpečená samotným meraným závažím. Pod pružinu so závažím hmotnosti m sme umiestnili senzor *Vernier Go!Motion*, ktorý snímал vzdialenosť závažia od stola, ako znázorňuje obrázok 2. Z dát formátu $l_s = f(t)$ sme odčítali čas trvania desiatich periód, z čoho vieme následne podľa vzťahu 6 určiť tuhosť pružiny.



Obr. 2: Dynamická metóda

3 Výsledky merania

Meranie sa uskutočnilo v laboratóriu praktika I. dňa 3. marca 2016, pri teplote vzduchu v laboratóriu $t = (25,2 \pm 0,1)^\circ\text{C}$.

Závažia použité pri meraní mali vysokú presnosť (na bezpečne viac ako 3 platné miesta), teda chyba spôsobená ich nepresnosťou je oveľa nižšia ako chyba spôsobená nepresnosťou merania výšky katetometrom, resp. senzorom Vernier Go!Motion, teda ich nepresnosť vôbec nie je potrebné uvažovať.

3.1 Statická metóda

V tabuľke 1 vidno absolútne predĺženie $\Delta l = l_{ref} - l$ pružiny po pridaní závaží hmotnosti Δm . Referenčné závažie m_{ref} malo pri pružinách A, C, E hmotnosť 100g, pri pružinách B, D hmotnosť 20g.

Tabuľka 1: Statické predĺženie - dáta

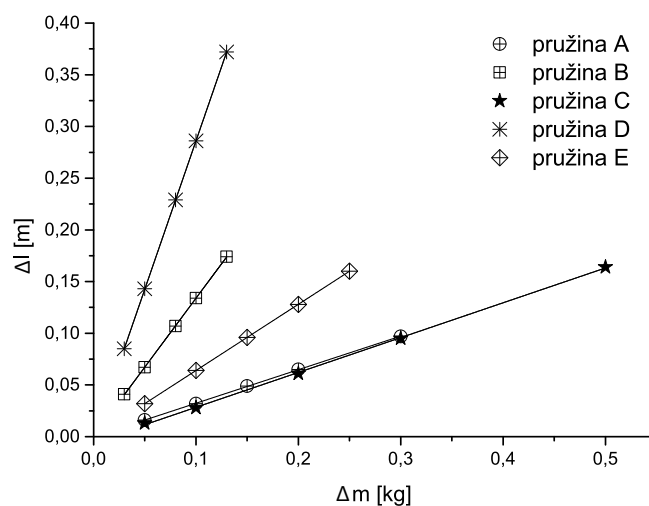
Δm [g]	Δl [m]				
	pružina A	pružina B	pružina C	pružina D	pružina E
30	-	0,041	-	0,085	-
50	0,016	0,016	0,013	0,143	0,032
80	-	0,107	-	0,229	-
100	0,032	0,134	0,028	0,286	0,064
130	-	0,174	-	0,372	-
150	0,049	-	-	-	0,096
200	0,065	-	0,061	-	0,128
250	-	-	-	-	0,160
300	0,097	-	0,095	-	-
500	-	-	0,164	-	-

Opakované meranie ukazovalo s presnosťou na milimetre bezpečne rovnaké čísla, teda nemalo zmysel opakovať toto meranie l pre jednotlivé Δm . Netrúfam si tvrdiť, že by sme merali s presnosťou vyššou ako 1mm, v zhode s pokynmi [St]. Ako sme spomenuli vyššie - závažia sú veľmi precízne - a teda jediná chyba, ktorou sú dáta zaťažené je odchýlka ± 1 mm. Dátami jednotlivých pružín sme preložili priamku $y = ax + b$, potom tuhosť vypočítame ako $k = \frac{g}{a}$, tuhosť a jej absolútnu a relatívnu nepresnosť vidno v tabuľke 2 (chybu sme preniesli podľa [Ču]). Vo výpočte sme použili $g = 9,814 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$, čo je približná hodnota tiažového zrýchlenia v Prahe. Keďže sme prekladali priamkou nie nutne prechádzajúcou počiatkom, rozhodli sme sa uviesť aj koeficient b , aby sme ukázali, že tieto priamky naozaj počiatkom prechádzajú (pri pružine C treba byť opatrný, 5mm je len o jeden rád menej, ako jej rozmery, vrátime sa k nej v diskusii), aj keď to od nich nepožadujeme a teda pružiny sa naozaj správali lineárne.

Tabuľka 2: Statické predĺženie - lineárna regresia

	pr. A	pr. B	pr. C	pr. D	pr. E
tuhosť [$\frac{N}{m}$]	30,2	7,37	29,1	3,42	15,3
nep. tuhosti [$\frac{N}{m}$]	0,2	0,03	0,3	0,01	0,1
nep. tuhosti [1%]	0,6	0,3	1	0,3	0,6
konštantný koeficient [$10^{-3}m$]	$-0,1 \pm 0,4$	$0,7 \pm 0,4$	$5,3 \pm 1$	$-0,7 \pm 0,4$	$\pm 0,4$

Hodnoty sú znázornené na obrázku 3, chybové úsečky v grafe nie sú zaznačené, keďže majú všetky rovnakú veľkosť a sú primálne na to, aby ich bolo vidieť.



Obr. 3: Graf závislosti $\Delta m = f(\Delta l)$

3.2 Dynamická metóda

Pri odčítaní dĺžky trvania desiatich periód sme medzi dátami formátu $l = f(t)$ našli také dva body s lokálne maximálnou vzdialenosťou závažia od podložky, aby sa medzi nimi nachádzalo 10 lokálnych miním. Výrobca senzoru sa pyšní^[Ve] precíznou automatickou kompenzáciou zmien tlaku a teploty vzduchu, teda s presnosťou, ktorú garantujú, môžeme rovno počítať a nemusíme zohľadňovať atmosferické podmienky. Senzor meral vzdialenosť s presnosťou 1 mm s frekvenciou 25 Hz. Konkrétna vzdialenosť nás nezaujíma, potrebujeme poznať iba čas medzi maximami. S presnosťou 0,02 s vieme určiť časovú polohu začiatku aj konca, po ich odčítaní sa nepresnosť zvýši na 0,04 s, čo je zároveň jediná nepresnosť v našom meraní, ak opäť uvážime, že závažia sú veľmi precízne a že hmotnosť pružiny je oproti hmotnosti závažia zanedbateľná. Keďže sme merali 10 periód s nepresnosťou 0,04 s, tak nepresnosť určenia jednej periódy je 0,004 s, čo je ostatne aj dôvod, prečo merať viac ako 1 periódu. V tabulke 3 vidno namerné časy trvania periód.

Tabulka 3: Meranie periódy - dáta

Δm [g]	T [s]				
	pružina A	pružina B	pružina C	pružina D	pružina E
30	-	0,420	-	0,608	-
50	0,260	0,528	-	0,776	0,364
80	-	0,668	-	0,976	-
100	0,360	0,740	-	1,084	0,512
130	-	0,844	-	1,232	-
150	-	-	0,440	-	0,628
200	0,512	-	0,524	-	0,724
250	-	-	0,596	-	0,804
300	0,628	-	0,656	-	-
500	0,804	-	0,840	-	-

Za použitia vzťahu 6 môžno pre každý údaj v tabulke 3 vypočítať tuhosť pružiny, ktorá mu zodpovedá, údaje sú v tabulke 4. Nepresnosť tohto určenia tuhosti vypočítame [Ču] podľa najprv ako prenos chyby pri mocnení T^2 a potom pri prevrátení hodnoty na T^{-2} , kvôli zdlhavosti uvádzame len výslednú absolútnu nepresnosť v tabulke 4. Na spodku tabulky možno vidieť výslednú konštantnú regresiu váhovanú chybovosťou uvedenou pri každej hodnote.

Tabuľka 4: Tuhosť dynamickou metódou

Δm [g]	k [$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$]				
	pružina A	pružina B	pružina C	pružina D	pružina E
30	-	$6,7 \pm 0,1$	-	$3,20 \pm 0,04$	-
50	$29,2 \pm 0,9$	$7,1 \pm 0,1$	-	$3,28 \pm 0,03$	$14,9 \pm 0,3$
80	-	$7,1 \pm 0,1$	-	$3,32 \pm 0,03$	-
100	$30,5 \pm 0,7$	$7,2 \pm 0,1$	-	$3,36 \pm 0,03$	$15,1 \pm 0,2$
130	-	$7,2 \pm 0,1$	-	$3,38 \pm 0,02$	-
150	-	-	$30,6 \pm 0,6$	-	$15,0 \pm 0,2$
200	$30,1 \pm 0,5$	-	$28,8 \pm 0,4$	-	$15,1 \pm 0,2$
250	-	-	$27,8 \pm 0,4$	-	$15,3 \pm 0,2$
300	$30,0 \pm 0,4$	-	$27,5 \pm 0,3$	-	-
500	$30,5 \pm 0,3$	-	$28,0 \pm 0,3$	-	-
celkovo	$30,3 \pm 0,2$	$7,12 \pm 0,07$	$28,2 \pm 0,4$	$3,33 \pm 0,03$	$15,1 \pm 0,1$
neistota	1%	1%	2%	1%	1%

Teda meranie dynamickou metódou bolo o niečo málo menej presné, než meranie statickou metódou, avšak tieto dve merania sú spolu konzistentné, čo sa týka výsledných hodnôt k .

3.3 Určovanie tiažového zrýchlenia

Z každej dvojice výchylky Δl a periódy kmitu T pre jedno a to isté závažie na jednej a tej istej pružine možno podľa vzťahu 8 určiť tiažové zrýchlenie. Chybu preniesieme podľa [Ču]. Tabuľka 5 ukazuje namerané g

Tabuľka 5: Meranie tiažového zrýchlenia

Δm [g]	g [$\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$]				
	pružina A	pružina B	pružina C	pružina D	pružina E
30	-	$9,2 \pm 0,3$	-	$9,1 \pm 0,2$	-
50	$9,3 \pm 0,7$	$9,5 \pm 0,2$	-	$9,4 \pm 0,1$	$9,5 \pm 0,4$
80	-	$9,5 \pm 0,2$	-	$9,5 \pm 0,1$	-
100	$9,7 \pm 0,4$	$9,7 \pm 0,1$	-	$9,6 \pm 0,1$	$9,6 \pm 0,2$
130	-	$9,6 \pm 0,1$	-	$9,7 \pm 0,1$	-
150	-	-	-	-	$9,6 \pm 0,2$
200	$9,8 \pm 0,2$	-	$8,8 \pm 0,2$	-	$9,6 \pm 0,1$
250	-	-	-	-	$9,8 \pm 0,1$
300	$9,7 \pm 0,2$	-	$8,7 \pm 0,1$	-	-
500	-	-	$9,1 \pm 0,1$	-	-

Vidno teda, že hodnoty vychádzajú zhruba rozumne, až na pružinu C , ktorú vyľúčime z ďalších výpočtov, vrátíme sa k nej v diskusii. Na všetky zvyšné hodnoty g aplikujeme konštantnú regresiu váhovanú chybovosťou, z čoho zistíme, že

$$g = (9,59 \pm 0,04) \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \quad (9)$$

čo ako vieme, nie je presná hodnota tiažového zrýchlenia v Prahe, vrátíme sa k nej v diskusii.

3.4 Závislosť ω na parametroch pružiny

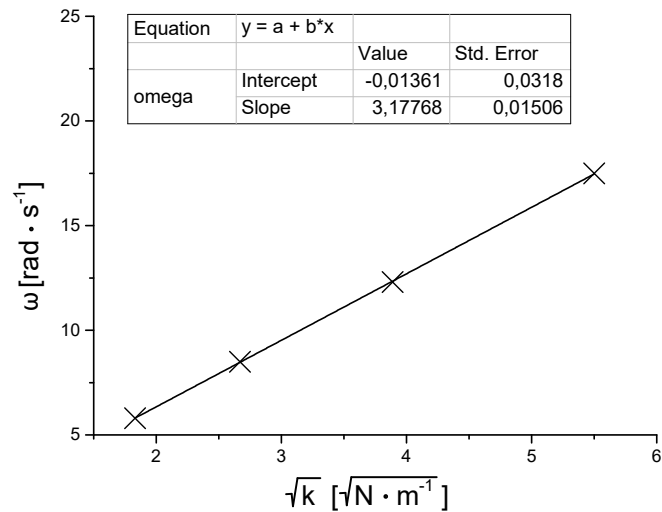
Pre zostrojenie grafu $\omega = f(\sqrt{k})$ zafixujeme m a budeme sa pozeráť na rôzne k pri jednej vybranej hmotnosti, pre zostrojenie grafu $\omega = f\left(\sqrt{\frac{1}{m}}\right)$ budeme fixovať k a budeme sledovať rôzne m .

Zvoľme si na zostrojenie prvého grafu hmotnosť $0,1 \text{ kg}$, pretože pri nej sme robili meranie T pre 4 rôzne pružiny. Pomocou vzťahu 4 dopočítame body pre $\omega = f(\sqrt{k})$ z T , ako ukazuje tabuľka 6. Opäť použijeme [Ču].

Tabuľka 6: Výpočet hodnôt $\omega = f(\sqrt{k})$

$m = 0,1 \text{ kg}$	pružina A	pružina B	pružina D	pružina E
$k \text{ [N} \cdot \text{m}^{-1}]$	$30,3 \pm 0,2$	$7,12 \pm 0,07$	$3,33 \pm 0,03$	$15,1 \pm 0,1$
$\sqrt{k} \text{ [}\sqrt{\text{N}} \cdot \text{m}^{-1}]$	$5,50 \pm 0,02$	$2,67 \pm 0,01$	$1,83 \pm 0,01$	$3,89 \pm 0,01$
$T \text{ [s]}$	$0,360 \pm 0,004$	$0,740 \pm 0,004$	$1,084 \pm 0,004$	$0,512 \pm 0,004$
$\omega \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}]$	$17,5 \pm 0,2$	$8,49 \pm 0,05$	$5,80 \pm 0,02$	$12,3 \pm 0,1$

Tieto dáta sú vizualizované v grafe na obrázku 4 (chybové úsečky v grafe nevidno, pretože sú malé a zprehľadňovali by ho, sú však zohľadnené v regresii).



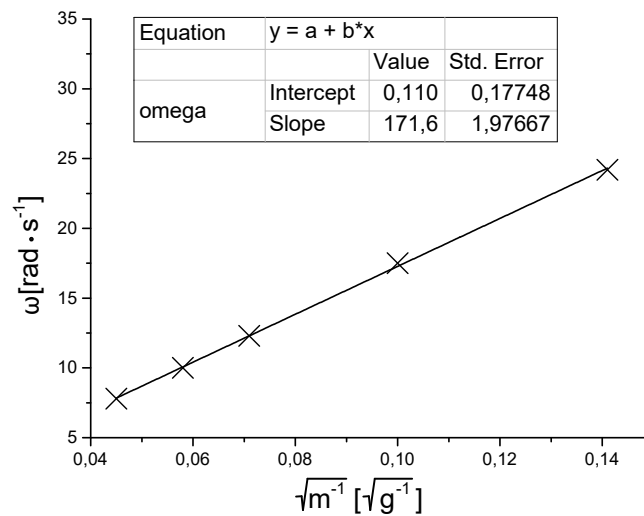
Obr. 4: Graf závislosti $\omega = f(\sqrt{k})$

Na zostrojenie druhého grafu zvolíme pružinu A. Podobne ako v pradáždajúcom prípade, pomocou vzťahu 4 dopočítame body grafu závislosti $\omega = f(\sqrt{k})$, opäť chybu vypočítame pomocou vzťahov z [Ču] tak, ako ukazuje tabuľka 7.

Tabuľka 7: Výpočet hodnôt $\omega = f\left(\sqrt{\frac{1}{m}}\right)$

m [g]	50	100	200	300	500
$\sqrt{\frac{1}{m}}$ [$\sqrt{\frac{1}{g}}$]	0,141	0,100	0,071	0,058	0,045
T [$10^{-3}s$]	260 ± 4	360 ± 4	512 ± 4	6284	804 ± 4
ω [$10^0 \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$]	$24,2 \pm 0,4$	$17,5 \pm 0,2$	$12,3 \pm 0,1$	10,0 \pm 0,1	7,8 \pm 0,1

Tieto dáta ukazuje graf na obrázku 5, chybové úsečky kvôli veľkosti opäť nevidno.



Obr. 5: Graf závislosti $\omega = f\left(\sqrt{\frac{1}{m}}\right)$

Keďže z grafov na obrázkoch 4 aj 5 vidno, že hodnoty sedia na teoretickú predpo-
ved' (vzťah 5), podarilo sa nám overiť platnosť vzťahu 5.

4 Diskusia výsledkov

Prvú úlohu sa nám u pružín A, B, D, E podarilo splniť úspešne, regresia ukázala, že meranie bolo presné a teda možno tvrdiť, že sa nám hodnoty tuhosti k pružín A, B, D, E podarilo statickou metódou zmerať s presnosťou uvedenou v tabuľke 2 (menej ako 1%).

Pružina C je komplikovaná, jej meranie bolo najmenej presné aj statickou aj dynamickou metódou, výsledky merania statickou metódou naznačujú, že s ťažšími závažiami sme sa priblížili k hornej hranici jej oboru lineariry, čo mierne skreslilo meranie.

Pri meraní dynamickou metódou zase zohrala úlohu jej vyššia hmotnosť (44g, zatiaľ čo hmotnosť ostatných pružín bola bezpečne pod 10g), teda predpoklady vzťahu 5 neboli pružinou C splnené s dostatočnou presnosťou (neplatilo, že $m_p \ll m$), čo zmepresnilo aj meranie tiažového zrýchlenia, kvôli čomu sme sa ju rozhodli nevyužiť na určenie hodnoty g . Vo výsledku bolo meranie dynamickou metódou o niečo nepresnejšie, než meranie statickou metódou, nepresnosť bola okolo 1 – 2%.

Určenie tiažového zrýchlenia považujem za úspešné, hodnota, ktorú sa nám podarilo odmerať ($g \approx 9,6 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$) je blízka tabuľkovej hodnote^[W] tiažového zrýchlenia v Prahe $g_{\text{Praha}} \approx 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$. Do nepresnosti určenia g sme nezapočítali systematickú chybu, ktorá vznikla použitím reálnych pružín s nenulovou hmotnosťou. Keďže samotné meranie dávalo veľmi konzistentné čísla (šírka výsledného intervalu je veľmi malá), túto chybu možno odhadnúť na $\Delta g \approx g_{\text{Praha}} - g \approx 0,2 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, teda asi 2%.

5 Záver

Podarilo sa nám odmerať tuhosť piatich pružín k statickou aj dynamickou metódou, s priateľnou chybou určiť miestnu hodnotu tiažového zrýchlenia g , vizualizovať experimentálne dáta vhodným spôsobom v grafoch a lineárnou regresiou vhodných grafov overiť platnosť vzťahu 5.

Približné hodnoty tuhostí pružín sú:

$$k_A \approx 30\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$k_B \approx 7,4\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$k_C \approx 29\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$k_D \approx 3,4\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$k_E \approx 15\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$$

A miestne tiažové zrýchlenie sa nám podarilo určiť zhruba na:

$$g \approx 9,6\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Meranie považujem za úspešné.

6 Zoznam použitej literatúry

- [St] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Študijný text k meraniu: Studium harmonických kmitů mechanického oscilátoru*. [cit. 2016-01-03]. URL: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_102.pdf>.
- [Zfm1] BROŽ, Jaromír et al. 1983. *Základy fyzikálních měření (I)*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1983. s. 158-159.
- [Zfm2] BROŽ, Jaromír et al. 1983. *Základy fyzikálních měření (I)*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1983. s. 77-78.
- [Ču] ČÍŽEK, Jakub. *Úvod do praktické fyziky: seminář 8* [cit. 2016-05-3]. URL: <<http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/vyuka/upf/seminar8.pdf>>. s. 5.
- [Ve] Vernier Software and Technology. *Go!Motion user manual and full specifications* [cit. 2016-05-3]. URL: <<http://www.vernier.com/files/manuals/go-mot.pdf>>.
- [W] Kolektív WIKIMEDIA project. *Wikipedie: Tíhové zrychlení* [cit. 2016-05-3]. URL: <https://cs.wikipedia.org/wiki/T%C3%ADhov%C3%A9_zrychlen%C3%AD>.