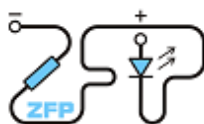


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum IV.



Úloha č. A21

Název úlohy: Studium rentgenových spekter

Jméno: Obor: FOF

Datum měření: 3.11.2014 Datum odevzdání: 10.11.2014

Připomínky opravujícího:

Ze zápisu dat není úplně zřejmé, zda jste pro výpočty striktně používal zkorigované hodnoty ρ respektive λPro všechny následující výpočty byly použity korigované hodnoty naměřených dat

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	5
Teoretická část	0 - 1	1
Výsledky měření	0 - 8	6
Diskuse výsledků	0 - 4	4
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
Celkem	max. 20	18

Posuzoval:.....

dne: 23.11.2014....

Pracovní úkol:

1. S využitím krystalu LiF jako analyzátoru proved'te měření následujících rentgenových spekter:

1. Rentgenka s Cu anodou.

- I. proměřte krátkovlnné oblasti spekter brzdného záření při napětích 15 kV/1 mA, 25 kV/0,8 mA, 30 kV/0,8 mA, 33 kV/0,8 mA. K měření použijte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu pro 15 kV v rozmezí ($10^\circ - 15^\circ$) s krokem 0.2° a dobou expozice 8 s a pro ostatní napětí interval Braggova úhlu ($3^\circ - 10^\circ$) s krokem 0.2° a dobou expozice 5 s;
- II. proměřte charakteristická spektra rentgenky při napětích 15 kV a 33 kV. K měření použijte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($15^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- III. proměřte tvar spektra s Zr absorbérem. K měření použijte tyto parametry: clonu s Zr absorbérem tloušťky 0.05 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- IV. proměřte tvar spektra s Ni absorbérem. K měření použijte tyto parametry: clonu s Ni absorbérem tloušťky 0.01 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s.

2. Rentgenka s Fe anodou

- I. proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA. K měření použijte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 2 s;
- II. proměřte tvar spektra s Zr absorbérem. K měření použijte tyto parametry: clonu s Zr absorbérem tloušťky 0.05 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 30^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 3 s.

3. Rentgenka s Mo anodou.

- I. proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA. K měření použijte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, interval Braggova úhlu ($3^\circ - 35^\circ$), krok 0.1° a dobu expozice 3 s.

4. Rentgenka s Cu anodou:

- I. proměřte charakteristické spektrum rentgenky při napětí 33 kV/0.8 mA v intervalu Braggova úhlu ($42^\circ - 51^\circ$). K měření použijte tyto parametry: clonu o průměru 2 mm, krok 0.1° a dobu expozice 2 s.

2. Interpretujte naměřené výsledky (pro mezivzdušnou vzdálenost krystalu LiF použijte hodnotu $d = 201,4$ pm):

1. Krátkovlnná mez brzdného záření

- I. Ze změřených mezních vlnových délek (respektive frekvencí) určete hodnotu Planckovy konstanty a oceňte přesnost měření

2. Moseleyův zákon

- I. Přesvědčte se, že naměřené úhlové frekvence spektrálních čar K_α a K_β pro různé prvky splňují Moseleyův zákon. Ze směrnice příslušné závislosti určete hodnotu Rydbergovy úhlové frekvence a využitím této hodnoty určete též průměrnou hodnotu stínící konstanty.
- II. Přesvědčte se, že i naměřené polohy absorpčních hran Zr a Ni splňují Moseleyův zákon.
- III. Všimněte si, že absorpční hrana Ni koinciduje se spektrální čarou K_β mědi; této skutečnosti se využívá v rentgenové difraktoграфии pro monochromatizaci charakteristického spektra mědi. Z provedeného měření určete filtrační efekt niklu pro čaru K_β .

3. Úhlová disperze

- I. Ze změřených spekter molybdenu určete velikost úhlové disperze pro různé řády difrakce.

Poznámka I: mřížková konstanta LiF je 201.4 pm!!!

Poznámka II:

Složky charakteristického záření (v 10^{-10} m)				
anoda	$K_{\alpha 1}$	$K_{\alpha 2}$	K_α	K_β
Cu	1,54050	1,54434	1,5418	1,39217
Co	1,78889	1,792801	1,79019	1,620703
Mo	0,70261	0,71354	0,706253	0,632253

Střední vlnová délka K_α se používá, není-li dublet rozlišitelný.

Poznámka III: Úhel orientace krystalu LiF přesně neodpovídá zobrazovanému úhlu. Pomocí tabelovaných hodnot charakteristického spektra určete systematickou odchylku a vylučte chybu tím vzniklou.

Poznámka IV: Program MEASURE je k dispozici v počítačové laboratoři Karlov.

Teoretická část:

Rentgenové záření je elektromagnetické záření, jehož vlnová délka je mezi 1 pm a 5 nm. Jedním ze zdrojů rentgenového záření je rentgenka, která je tvořena vakuovou baňkou, ve které se nachází katoda a anoda. Po dopadu elektronů, které jsou emitovány žhavenou katodou a urychlovány napětím U , na anodu vzniká brzdné a charakteristické rentgenové záření. Brzdné záření vzniká v důsledku zbrzdění elektronu látkou (zrychlený náboj září) a nezávisí na látce, kterou elektron prochází.

Nejvyšší možná energie, kterou odlétající foton může získat, je celá kinetická energie elektronu. Vlnová délka fotonu tedy musí být větší než je mezní vlnová délka λ_m daná vztahem:

$$eU = \frac{hc}{\lambda_m}, \quad (1)$$

kde e je elementární náboj, h Planckova konstanta a c rychlost světla.

Pokud má urychlený elektron velkou energii, může vyrazit elektron ze slupky K ($n = 1$). Na jeho místo pak přeskóčí jiný elektron z vyšší energetické hladiny m , čímž dochází ke vzniku charakteristického záření. Úhlová frekvence vyzářeného fotonu ω je dána zobecněným Rydbergovým vztahem

$$\omega = R_\omega (Z - s)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (2)$$

kde Z je atomové číslo prvku anody, s stínící konstanta, která vyjadřuje stupeň stínění elektrického pole jádra elektrony v atomu a R_ω je tzv. Rydbergova úhlová frekvence definovaná vztahem

$$R_\omega = \frac{m_e e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^3}, \quad (3)$$

kde m_e je hmotnost elektronu, ε_0 permitivita vakua a \hbar je redukovaná Planckova konstanta. Charakteristické záření tedy závisí na materiálu anody. Spektrální čára K_α vzniká při přeskoku elektronu z druhé hladiny ($m = 2$) na první hladinu ($n = 1$). Po dosazení těchto hodnot do vzorce (2) lze získat Moseleyův zákon pro K_α

$$\sqrt{\omega_\alpha} = \frac{\sqrt{3R_\omega}}{2} (Z - s). \quad (4)$$

Spektrální čára K_β vzniká při přeskoku elektronu z třetí hladiny ($m = 3$) na první hladinu ($n = 1$). Moseleyův zákon pro K_β tedy je

$$\sqrt{\omega_\beta} = \frac{\sqrt{8R_\omega}}{3} (Z - s). \quad (5)$$

Konstruktivní interference difraktovaných paprsků záření o vlnové délce λ na krystalu o mezivrstvinové vzdálenosti d nastává pro takové úhly ϑ (úhel mezi směrem paprsku a rovinou krystalu), pro které platí Braggova rovnice

$$2d \sin \vartheta = n\lambda, \quad (6)$$

kde n je celé číslo udávající řád difrakce.

Po vyjádření úhlové frekvence ve vzorcích (4) a (5) pomocí vlnové délky a dosazení za ní z Braggova zákona lze získat následující lineární závislosti

$$\sqrt{\frac{n}{\sin \vartheta_\alpha}} = \sqrt{\frac{d}{\pi c}} \frac{\sqrt{3R_\omega}}{2} Z - \sqrt{\frac{d}{\pi c}} \frac{\sqrt{8R_\omega}}{3} s, \quad (7)$$

$$\sqrt{\frac{n}{\sin \vartheta_\beta}} = \sqrt{\frac{d}{\pi c}} \frac{\sqrt{8R_\omega}}{3} Z - \sqrt{\frac{d}{\pi c}} \frac{\sqrt{8R_\omega}}{3} s. \quad (8)$$

Pokud se směrnice lineární závislosti (7) označí a_α a absolutní člen b_α , pak pro Rydbergovu úhlovou frekvenci R_ω platí

$$R_\omega = \frac{4a_\alpha^2 \pi c}{3d} \quad (9)$$

a pro stínící konstantu s

$$s = -\frac{b_\alpha}{a_\alpha}. \quad (10)$$

Pokud směrnice lineární závislosti (8) se označí a_β a absolutní člen b_β , pak pro Rydbergovu úhlovou frekvenci R_ω platí

$$R_\omega = \frac{9a_\beta^2 \pi c}{8d} \quad (11)$$

a pro stínící konstantu s

$$s = -\frac{b_\beta}{a_\beta}. \quad (12)$$

Po dosažení vlnové délky z Braggovy rovnice do vzorce (1) lze dostat lineární závislost urychlujícího napětí U na poměru řádu difrakce n a sinu úhlu \mathcal{G}

$$U = \frac{hcn}{2de \sin \mathcal{G}_m}. \quad (13)$$

Pro Planckovu konstantu h pak platí

$$h = \frac{2kde}{c}, \quad (14)$$

kde k je směrnice lineární závislosti (13).

Tohle je důležité pro výpočet

Úhlovou disperzi rentgenového spektrometru definovanou jako $D = \partial \mathcal{G} / \partial \lambda$ lze spočítat z Braggovy rovnice:

$$D = \frac{n}{2d \cos \mathcal{G}}. \quad (15)$$

Okomentoval(a): [JVS1]: Tohle je důležité pro výpočet

Zařízení, které prochází látkou je absorbováno. Absorpce záření roste s jeho vlnovou délkou, avšak při určitých vlnových délkách dochází k prudkému úbytku absorpce. Tyto oblasti se nazývají absorpční hrany. Polohy absorpčních hran dle [1] korelují s polohami spektrálních čar v emisních spektrech. Z toho tedy plyne, že také splňují Moseleyův zákon.

Chyby vypočtených veličin f z naměřených veličin x_i jsou počítány podle vzorce:

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}. \quad (16)$$

Chyba Rydbergovy úhlové frekvence σ_{R_ω} spočtené ze vzorce (9) tedy je: $\sigma_{R_\omega} = \frac{8\pi c}{3d} a_a \sigma_{a_a}. \quad (17)$

Chyba Rydbergovy úhlové frekvence σ_{R_ω} spočtené ze vzorce (11) tedy je: $\sigma_{R_\omega} = \frac{9\pi c}{4d} a_\beta \sigma_{a_\beta}. \quad (18)$

Chyby stínících konstant σ_s spočtených dle vzorců (10) a (12) tedy je: $\sigma_s = \sqrt{\frac{\sigma_b^2}{a^2} + \left(\frac{b}{a^2} \sigma_a \right)^2}. \quad (19)$

Chyba Planckovy konstanty σ_h vypočtené ze vzorce (14) tedy je: $\sigma_h = \frac{2de}{c} \sigma_k. \quad (20)$

Chyba úhlové disperze σ_D vypočtené ze vzorce (15) tedy je: $\sigma_D = \frac{n \sin \mathcal{G}}{2d \cos^2 \mathcal{G}} \sigma_{\mathcal{G}}. \quad (21)$

Chyba mezní vlnové délky σ_{λ_m} vypočtené z Braggova zákona (6) tedy je: $\sigma_{\lambda_m} = \frac{2d \cos \mathcal{G}}{n} \sigma_{\mathcal{G}}. \quad (22)$

Předchozí chyby lze takto spočítat, protože je možné zanedbat chyby konstant. Chybu mezirovinové vzdálenosti d lze zanedbat, protože v [1] je určena na čtyři platné číslice, z čehož lze usoudit, že její chyba je velmi malá.

Výsledky měření:

Měření probíhalo na přístroji PHYWE, který byl připojený k počítači. (Záření vystupující z vyměnitelné rentgenky vymezené clonou bylo po rozptylu na krystalu LiF detekováno Geiger-Müllerovým detektorem.) K dispozici byly rentgenky s měděnou, železnou a molybdenovou anodou, clony s průměrem 2 mm, se zirkoniovým a niklovým absorbérem.

Pomocí programu Measure byly nastavovány měřicí parametry (urychlující napětí U , příslušný proud, doba expozice, interval Braggova úhlu a jeho krok) podle zadání u úlohy. Naměřené grafy I až XII jsou přiloženy.

Úhel orientace krystalu přesně neodpovídá zobrazovanému úhlu, ale je posunutý o hodnotu ϑ_s . Tato systematická odchylka byla určena srovnáním čar K_α a K_β charakteristických spekter Cu, Fe a Mo s tabulkovými hodnotami uvedenými v zadání. Výsledná hodnota ϑ_s je určena jako aritmetický průměr rozdílů naměřených úhlů od tabulkových.

$$\vartheta_s = (0,36 \pm 0,03)^\circ$$

Opravené hodnoty úhlů ϑ_k jsou pak spočteny jako součet naměřeného úhlu a systematické odchylky, tj.

$$\vartheta_k = \vartheta + \vartheta_s$$

Tabulková hodnota [2] elementárního náboje je $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C

Tabulková hodnota [2] rychlosti světla je $c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s

Mezirovinová vzdálenost rovin d krystalu LiF je uvedena v zadání: $d = 201,4$ pm.

Ze spekter brzděného záření Cu (grafy I až IV) byly pro různá urychlovací napětí U lineární extrapolací na nulovou intenzitu v místě prudkého nárůstu detekované intenzity s rostoucím Braggovým úhlem (viz graf 1) určeny mezní úhly ϑ_m a jejich chyby. Jeho hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

Mezní vlnová délka λ_m je z příslušného mezního úhlu spočtena z Braggova zákona (6) a jejich chyby podle vzorce (22).

Tabulka 1: Závislost mezní vlnové délky na urychlovacím napětí **Je dobré zmínit, co znamená index mk; Je toto korigovaná hodnota nebo ne?**

U [kV]	ϑ_m [°]	ϑ_{mk} [°]	$\sigma_{\vartheta_{mk}}$ [°]	λ_m [pm]
15	11,2	11,5	0,9	81 ± 7
25	6,3	6,6	0,4	47 ± 3
30	5,0	5,4	0,4	38 ± 3
33	4,6	4,9	0,3	35 ± 2

Okomentoval(a): [JVS2]: Je toto korigovaná hodnota nebo ne?

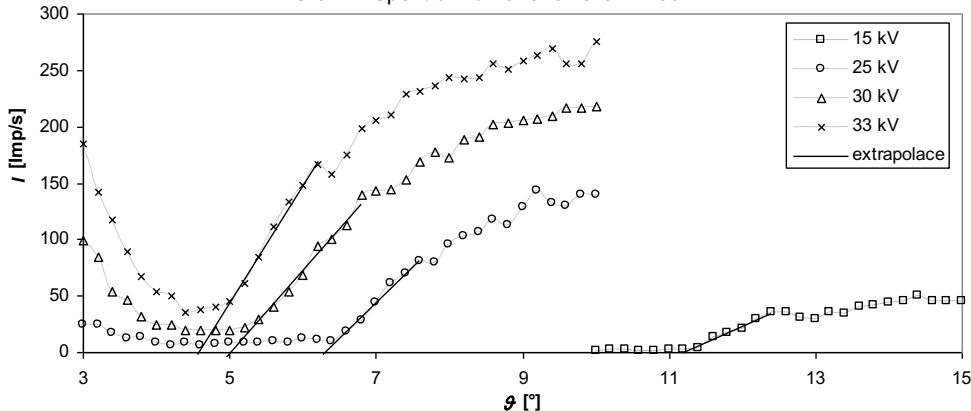
Lineární regresí (pomocí programu Excel) jsem určil směrnici k závislosti (13) a její chybu

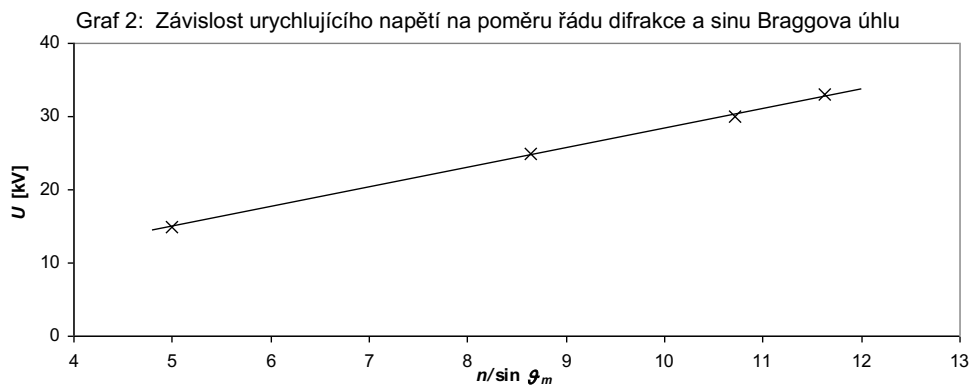
$$k = (2,85 \pm 0,03) \cdot 10^3 \text{ V}$$

Planckovu konstantu h jsem spočetl dle vzorce (14) a její chybu dle vzorce (20).

$$h = (6,13 \pm 0,07) \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Graf 1: Spektrum brzděného záření mědi





Z charakteristických spekter jednotlivých prvků (grafy V, VI, IX, XI, XII) jsem určil Braggovy úhly ϑ_α a ϑ_β odpovídající vlnovým délkám λ_α a λ_β spektrálních čar K_α a K_β pomocí funkce „peak analysis“ v programu Measure. Chybu určení úhlu odhaduji na délku jednoho kroku – tedy na $0,1^\circ$. Zjištěné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2.

Vlnové délky λ_α a λ_β odpovídající úhlům ϑ_α a ϑ_β jsem spočetl z Braggova zákona (6) a jejich chybu podle vzorce (22). Atomové číslo Z jednotlivých prvků anody jsem určil podle přiložené tabulky u úlohy.

Tabulka 2: Charakteristická spektra

anoda	Z	n	U [kV]	ϑ_α [°]	$\vartheta_{\beta k}$ [°]	λ_α [pm]	LS_α [10 ⁹]	PS_α [10 ⁹]	ϑ_β [°]	$\vartheta_{\beta k}$ [°]	λ_β [pm]	LS_β [10 ⁹]	PS_β [10 ⁹]
Cu	29	1	15	22,1	22,5	$153,9 \pm 1,3$	3,5	3,4	19,8	20,2	$138,8 \pm 1,3$	3,68	3,65
Cu	29	1	33	22,1	22,5	$153,9 \pm 1,3$	3,5	3,4	19,8	20,2	$138,8 \pm 1,3$	3,68	3,65
Cu	29	2	33	49,5	49,9	$154,0 \pm 0,5$	3,5	3,4	43,2	43,6	$138,8 \pm 0,5$	3,68	3,65
Fe	26	1	33	28,5	28,9	$194,4 \pm 1,2$	3,1	3,0	25,6	26,0	$176,3 \pm 1,3$	3,27	3,24
Mo	42	1	33	9,7	10,1	$70,3 \pm 1,4$	5,2	5,0	8,6	9,0	$62,7 \pm 1,4$	5,48	5,41
Mo	42	2	33	20,2	20,6	$70,7 \pm 0,7$	5,2	5,0	17,8	18,2	$62,8 \pm 0,7$	5,48	5,41
Mo	42	3	33	31,4	31,8	$70,7 \pm 0,4$	5,2	5,0					

LS_α respektive LS_β a PS_α respektive PS_β v tabulce 2 odpovídá levé a pravé straně Moseleyova zákona (7) respektive (8). Za Rydbergovu úhlovou frekvenci zde dosazuji tabulkovou hodnotu ($2,0606 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$). Z tabulky 2 je zřejmé, že se levé a pravé strany Moseleyova zákona přibližně rovnají pro obě čáry K_α a K_β . Moseleyův zákon je tedy splněn.

Lineární regresi jsem určil směrnici a_α a absolutní člen b_α lineární závislosti (7)

$$a_\alpha = (5,91 \pm 0,01) \cdot 10^{-2}$$

$$b_\alpha = (-0,110 \pm 0,001)$$

Rydbergovu úhlovou frekvenci R_ω jsem spočetl dle vzorce (9) a její chybu dle vzorce (17).

$$R_\omega = (2,21 \pm 0,02) \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

Stínící konstantu s jsem spočetl dle vzorce (10) a její chybu dle vzorce (19).

$$s = (1,85 \pm 0,01)$$

Lineární regresi jsem určil směrnici a_β a absolutní člen b_β lineární závislosti (8)

$$a_\beta = (6,39 \pm 0,01) \cdot 10^{-2}$$

$$b_\beta = (-0,150 \pm 0,001)$$

Rydbergovu úhlovou frekvenci R_ω jsem spočetl dle vzorce (11) a její chybu dle vzorce (18).

$$R_\omega = (2,15 \pm 0,02) \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

Stínící konstantu s jsem spočetl dle vzorce (12) a její chybu dle vzorce (19).

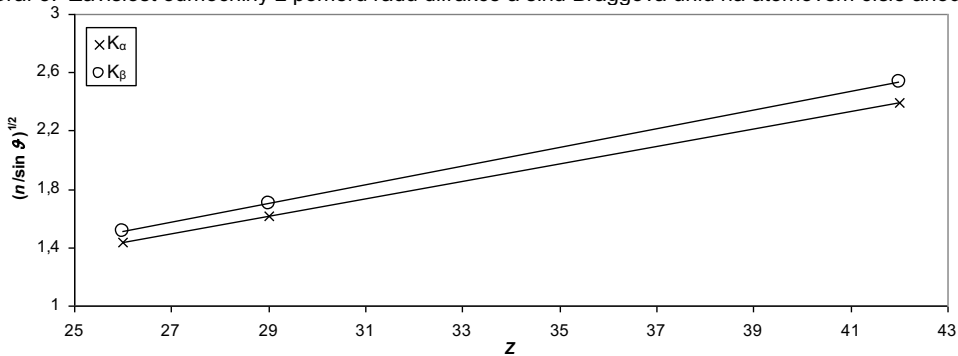
$$s = (2,35 \pm 0,02)$$

Výsledná (průměrná) hodnota Rydbergovy úhlové frekvence R_ω tedy je

$$R_\omega = (2,18 \pm 0,02) \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$$

Průměrná hodnota stínící konstanty s tedy je $s = (2,10 \pm 0,18)$

Graf 3: Závislost odmocniny z poměru řádu difrakce a sinu Braggova úhlu na atomovém čísle anody



Absorpční hranu Zr jsem určil z grafů VII a X jako místo prudkého poklesu absorpce (nárůst intenzity).

Absorpční hranu Ni jsem určil z grafu VIII, na kterém sice není přímo vidět prudký pokles absorpce, ale při porovnání se spektrem bez absorbérů je jasné, že se absorpční hranu nachází mezi čarou K_α a K_β . Čára K_β byla totiž absorbována více než čára K_α . Absorpční hrany jsou uvedeny v tabulce 3.

Vlnovou délku λ odpovídající úhlu θ jsem spočetl z Braggova zákona (6) a její chybu podle vzorce (22).

Atomové číslo Z jednotlivých prvků anody jsem určil podle přiložené tabulky u úlohy.

Chybu určení úhlu odpovídajícího absorpční hraně niklu jsem odhadl na 1° , protože absorpční hranu není v grafu VIII vidět přímo.

Tabulka 3: Absorpční spektra Zr a Ni

anoda	absorbér	Z_{abs}	n	$\theta [^\circ]$	$\theta_k [^\circ]$	$\lambda_k [\text{pm}]$	$LS_\beta [10^9]$	$PS_\beta [10^9]$
Cu	Ni	28	1	20,6	$21,0 \pm 1,0$	144 ± 7	3,62	3,51
Cu	Zr	40	1	9,5	$9,9 \pm 0,2$	$69,0 \pm 1,4$	5,23	5,14
Fe	Zr	40	1	9,6	$10,0 \pm 0,2$	$69,7 \pm 1,4$	5,20	5,14

LS respektive PS v tabulce 3 odpovídá levé respektive pravé straně Moseleyova zákona pro čáru K_β (8), kde Z odpovídá atomovému číslu absorbérů.

Z tabulky 3 je zřejmé, že se levé a pravé strany Moseleyova zákona přibližně rovnají. Moseleyův zákon tedy platí i pro absorpční hrany.

Vlnová délka spektrální čáry K_β mědi je 138,8 nm. Absorpční hranu niklu má vlnovou délku 144 nm. Obě hodnoty spolu koincidují, čehož se využívá pro monochromatizaci charakteristického záření mědi.

Intenzita spektrální čáry K_β bez absorbérů je 147 Imp/s. Její intenzita s niklovým absorbérů je 2027 impulsů za sekundu. Filtrační efekt niklu pro čáru K_β mědi tedy je $147/2027 = 7,3 \%$.

Z charakteristického spektra Mo (graf XI) jsem určil Braggovy úhly θ_α a θ_β odpovídající vlnovým délkám λ_α a λ_β spektrálních čar K_α a K_β pomocí funkce „peak analysis“ v programu Measure. Chybu určení úhlu odhaduji na délku jednoho kroku – tedy na $0,1^\circ$. Zjištěné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 4.

Vlnové délky λ_α a λ_β odpovídající úhlům θ_α a θ_β jsem spočetl z Braggova zákona (6) a jejich chybu dle vzorce (22). Velikost úhlové disperze D jsem spočetl dle vzorce (15) a její chybu dle (21).

Tabulka 4: Úhlová disperze pro různé řády difrakce

n	$\theta_\alpha [^\circ]$	$\theta_{ak} [^\circ]$	$D_\alpha [^\circ/\text{nm}]$	$\theta_\beta [^\circ]$	$\theta_{bk} [^\circ]$	$D_\beta [^\circ/\text{nm}]$	$D_{prům} [^\circ/\text{nm}]$
1	9,7	10,1	$2,52 \pm 0,04$	8,6	9,0	$2,51 \pm 0,04$	$2,52 \pm 0,04$
2	20,2	20,6	$5,3 \pm 0,2$	17,8	18,2	$5,2 \pm 0,2$	$5,3 \pm 0,2$
3	31,4	31,8	$8,8 \pm 0,5$				

Pro výpočet, respektive stanovení D je třeba vycházet ze vztahu $D = \partial \theta / \partial \lambda$.
Vztah vámi použitý je vlastně teoretický předpoklad, se kterým můžete srovnávat

Diskuze výsledků:

Systematickou chybu, kterou do měření vnáší to, že úhel natočení krystalu přesně neodpovídá zobrazovanému úhlu, jsem odstranil srovnáním naměřených charakteristických spekter s tabulkovými hodnotami. Zjištěná systematická chyba je $0,6^\circ$.

Na grafu 1 (také na příložených grafech II až IV) je pozorovatelná poměrně velká naměřená intenzita pro malé úhly. To je způsobeno detekcí **odraženého** záření přímo z rentgenky.

Planckova konstanta spočtená z mezních vlnových délek vyšla $6,13 \cdot 10^{-34}$ J·s s chybou $0,07 \cdot 10^{-34}$ J·s. Tabulková hodnota [2] je $6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s. Naměřená hodnota se tedy v rámci chyby neshoduje s tabulkovou hodnotou (liší se o 8 % z naměřené hodnoty, zatímco relativní chyba měření je jen 1 %). To může být způsobeno tím, že i při menších vlnových délkách než je mezní vlnová délka byla naměřena malá intenzita, která ale neklesla na nulu. Kvůli tomu jsem hodnoty mezní vlnové délky určoval extrapolací na nulovou intenzitu. Větší přesnosti by mohlo být dosaženo naměřením spekter pro více urychlujících napětí, čímž by bylo k dispozici více dat pro lineární regresi. **Ještě aby ne, když ta korekce byla podle těch čar.**

Po korekci systematické chyby (viz výše) se čáry charakteristických spekter docela dobře shodují. Z tabulky 2 je zřejmé, že spektrální čáry K_α poměrně dobře splňují Moseleyův zákon. To potvrzuje i graf 3. Spektrální čáry K_β ho splňují dokonce ještě s větší přesností. Rydbergovy úhlové frekvence spočtené z Moseleyova zákona pro obě spektrální čáry se celkem dobře shodují. Ačkoliv se jejich průměr, který vychází $2,18 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$ s chybou $0,02 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$, blíží tabulkové hodnotě [1] ($2,0606 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$), v rámci chyby se neshodují. To může být způsobeno tím, že byly změřeny charakteristická spektra pouze pro tři prvky a statistická regresní chyba vychází tedy malá, zatímco skutečná chyba je velká. Ve skutečnosti je chyba měření větší a výsledná hodnota se pak v rámci zvětšené chyby shoduje s tabulkovou hodnotou. Hodnoty stínící konstanty jsou pro jednotlivé čáry také velmi podobné, avšak nejsou stejné, což je dobře pozorovatelné v grafu 3. Z tabulky 2 je zřejmé, že vlnové délky čar K_α a K_β jednoho prvku pro různé řády difrakce či různá urychlovací napětí jsou stejné, což je v souladu s teoretickými předpoklady.

Z tabulky 3 je zřejmé, že Moseleyův zákon dobře splňují i absorpční hrany.

Z tabulky 4 je zřejmé, že úhlová disperze se pro obě spektrální čáry K_α a K_β shoduje v 1. i 2. řádu difrakce.

Závěr:

Z naměřených mezních vlnových délek jsem určil hodnotu Planckovy konstanty $h = (6,13 \pm 0,07) \cdot 10^{-34}$ J·s

Ověřil jsem že naměřené úhlové frekvence spektrálních čar jednotlivých prvků splňují Moseleyův zákon, pomocí kterého jsem pak určil hodnotu Rydbergovy úhlové frekvence $R_\infty = (2,15 \pm 0,02) \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$ a stínící konstanty $s = (2,35 \pm 0,02)$

Ověřil jsem, že i polohy absorpčních hran splňují Moseleyův zákon.

Určil jsem filtrační efekt niklu pro čáru K_β na 7,3 %.

Ze spekter molybdenu jsem spočetl hodnotu úhlové difrakce pro různé řády difrakce:

pro 1. řád: $D = (2,52 \pm 0,04) \text{ }^\circ/\text{nm}$

pro 2. řád: $D = (5,3 \pm 0,2) \text{ }^\circ/\text{nm}$

pro 3. řád: $D = (8,8 \pm 0,5) \text{ }^\circ/\text{nm}$.

Seznam použité literatury:

[1] studijní text k úloze A21

http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_421.pdf (3.11.2014)

[2] Matematické, fyzikální a chemické tabulky, SPN, Bohdan Klimeš, Jaromír Široký, 1988, str. 185