

1 Pracovní úkoly

1. Proměřte závislost magnetické indukce na proudu magnetu.
2. Pomocí kamery změřte ve směru kolmém k magnetickému poli rozštěpení červené spektrální čáry kadmia pro 8–10 hodnot magnetické indukce. Určete polarizaci složek rozštěpené čáry.
3. Totéž proveďte pro 6–8 hodnot indukce při pozorování ve směru magnetického pole. Opět určete polarizaci.
4. Výsledky obou sérií měření vzájemně porovnejte. Určete chyby měření.
5. Kvalitativně popište výsledky pozorování Zeemanova jevu na zelené čáře kadmia ($\lambda = 508,6 \text{ nm}$).

2 Teoretický úvod

Rozlišujeme dva módy Zeemanova jevu - Zeemanův jev normální a anomální. Při normálním Zeemanově jevu můžeme pozorovat rozštěpení spektrální čáry na triplet. Při anomálním jevu se jedna spektrální čára štěpí na složitější multiplety.

Normální Zeemanův jev může být popsán Lorenzovou teorií, na rozdíl od jevu anomálního. Tento model vychází z modelu klasického kvantového harmonického oscilátoru elektronu v poli kvazieleastické síly. V homogenním poli pak může elektron vykonávat pouze tři periodické pohyby - jeden lineární s úhlovou frekvencí ω_0 odpovídající elektronu bez magnetického pole a další dva kruhové s úhlovými frekvencemi $\omega_0 \pm \Delta\omega$, pro kterou platí

$$\Delta\omega = \frac{eB}{2m_e}. \quad (1)$$

Prostřední vlnová délka tripletu zůstane stejná, ale krajní se změní a to na $\lambda \pm \Delta\lambda$, pro které pak platí

$$\Delta\lambda = \frac{eB\lambda_0^2}{4m_e\pi c} \quad (2)$$

Pozorujeme-li rozštěpení ve směru kolmém na směr magnetického pole, pak vidíme všechny tři čáry tripletu s tím, že střední čára je lineárně polarizována ve směru magnetické indukce a obě krajní čáry jsou lineárně polarizované ve směru kolmém na magnetické pole. Pozorujeme-li světelný zdroj ve směru magnetické indukce, vidíme pouze obě krajní složky a to s kruhovou polarizací - navzájem opačného směru. o čemž se můžeme přesvědčit čtvrtvlnou destičkou a polarizačním filtrem.

Vzhledem k tomu, že rozštěpení spektrálních čar vlivem magnetické indukce je relativně malé, musíme použít spektrometr s vysokou rozlišovací schopností, která je definovaná jako $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$. V praktiku se za tímto účelem využívá Lummerova-Gehrckeova deska, na které se využívá interference mnoha svazků. Samotná deska je velmi přesně vybroušená planparalelní destička tloušťky d , která je osvětlena plošným zdrojem odrazem od osvětlovacího hranolku a je vyrobena z materiálu o indexu lomu N .

Označíme-li úhlovou odlehlost dvou sousedních řádů $(\Delta\beta)'$ a úhlový posuv rozštěpených čar od čáry původní jako $\Delta\beta$ docházíme pro aproximativním přiblížení k výsledku

$$\Delta\lambda \approx \frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'} \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{N^2 - 1}} \quad (3)$$

Poměr $\frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'}$ se dá určit bez znalosti parametrů desky a bez měření hodnot příslušných úhlů. Jednou možností je nastavit triplet tak, aby byly čáry rovnoměrně rozmístěné - to odpovídá $\frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'} = \frac{1}{3}$. Případně pokud prostřední čáru nepozorujeme (což můžeme zařídit pomocí polarizačního sklíčka) a dvě rozštěpené čáry rozmístíme rovnoměrně po zorném poli dalekohledu, pak platí

$\frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'} = \frac{1}{4}$. Takto bych mohl proměřit pouze dvě jednotlivé hodnoty proudu a tedy magnetizace, při které tyto speciální jevy nastávají. Pokud známě disperzní oblast $\Delta\lambda_D$, pak můžeme určit rozštěpení čar jako

$$\Delta\lambda = \frac{y_1 - z_1}{x_2 - x_0} \Delta\lambda_D = K \Delta\lambda_D, \quad (4)$$

kde y_1 a z_1 jsou polohy rozštěpených složek z jednoho tripletu a x_0 a x_2 jsou prostřední nerozštěpené složky sousedních tripletů a K je pouze označení pro $\frac{y_1 - z_1}{x_2 - x_0}$. Pro disperzní oblast bereme, že platí

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda}{2d\sqrt{N^2 - 1}}, \quad (5)$$

kde d je tloušťka Lummerovy-Gehrckeovy desky.

Pro vysvětlení anomální Zeemanova jevu, který nastává například právě u zelené čáry kadmia, je již potřebný složitější kvantový popis.

3 Měření

Index lomu Lummerovy-Gehrckeovy desky v praktiku je dle [1]

$$N = 1,44263 + \frac{7,066}{\lambda - 144}, \quad (6)$$

kde se vlnové délky dosazují v nanometrech. Což pro vlnovou délku červené čáry kadmia, která byla pozorována za účelem zpracování Zeemanova rozštěpení i kvantitativně, a která má vlnovou délku $\lambda_0 = 643,8$ nm odpovídá indexu lomu $N = 1,4568$. Kvalitativně byla také pozorována čára zelená o vlnové délce $\lambda_z = 508,6$ nm. Tloušťka Lummerovy-Gehrckeovy desky pak je $d = 4,04$ mm, což odpovídá disperzní oblasti pro červenou čáru $\Delta\lambda_D = 48,4$ pm

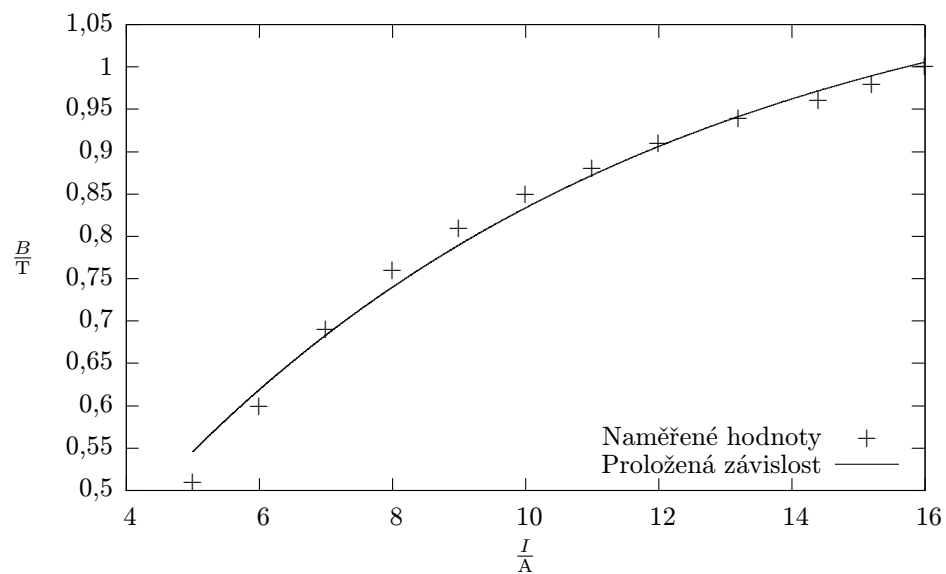
Kalibrace magnetické indukce magnetů v závislosti na procházejícím proudu byla provedena pomocí Hallovy sondy. 1 mV na voltmetru, který byl připojen na Hallovu sondu, odpovídal 100 mT. Kalibrace je zaznamenána v tabulce č. 1 a grafu č. 1. Naměřené hodnoty jsem sice proložil funkcí, ale pro účel určení B při určitém I beru přímo naměřenou hodnotu magnetické indukce (pro měření vzdáleností čar). A u měření hodnot magnetické indukce u rovnoměrného rozložení čar beru, že mezi sousedními naměřenými body kalibrace je závislost zhruba lineární. Prokládací funkci jsem zvolil jako $B = a (1 - e^{I/b})$, kde fituji pomocí konstant a a b , protože se jedná o nasycování magnetů, které by se mělo blížit určité maximální hodnotě, čemuž právě tato funkce odpovídá, ale nesesedí na naměřená data dostatečně přesně. Proložení bylo provedeno pomocí programu gnuplot.

V průběhu měření jsem pozoroval, jak normální Zeemanův jev a polarizace jednotlivých složek tripletu, resp. dubletu - podle natočení aparatury - pomocí polarizačního filtru a čtvrtvlnné destičky. Při pozorování kolmo na magnetické pole se dala pomocí polarizačního filtru prostřední složka odbourat, což mi právě umožnilo dva módy měření rovnoměrného rozštěpení. Stejně tak byly polarizovány i rozštěpené složky, ale ve směru kolmém na střední složku. Při pozorování ve směru magnetického pole na samotný polarizační filtr dvě rozštěpené čáry nereagovaly, ale když jsem použil čtvrtvlnnou destičku, tak jsem převedl jejich kruhovou polarizaci na lineární a pak jsem pozoroval, že původně byly kruhově polarizované na opačné směry, protože pomocí polarizačního filtru jsem dokázal odstínit vždy jenom jednu. Obdobně jsem pozoroval i zelenou čáru kadmia, na které obšem docházelo k rozštěpení na 9 složek, kdy vždy tři sousední složky se chovaly vždy stejně - měly stejnou polarizaci. Ovšem zcela rozlišit dostatečně pro potřeby měření tak, jako červené čáry, se mi je rozlišit nepodařilo.

Při měření Zeemanovského rozštěpení u červené čáry kadmia kolmo na magnetickou indukci jsem změřil oba možné módy - rovnoměrně rozložené tripletu i rovnoměrně rozložené rozštěpené dublety, kde prostřední část tripletu byla potlačena pomocí polarizačního filtru. Naměřené hodnoty jsou v tabulce č.2. Měření pro oba módy jsem provedl vícekrát, abych mohl odhadnout chybu

Tabulka 1: Kalibrace aparatury pomocí Hallovy sondy

I/A	B/T
5,0	0,51
6,0	0,60
7,0	0,69
8,0	0,76
9,0	0,81
10,0	0,85
11,0	0,88
12,0	0,91
13,2	0,94
14,4	0,96
15,2	0,98
16,0	1,00



Obrázek 1: Kalibrace aparatury pomocí Hallovy sondy

Tabulka 2: Měření rovnoměrného rozložení spektrálních čar pro pozorování kolmo na B

$\frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'} = \frac{1}{3}$	$\frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'} = \frac{1}{4}$
I_3/A	I_4/A
11,2	6,1
10,7	6,5
10,6	7,1
10,8	6,8
10,5	5,8
10,4	6,7
10,5	6,3
10,2	6,4
10,6	6,8

způsobenou mými rozlišovacími a pozorovacími schopnostmi. Střední hodnoty proudu, při kterých nastávají tyto módy jsou

$$I_3 = (10,6 \pm 0,3) \text{ A},$$

$$I_4 = (6,5 \pm 0,4) \text{ A}.$$

To odpovídá hodnotám magnetické indukce

$$B_3 = (0,87 \pm 0,01) \text{ T},$$

$$B_4 = (0,65 \pm 0,04) \text{ T}.$$

A to pak odpovídá rozštěpení čar

$$\Delta\lambda_3 = (16,8 \pm 0,2) \text{ pm},$$

$$\Delta\lambda_4 = (12,6 \pm 0,8) \text{ pm}.$$

Teorie předpokládá, že u naší desky by měly být čáry rozštěpeny jako

$$\Delta\lambda_{t_3} = 16,1 \text{ pm},$$

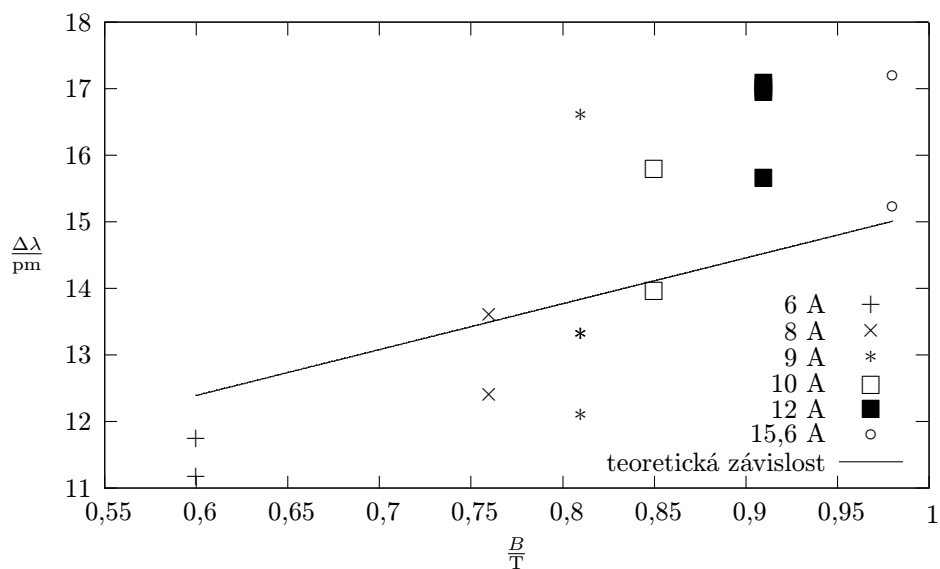
$$\Delta\lambda_{t_4} = 12,1 \text{ pm},$$

což v případě dvou čar, kvůli velké statistické nepřesnosti odpovídá naměřené hodnotě, ale u tripletů je vidět, že se naměřené hodnoty odlišují od teoreticky předpovězené.

Naměřené hodnoty poloh čar pro jednotlivé nastavené hodnoty proudu jsou v tabulce č. 3. V prvním řádku je hodnota nastaveného proudu, v druhém je odpovídající hodnota magnetické indukce z kalibrace provedené na začátku měření. Další 8 řádků jsou naměřené hodnoty poloh interferenčních maxim. K_i jsou pak poměry určené pro rovnici (4) a $\Delta\lambda_i$ jsou tomu odpovídající rozštěpení. $\bar{\Delta\lambda}$ je pak průměrná hodnota mezi dvěma naměřenými hodnotami $\Delta\lambda_1$ a $\Delta\lambda_2$. Chybu měření zde explicitně nepočítám, ale vzhledem k tomu, že je každé měření zatíženo chybou určení 4 poloh dalekohledu a aproximací z teorie, tak odhaduji chybu řádově na 10% $\tilde{20}$ % (navíc při správném výpočtu by se měla chyba násobit Studentovým číslem, které je relativně vysoké, protože je malý počet měření pro jednotlivé proudy). Hodnotu $\bar{\Delta\lambda}$ pak srovnávám s teoretickou hodnotou $\Delta\lambda_t$, která odpovídá rozštěpení pro magnetickou indukci odpovídající naměřenému proudu. Poslední řádek je $\delta = \frac{|\bar{\lambda} - \lambda_t|}{\lambda_t}$, což je vlastně odchylka naměřené hodnoty od teoretické hodnoty. Tato shoda není příliš dobrá, ale pohybuje se do 20%. Grafické znázornění jednotlivých $\Delta\lambda_1$ a $\Delta\lambda_2$ je v obr. grafu č. 2.

Tabulka 3: Měření rozštěpení spektrální čáry v závislosti na magnetické indukci

I/A	6	8	9	9	10	12	12	15,6
B/T	0,60	0,76	0,81	0,81	0,85	0,91	0,91	0,98
x_3/mm	2,08	2,04	3,68	5,95	2,31	5,99	3,09	1,92
y_2/mm	2,19	2,16	3,53	6,10	2,45	6,13	3,20	2,02
x_2/mm	2,22	2,19	3,47	6,16	2,52	6,19	3,26	2,07
z_2/mm	2,27	2,25	3,42	6,21	2,58	6,26	3,32	2,13
y_1/mm	2,37	2,32	3,35	6,28	2,68	6,31	3,37	2,18
x_1/mm	2,41	2,36	3,28	6,35	2,76	6,36	3,43	2,23
z_1/mm	2,46	2,42	3,23	6,38	2,85	6,42	3,51	2,29
x_0/mm	2,61	2,58	3,12	6,56	3,04	6,53	3,66	2,42
K_2	0,242	0,281	0,275	0,275	0,289	0,351	0,353	0,355
K_1	0,231	0,256	0,343	0,250	0,327	0,324	0,350	0,314
$\Delta\lambda_1/pm$	11,7	13,6	13,3	13,3	14,0	17,0	17,1	17,2
$\Delta\lambda_2/pm$	11,2	12,4	16,6	12,1	15,8	15,7	16,9	15,2
$\Delta\lambda/pm$	11,5	13,0	15,0	12,7	14,9	16,3	17,0	16,2
$\Delta\lambda_t/pm$	11,6	14,7	15,7	15,7	16,4	17,6	17,6	19,0
δ	1,3%	11,5%	4,6%	18,9%	9,3%	7,2%	3,3%	14,6%



Obrázek 2: Jednotlivé naměřené body hodnot rozštěpení v závislosti na magnetické indukci

Tabulka 4: Měření rovnoměrného rozložení spektrálních čar pro pozorování rovnoběžně s B

$\frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'} = \frac{1}{4}$
I/A
7,8
7,6
7,6
7,5
7,4
7,6
7,6

Poté jsem určoval opět proud, při kterém nastává rovnoměrné rozdělení čar, ale tentokrát pohledem ve směru magnetického pole, což v tomto uspořádání šlo pouze pro $\frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'} = \frac{1}{4}$. Naměřené hodnoty jsou v tabulce č. 4. Naměřená střední hodnot proudů, pro který nastane rovnoměrné rozložení je

$$I'_4 = (7,6 \pm 0,1) \text{ A},$$

což odpovídá hodnotě magnetické indukce (pokud uvažujeme kalibraci na počátku měření)

$$B'_4 = (0,73 \pm 0,01) \text{ T}.$$

Tomu pak odpovídá rozštěpení čar

$$\Delta\lambda'_4 = (14,1 \pm 0,2) \text{ pm}.$$

Teorie předpovídá, že u naší desky by měly být čáry rozštěpeny jako při předchozím měření a to

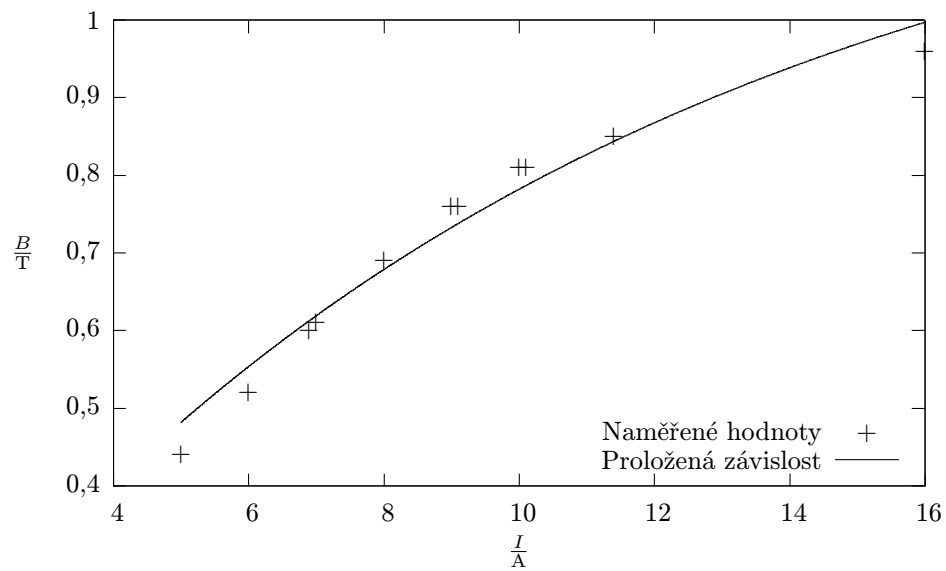
$$\Delta\lambda'_{t_4} = \Delta\lambda_{t_4} = 12,1 \text{ pm}.$$

Je vidět, že toto měření již v rámci chyby neodpovídá teorii, proto jsem se rozhodl provést na konci měření ještě jedno kalibrační měření.

Na závěr jsem provedl znovu kalibraci pomocí Hallovy sondy, abych zjistil, jestli se v průběhu experimentu neměnily podmínky. Zaznamenané hodnoty jsou v tabulce č. 5 a v grafu č. 3. Z naměřených dat je vidět, že v průběhu experimentu se opravdu podmínky měnily, protože stejné hodnoty magnetické indukce byly naměřeny až pro o zhruba jeden ampér vyšší hodnoty proudu.

Tabulka 5: Rekalibrace aparatury pomocí Hallovy sondy po skončení měření

I/A	B/T
16	0,96
10	0,81
9	0,76
8	0,69
7	0,61
6	0,52
5	0,44
6,9	0,60
9,1	0,76
10,1	0,81
11,4	0,85



Obrázek 3: Rekalibrace aparatury pomocí Hallovy sondy po skončení měření

4 Diskuse

Vzhledem k tomu, že provedená kalibrace magnetického pole na základě měření pomocí Hallovy sondy na počátku měření se lišila od kalibrace provedené na konci měření, pak z toho mohu usuzovat, že protékající proud obvodem a jeho jouleovské teplo, které se průchodem proudu uvolňovalo, negativně ovlivnilo měření tím, že v průběhu měření poklesla hodnota magnetické indukce pro stejné hodnoty proudu. Ovšem vzhledem k tomu, že v průběhu měření byly magnety zatěžována nerovnoměrně, tak je evidentní, že nemohu prohlásit, že by pokles byl v průběhu měření lineární. Nejspíš se dokonce v průběhu jednotlivých sad měření mohla magnetická indukce snižovat. Ale na druhou stranu mohu s relativně velkou určitostí tvrdit, že rozpor v druhém měření při rovnoměrném rozložení čar, je způsoben tím, že toto měření bylo provedeno až jako prakticky poslední, kromě rekalibrace, a tedy bylo ovlivněno zahřátím cívek nejspíše největší. Navíc při využití rekalibrace bychom došli k hodnotě magnetické indukce zhruba 0,65 T, což je právě hodnota, kterou jsem naměřil u prvního měření a dá se tak tento rozpor a naměřených datech připsat na vrub právě změně parametru magnetu.

Další znatelná nepřesnost byla vnesena do měření tím, že prakticky všechna měření, kromě kalibrace, záležela na mých pozorovacích a rozlišovacích schopnostech. Vzhledem k tomu, že pro tato měření nemám příliš vytrénované oko, tak je i na měření rovnoměrného rozdělení čar vidět, že mám rozptyl relativně velký. Nemluvě o tom, že takto zjistím pouze rozptyl a ne to, jak moc z hlediska mého vnímání vyvážím systematickou chybu.

5 Závěr

Pozoroval jsem Zeemanovské rozštěpení čar vlivem magnetického pole na červené a zelené čáře kadmia. Pozoroval jsem polarizaci jednotlivých čar a to v pohledu jak kolmo na magnetické pole, tak rovnoběžně s magnetickým polem. Určil jsem měřením hodnoty rozštěpení odpovídající magnetizačním proudům a srovnal je s teoretickými hodnotami.

6 Literatura

- [1] **Studijní text k fyzikálnímu praktiku**
Zeemanův jev
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_417.pdf
- [2] *J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky*
SNTL, Praha 1980