

Pracovní úkol

1. Proměřte závislost magnetické indukce na proudu magnetu.
2. Pomocí kamery změřte ve směru kolmém k magnetickému poli rozštěpení červené spektrální čáry kadmia pro 8-10 hodnot magnetické indukce. Snímky vyhodnoťte vhodným programem podle návodu. Určete polarizaci složek rozštěpené čáry.
3. Totéž proveďte pro 6-8 hodnot indukce při pozorování ve směru magnetického pole. Opět určete polarizaci.
4. Výsledky obou sérií měření vzájemně porovnejte. Určete chyby měření.
5. Kvalitativně popište výsledky pozorování Zeemanova jevu na zelené čáře kadmia ($\lambda = 508,6 \text{ nm}$).

Teorie

P. Zeeman objevil, že spektrální čáry se štěpí na multiplety, pokud na vyzařující atom působí magnetické pole. Pokud se štěpí na triplet, jde o normální Zeemanův jev. Pokud se štěpí na složitější multiplety, jde o anomální Zeemanův jev.

V homogenním magnetickém poli může elektron vykonávat pouze tři pohyby, kterým odpovídají tři různé frekvence. Při pohybu po přímce ve směru magnetického pole na elektron Lorenzova síla nepůsobí a frekvence má tedy stejnou hodnotu ω_0 jako bez pole. Další dva pohyby jsou kruhové v kolmé rovině ke směru magnetické indukce s kladným či záporným smyslem oběhu. Lorenzova síla se tedy přidává s kladným, respektive záporným znaménkem a vznikne zmiňovaný triplet. Frekvence těchto dvou pohybů jsou $\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \Delta\omega$. Pro vlnové délky krajních složek tripletu platí [1]:

$$\lambda_{1,2} = \lambda_0 \pm \Delta\lambda \quad (1)$$

kde
$$\Delta\lambda = \frac{e}{m_e} \frac{\lambda_0^2 B}{4\pi c} \quad (2)$$

kde e/m_e je měrný náboj elektronu, B je magnetická indukce, c rychlost světla ve vakuu. Při pozorování rozštěpení v kolmém směru vektoru magnetické indukce je střední část tripletu lineárně polarizovaná ve směru magnetického pole a obě krajní čáry jsou lineárně polarizovány v kolmém směru. Při pozorování ve směru magnetického pole vidíme pouze krajní kruhově polarizované složky.

Aby bylo rozštěpení dobře pozorovatelné, je nutné, aby posuv spektrální čáry byl alespoň o řád větší než je její šířka. Použijeme tedy spektrometr s Lummer-Gehrckeovou deskou, který má vysoké rozlišení. Pro velikost rozštěpení $\Delta\lambda$ platí [1]:

$$\Delta\lambda \cong \frac{\Delta\beta}{(\Delta\beta)'} \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{N^2-1}} \quad (3)$$

kde $d=4,04\text{mm}$ je tloušťka desky, N index lomu materiálu daný vztahem [1]:

$$N = 1,44263 + \frac{7,065}{\lambda-144} \quad (4)$$

Hodnoty λ se v tomto vztahu dosazují v nm.

$\Delta\beta$ ve vzorci (3) je vzdálenost krajní čáry tripletu od prostřední. $(\Delta\beta)'$ je pak vzdálenost sousedních maxim.

Poměr $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ lze volit experimentálně tak, že budeme moci jen ze znalosti parametrů desky d , N najít hledané rozštěpení $\Delta\lambda$. Pro $\Delta\beta=(\Delta\beta)'$ nám vztah (3) udává velikost disperzní oblasti.

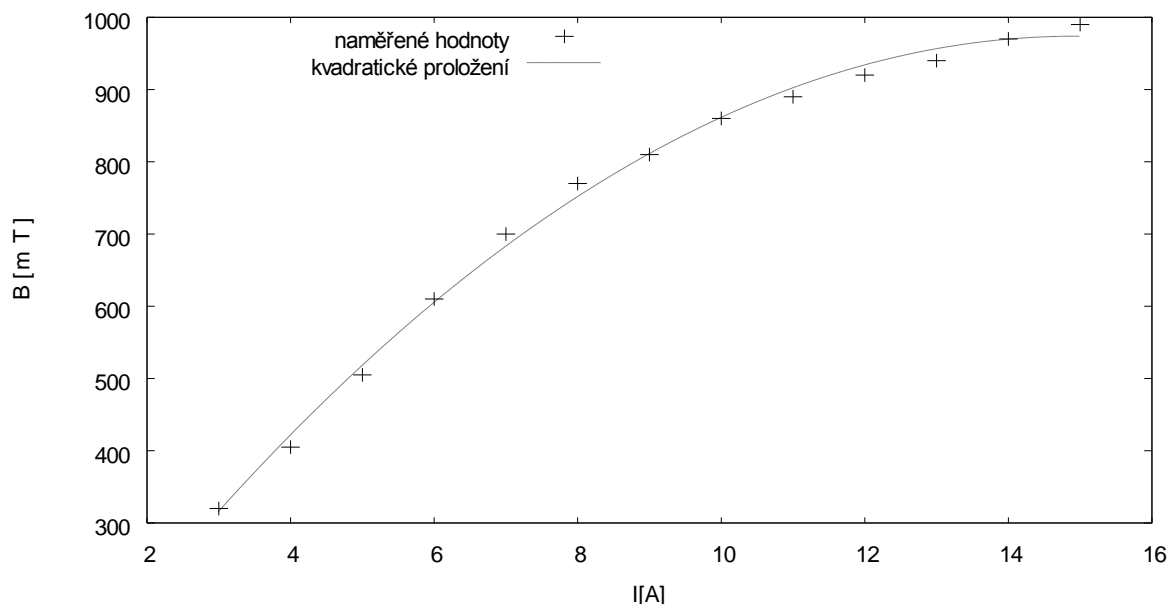
Výsledky měření

Nejprve jsem proměřila závislost magnetické indukce na proudu magnetem. Pro určení velikosti magnetické indukce byl použit voltmetr. Ze získaného napětí jsme pak určili magnetickou indukci podle vztahu $1\text{mV}\approx 10\text{mT}$. Třída přesnosti použitých přístrojů je 1. Použitý rozsah voltmetru byl 15mV, u ampérmetru 20A. Získané hodnoty jsou uvedeny v Tabulce I a zaneseny do Grafu I.

Tabulka I – Závislost magnetické indukce na proudu v magnetu

I [A]	σ_I [A]	U [mV]	σ_U [mV]	B [mT]	σ_B [mT]
3	0,2	32,0	0,2	320	2
4	0,2	40,5	0,2	405	2
5	0,2	50,5	0,2	505	2
6	0,2	61,0	0,2	610	2
7	0,2	70,0	0,2	700	2
8	0,2	77,0	0,2	770	2
9	0,2	81,0	0,2	810	2
10	0,2	86,0	0,2	860	2
11	0,2	89,0	0,2	890	2
12	0,2	92,0	0,2	920	2
13	0,2	94,0	0,2	940	2
14	0,2	97,0	0,2	970	2
15	0,2	99,0	0,2	990	2

Graf I - Závislost magnetické indukce na proudu protékajícím magnetem



V Grafu I je vyneseno také proložení naměřené závislosti polynomem druhého stupně.

$$B[\text{mT}] = a \cdot I[\text{A}]^2 + b \cdot I[\text{A}] + c$$

Získala jsem tyto hodnoty parametrů:

$$a = (-4,6 \pm 0,3)$$

$$b = (138 \pm 6)$$

$$c = (-58 \pm 23)$$

Tuto závislost používám při dalším měření pro určení velikosti magnetické indukce. Uvedené chyby jsou pouze chybami fitu provedeného programem Gnuplot.

Podle vztahu (3) jsem vypočetla velikost disperzní oblasti pro červenou čáru kadmia o vlnové délce $\lambda = 643,8 \text{ nm}$. Pro tento výpočet uvažujeme $\Delta\beta = (\Delta\beta)'$.

$$\lambda_D = 0,0484 \text{ nm}$$

Dále jsem určovala šířku rozštěpení červené spektrální čáry kadmia ve směru kolmém i rovnoběžném s vektorem magnetické indukce.

Ve směru kolmém jsem určila hodnotu proudu, kdy bylo pozorováno pokrytí plochy v dalekohledu ekvidistantně vzdálenými čarami. Pokud je přítomno magnetické pole, toto rovnoměrné pokrytí odpovídá situaci, kdy $\Delta\beta/(\Delta\beta)'=1/3$. Dále jsme pomocí polarizátoru vybrali pouze světlo polarizované lineárně ve směru kolmém na vektor magnetické indukce, tedy byly vidět pouze krajní čáry tripletu. Pokud se nastaví znovu rovnoměrné pokrytí v tomto uspořádání, dostaneme situaci, kdy $\Delta\beta/(\Delta\beta)'=1/4$.

Pro směr rovnoběžný s magnetickým polem jsou vidět pouze krajní čáry tripletu, tedy nastavením rovnoměrného pokrytí dostaneme poměr $\Delta\beta/(\Delta\beta)'=1/4$. Výsledky jsou uvedeny v Tabulce II.

Tabulka II – Velikost proudu pro poměry $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ 1/3 a 1/4

	$\Delta\beta/(\Delta\beta)' = 1/3$ kolmý směr na B	$\Delta\beta/(\Delta\beta)' = 1/4$ kolmý směr na B	$\Delta\beta/(\Delta\beta)' = 1/4$ rovnoběžný směr s B
I [A]	10,6	6,8	7,0
	10,6	6,7	7,2
	10,2	7,0	7,2
	-	6,7	6,8
	-	-	6,8

Dále jsem pro další tři (resp. čtyři pro rovnoběžný směr s B) hodnoty proudu změřila vzdálenosti mezi sousedními dvěma maximy a velikost rozštěpení. Vzdálenosti jsem odečítala pomocí posuvného kříže v dalekohledu. Tyto vzdálenosti jsou neznámého měřítka, avšak potřebujeme jen jejich poměr. Získala jsem tedy velikost poměru $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$.

Tyto vzdálenosti jsem měřila vždy pro pět různých maxim.

Naměřené hodnoty ze směru kolmého k magnetickému poli jsou uvedeny v Tabulce III, hodnoty změřené ve směru rovnoběžném v Tabulce IV.

Tabulka III – Poměr $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ pro různé hodnoty proudu magnetem – kolmý směr na vektor magnetické indukce

I = 6 A					
$\Delta\beta$	3	3	3	2	3
$(\Delta\beta)'$	15	14	15	14,5	13
$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$	0,20	0,21	0,20	0,14	0,23
I = 8,1 A					
$\Delta\beta$	5	5	4	4	3
$(\Delta\beta)'$	18,5	20	15,5	15	12,5
$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$	0,27	0,25	0,26	0,27	0,24
I = 9 A					
$\Delta\beta$	6	8	4,5	4	6
$(\Delta\beta)'$	20	24	12	12,5	16
$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$	0,30	0,33	0,38	0,32	0,38

Tabulka IV – Poměr $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ pro různé hodnoty proudu magnetem – rovnoběžný směr na vektor magnetické indukce

I = 6 A					
$\Delta\beta$	3	2,75	2,5	2,5	2
$(\Delta\beta)'$	12	12	12	11	11
$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$	0,25	0,23	0,21	0,23	0,18
I = 8 A					
$\Delta\beta$	3,5	3,5	3,5	4,25	4,5
$(\Delta\beta)'$	12	12	12	11	11
$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$	0,29	0,29	0,29	0,39	0,41
I = 9,3 A					
$\Delta\beta$	4	3,5	4	4,5	4,5
$(\Delta\beta)'$	12	12	12	11	11
$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$	0,33	0,29	0,33	0,41	0,41
I = 10,7 A					
$\Delta\beta$	4,5	5	4	4	4,25
$(\Delta\beta)'$	12	12	12	11	11
$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$	0,38	0,42	0,33	0,36	0,39

Výsledné hodnoty hledaných poměrů z Tabulek II-IV jsem zanesla zvlášť do Tabulky V. Výsledný poměr $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ je určen jako aritmetický průměr získaných hodnot. Pomocí vztahu (3), kde již znám velikost disperzní oblasti, jsem nakonec určila velikost rozštěpení čar $\Delta\lambda$. Hodnoty magnetické indukce B v Tabulce V jsou vypočteny ze známé hodnoty proudu podle kvadratické závislosti fitované v Grafu I.

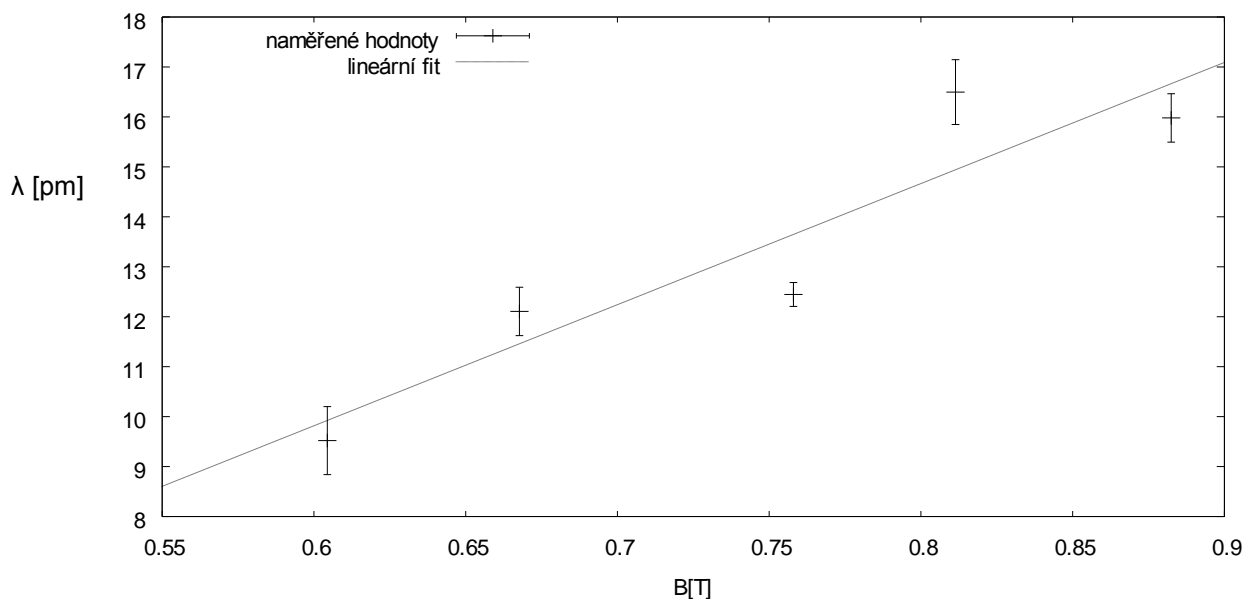
Tabulka V – Rozštěpení spektrálních čar v závislosti na proudu magnetem

I [A]	B [T]	$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ kolmý směr na B	$\Delta\lambda$ [pm]	$\sigma_{\Delta\lambda}$ [pm]
6,0	0,60	0,20	9,5	0,7
6,8	0,67	0,25	12,1	0,5
8,1	0,76	0,26	12,5	0,2
9,0	0,81	0,34	16,5	0,6
10,5	0,88	0,33	16,0	0,5
I [A]	B [T]	$\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ rovnoběžný směr k B	$\Delta\lambda$ [pm]	
6,0	0,60	0,22	10,6	0,5
7,0	0,68	0,25	12,1	0,5
8,0	0,75	0,33	16,8	1,1
9,3	0,83	0,36	17,2	1,0
10,7	0,89	0,38	18,2	0,6

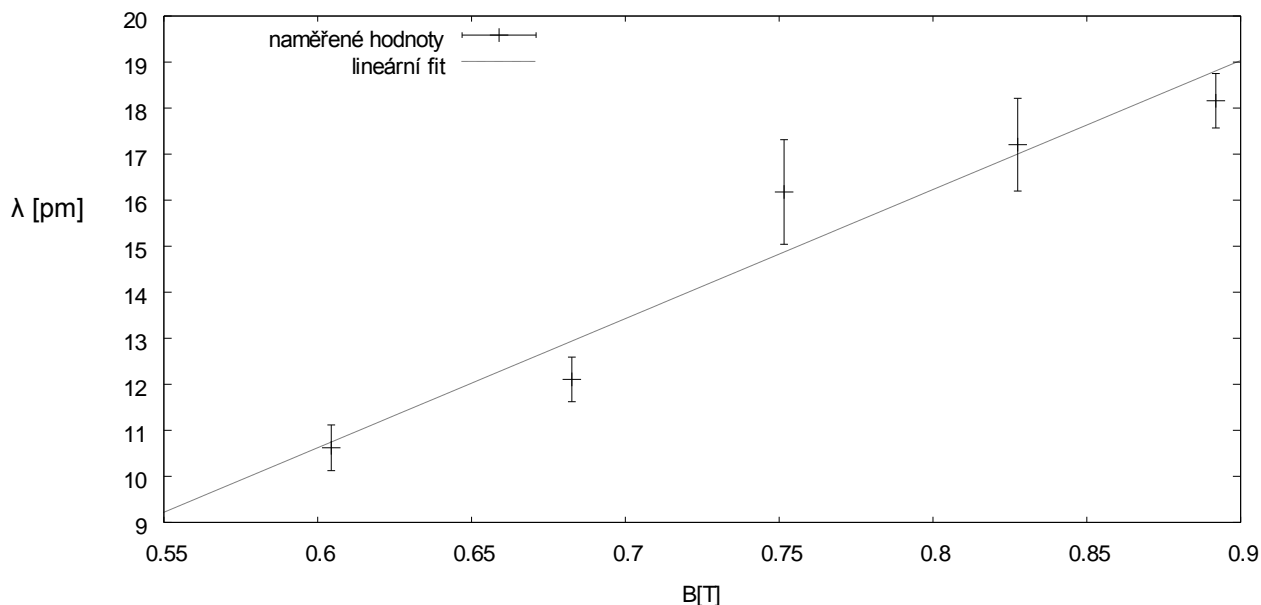
Chyby $\Delta\lambda$ jsou určeny z relativních chyb poměru $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$. Tuto chybu jsem určila jako chybu aritmetického průměru. V 2., 5., a 8. řádku tabulky jsou hodnoty získané z poměru $\Delta\beta/(\Delta\beta)'=1/3$, resp. $1/4$, tedy při hledání proudu magnetem, kdy je pokrytí čarami rovnoměrné. Tady jsem uvažovala chybu určení tohoto poměru jako $\pm 0,01$.

Naměřenou závislost rozštěpení $\Delta\lambda$ na magnetické indukci B při pozorování ve směru kolmém, resp. rovnoběžném na vektor magnetické indukce jsem zanesla do Grafu II, resp. III. Jsou tam uvedeny také získané chyby tohoto rozštěpení.

Graf II - Závislost rozštěpení červené čáry kadmia na magnetické indukci - směr kolmý na vektor magnetické indukce



Graf III - Závislost rozštěpení červené čáry kadmia na magnetické indukci - směr rovnoběžný s vektorem magnetické indukce



Při měření ve směru kolmém k magnetické indukci jsem pomocí polarizátoru ověřila, že prostřední čára v tripletu je lineárně polarizovaná rovnoběžně se směrem magnetického pole a krajní čáry mají lineární polarizaci ve směru kolmém. Při pozorování ve směru rovnoběžném s magnetickou indukci nebyla po zapnutí pole střední čára tripletu vůbec vidět, tedy je lineárně polarizovaná rovnoběžně s magnetickým polem. Pomocí čtvrtvlnné destičky a polarizátoru jsem zjistila, že krajní čáry jsou polarizované kruhově.

Nakonec jsem pozorovala zelenou čáru kadmia o vlnové délce $\lambda=508,6$ nm. Při zvyšování magnetického pole se čára rozštěpila. Při dalším zvyšování se pak jednotlivé čáry slily v jednolitý pás. Z toho usuzuji, že šlo o vícenásobný multiplet, tedy o anomální Zeemanův jev.

Diskuze

Nejprve jsem proměřila závislost magnetické indukce na proudu magnetu. Třída přesnosti použitých přístrojů jsou 1. Při daných rozsazích je tedy chyba měření proudu $\sigma_I = \pm 0,2A$, chyba měření napětí $\sigma_U = \pm 0,15V$. Další chybu může vnést přepočítání naměřeného napětí na velikost magnetické indukce B. Tento přepočítání je dán jako $1mV \approx 10mT$. Z tohoto vztahu usuzuji, že relativní chyba napětí by měla být stejná jako relativní chyba určení magnetické indukce. Avšak přepočítání nemusí být zcela lineární. Odhaduji proto chybu $\eta_B < 5\%$.

Naměřenou závislost jsem proložila kvadratickou funkcí, jak je uvedeno v Grafu I. Tento fit ji dobře vystihuje. Použila jsem jej při dalším měření pro určení velikosti magnetické indukce při známém proudu magnetem.

Ve směru kolmém i rovnoběžném k vektoru magnetické indukce jsem nastavovala rovnoměrné pokrytí čarami. Protože jsem toto měření provedla pro hledaný proud 3 až 5-krát, chyba měření je velmi malá. Chybu poměru $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ uvažuji $\pm 0,1$.

Chyba těchto poměrů u dalších měření je spočtená jako chyba aritmetického průměru jednotlivých měření. Výslednou velikost rozštěpení $\Delta\lambda$ jsem určovala podle vzorce (3), kde jsem nalezený poměr $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$ vynásobila spočtenou velikostí disperzní oblasti $\lambda_D=0,0484$ nm. Relativní chyba $\Delta\lambda$ se musí rovnat relativní chybě daného poměru $\Delta\beta/(\Delta\beta)'$.

Výsledné závislosti velikosti rozštěpení na magnetické indukci jsou včetně vypočtených chyb zaneseny pro oba měřené směry v Grafech II a III. Jak je vidět z těchto grafů, lineární fit nevystihuje dobře naměřenou závislost ani v rámci chyb. Podle mého uvážení jsem podcenila dané chyby. Pravděpodobně jsem vnesla do experimentu odchylku při samotném měření a nepřesném odměření vzdáleností rozštěpených čar.

Závěr

Zkoumali jsme normální Zeemanův jev na červené čáře kadmia o vlnové délce $\lambda = 643,8$ nm. Proměřila jsem závislost magnetické indukce na proudu v magnetu. Tato závislost je zanesena v Tabulce I a znázorněna na Grafu I.

Určila jsem velikost disperzní oblasti pro tuto čáru jako **$\lambda_D = 0,0484$ nm**.

Proměřila jsem závislost rozštěpení červené čáry kadmia na velikosti magnetické indukce při pozorování v kolmém směru na vektor magnetické indukce. Dále jsem proměřila tutéž závislost pro pozorování ve směru rovnoběžném s magnetickým polem. Výsledné závislosti jsou zaneseny do Grafů II a III.

Nakonec jsem pozorovala anomální Zeemanův jev na zelené čáře kadmia o vlnové délce $\lambda = 508,6$ nm.

Použitá literatura

[1]: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_417.pdf - studijní text k úloze