

### Pracovní úkol

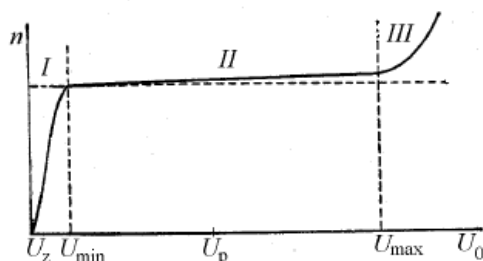
1. Změřte charakteristiku Geigerova-Müllerova detektoru pro záření gamma a u jednotlivých měření stanovte chybu a vyznačte ji do grafu. Určete délku a sklon plata v charakteristice detektoru a diskutujte přesnosti v určení těchto veličin.
2. Změřte mrtvou dobu detektoru metodou dvou zářičů a stanovte chybu měření.
3. Studujte počty naměřených impulsů v různých časových intervalech srovnajte jejich rozdělení s Poissonovým, respektive Gaussovým rozdělením.
4. Změřte intenzitu záření pro dvě různé vzdálenosti zářiče od detektoru a určete v obou případech dobu, po kterou je nutno měřit (intenzitu i pozadí), aby byla dosažena statistická přesnost 1 %.

### Teorie

Geigerův-Müllerův detektor je plynovým detektorem. Je to výbojka, která pracuje nad prahem zapálení výboje. Detekované záření vybudí prvotní ionizaci, která dále zapříčiní lavinovitou ionizaci náboje výbojky a tedy v příslušném obvodu detekujeme silný proudový impuls. GM detektor však není schopen rozlišit energii ani druh původního dopadajícího záření.

GM detektory se nejčastěji konstruují v koaxiálním uspořádání. Vnější válcová elektroda je katoda, v jejíž ose je umístěna anoda. Po dopadu ionizujícího záření vzniknou v detektoru kladný iont a záporný elektron. Ty se pohybují vlivem elektrického pole směrem k příslušným elektrodám. Elektrony v blízkosti anody jsou urychlovány silným elektrickým polem tak, že ionizují a excitují určitý počet atomů ve svém okolí. Touto ionizací vzniká promární lavina volných elektronů. Excitované atomy emitují při deexcitaci fotony, které při dopadu na katodu mohou produkovat fotoelektrony. Ty způsobují sekundární vlny elektronů při svém pohybu k anodě. Proud v detektoru tedy exponenciálně rste k maximum  $I_m$ , kdy napětí na detektoru poklesne natolik, že už nejsou splněny podmínky pro existenci výboje.

Četnost detekovaných pulzů je závislá na napětí  $U$  mezi elektrodami. Tato závislost se nazývá charakteristikou detektoru. Při moc nízkém napětí nevznikají v detektoru pulzy, při příliš vysokém naopak vznikají tzv. pulsy falešné. Charakteristika je znázorněna na obr.1.



Obr.1 – charakteristika GM detektoru

Pracovní napětí je třeba volit uprostřed plata charakteristiky (oblast II na obr.1). Sklon plata a jeho délka vypovídá o kvalitě detektoru. Sklon by neměl přesahovat 3% na 100V a délka by měla být alespoň 100V, pak je detektor kvalitní.

Mrtvá doba detektoru je doba, při které detektor není schopen zaznamenat další impuls, protože je v něm rozvinut ještě ten předchozí. K určení mrtvé doby použijeme metodu dvou zářičů. Změříme četnost pulzů pozadí  $n_{p1}$ , pak dáme k detektoru první zářič a změříme četnost pulzů  $n_1$ . Aniž bychom prvním zářičem pohnuli, přidáme zářič druhý a změříme četnost  $n_{12}$ , dále četnost jen druhého zářiče  $n_2$  a nakonec znovu pozadí  $n_{p2}$ . Aritmetický průměr hodnot  $n_{p1}$  a  $n_{p2}$  označíme  $n_p$ . Mrtvá doba detektoru se pak spočte podle vztahu [1]:

$$\tau = \tau_1 \left[ 1 + \frac{\tau_1}{2} (n_{12} - n_p) \right] \quad (1)$$

kde 
$$\tau_1 = \frac{n_1 + n_2 - n_{12} - n_p}{2(n_1 - n_p)(n_2 - n_p)} \quad (2)$$

Relativní chybu veličiny  $\tau$  lze určit pomocí relativní chyby  $\tau_1$ . Zanedbáme-li chybu jmenovatele ve vzorci (2), platí [1]:

$$\eta_{\tau 1} = \frac{\sigma_{\tau 1}}{\tau_1} = \frac{\sqrt{n_1 + n_2 + n_{12} + n_p}}{n_1 + n_2 - n_{12} - n_p} \quad (3)$$

Pravděpodobnost naměření počtu  $N$  částic je pro velké počty dána Poissonovým rozdělením [1].

$$P(N) = \frac{\mu^N}{N!} e^{-\mu} \quad (4)$$

kde  $\mu$  je střední hodnota počtu naměřených částic za zvolený časový interval.

Pro  $\mu \rightarrow \infty$  přechází Poissonovo rozdělení v Gaussovo [1].

$$P(N) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(N-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

kde pro statistický rozptyl platí  $\sigma^2 = \mu$ .

Chyba měření s Poissonovým rozdělením je:

$$\sigma = \sqrt{N} \quad (6)$$

kde  $N$  je počet naměřených impulzů.

Někdy potřebujeme zjistit jak dlouhý časový úsek máme měřit, abychom dosáhli určité relativní chyby. Počet impulzů roste s časem lineárně, proto čas vynásobíme faktorem  $f$  vypočítaným ze vztahu:

$$\eta = \frac{\sqrt{Nf} + \sqrt{N_p f}}{Nf - N_p f} \quad (7)$$

kde  $N$  je počet naměřených impulzů se zářičem,  $N_p$  je počet naměřených impulzů pozadí a  $\eta$  je požadovaná relativní chyba.

#### Výsledky měření

Nejprve jsem naměřila charakteristiku GM detektoru v rozmezí napětí  $U=270-464V$ . Je zanesena do Tabulky I a Grafu I. Čas detekování částic při jednom napětí byl  $t=40s$ . Chybu počtu naměřených částic jsem vypočetla podle vztahu (6).

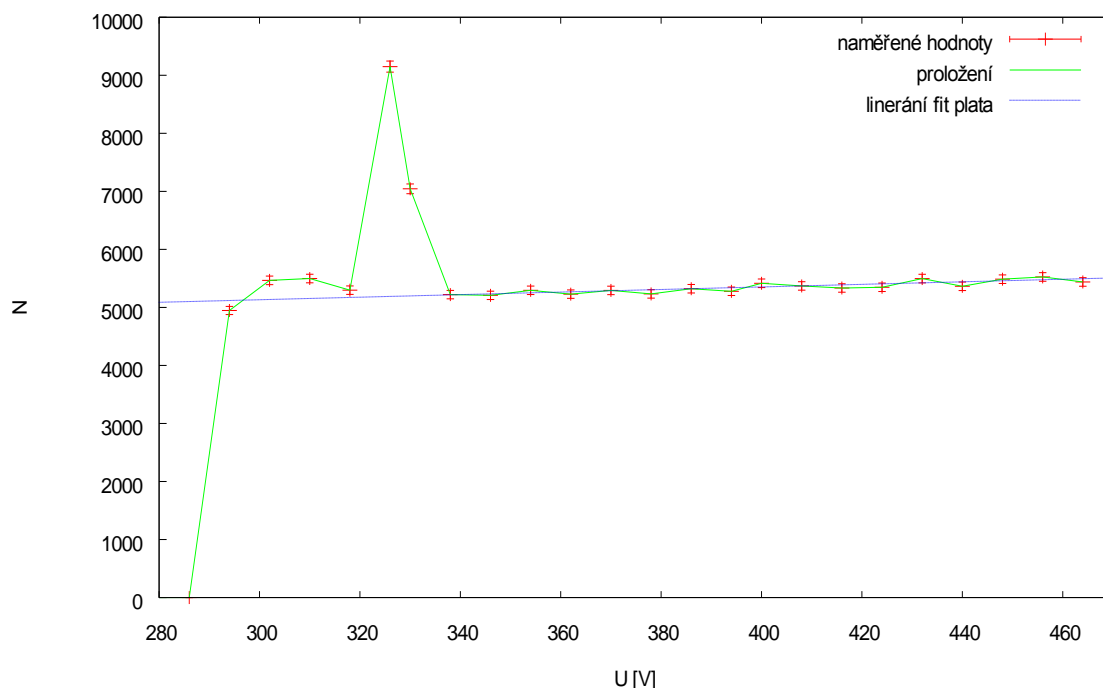
**Tabulka I – charakteristika GM detektoru**

U [V]	N	$\sigma_N$	U [V]	N	$\sigma_N$
270	0	0	370	5293	73
278	0	0	378	5233	72
286	0	0	386	5322	73
294	4947	70	394	5278	73
302	5466	74	400	5416	74
310	5498	74	408	5370	73
318	5297	73	416	5335	73
326	9149	96	424	5347	73
330	7044	84	432	5497	74
338	5221	72	440	5364	73
346	5208	72	448	5487	74
354	5295	73	456	5525	74
362	5229	72	464	5439	74

V Grafu I je zanesena závislost počtu detekovaných částic na napětí. Dále také lineární proložení plata charakteristiky. Rovnice tohoto fitu je  $N=aU+b$ , kde  $a=(2,2089 \pm 0,3232)V$  a  $b=(4459,01 \pm 130,2)$ . Pokud získanou hodnotu parametru  $a$  vydělíme 40ti, získáme směrnici přímky pro závislost četnosti detekovaných částic za 1s na napětí. Z toho vypočteme sklon plata  $s=(3,2 \pm 0,5)\%$ .

Délku plata bohužel nelze přesně určit, protože maximální povolené napětí při měření bylo pouze  $U=460V$ . Při tomto napětí jsme však v charakteristice stále v oblasti plata. Můžeme tedy pouze říct, že plato má délku větší než 126V.

Graf I - Charakteristika GM detektoru



Pro další měření jsem používala pracovní napětí  $U=400V$ .

Mrtvou dobu detektoru jsem naměřila metodou dvou zářičů. Získané hodnoty počtu detekovaných částic a četností detekovaných částic za 1s jsou uvedeny v Tabulce II. Doba jednoho měření byla  $t=400s$ .

**Tabulka II – Mrtvá doba detektoru**

	N	$\sigma_N$	$n [s^{-1}]$	$\sigma_n [s^{-1}]$
pozadí 1	868	29	2,17	0,07
zářič 1	43024	207	107,6	0,5
zářič 12	76417	276	191,0	0,7
zářič 2	39592	199	99,0	0,5
pozadí 2	864	29	2,16	0,07
pozadí průměr	866	21	2,17	0,05

Podle vztahů (1) a (2) jsem pak určila mrtvou dobu detektoru  $\tau$ .

$$\tau = (0,69 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} s$$

Pomocí počítačového programu, který byl k dispozici u úlohy jsem změřila histogram počtu impulzů zaznamenaných v pěti různých časových intervalech. Naměřené závislosti jsem vynesla do grafů II-VI. Dále jsou v nich uvedeny křivky Poissonova a Gaussova rozdělení, s kterými závislost srovnávám. Srovnání s Poissonovým rozdělením provedl počítač v praktiku přímo při měření. Gaussovo rozdělení jsem nechala fitovat programem Gnuplot podle vztahu (5).

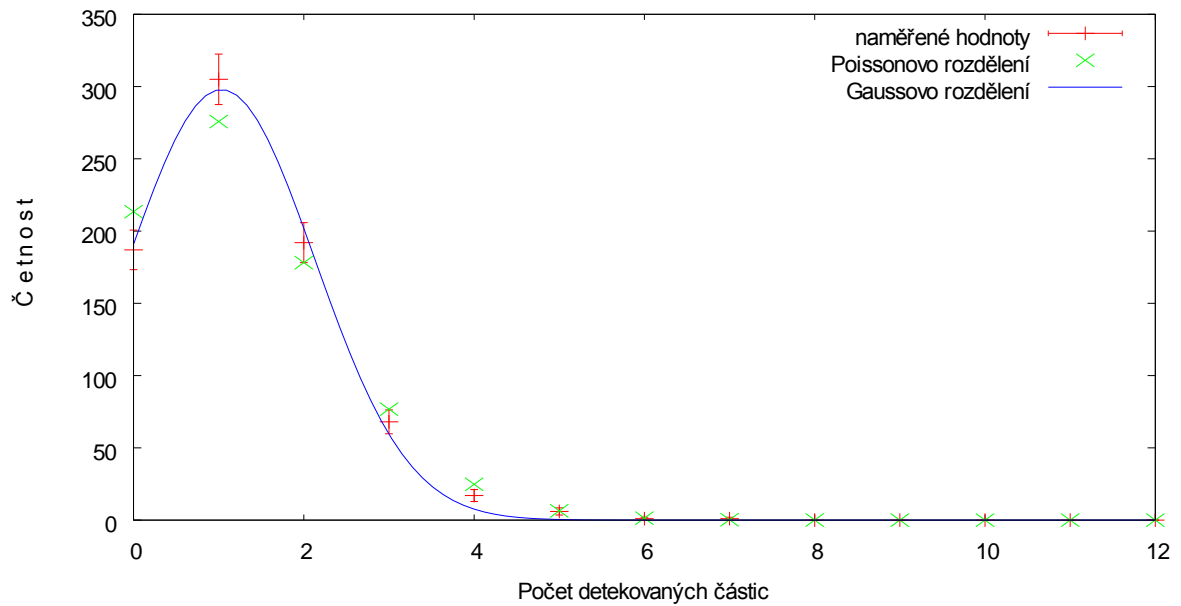
Parametry rozdělení jsou uvedeny v Tabulce III. Jako  $\mu$  je označena střední hodnota daného rozdělení,  $p$  je pak jeho rozptyl. Chyby fitovaných parametrů jsou označeny jako  $\sigma$ . Tyto chyby jsou pouze chybami fitu.

Při měření byl vzorek umístěn do takové vzdálenosti od detektoru, aby četnost impulzů 40 detekcí za 1s.

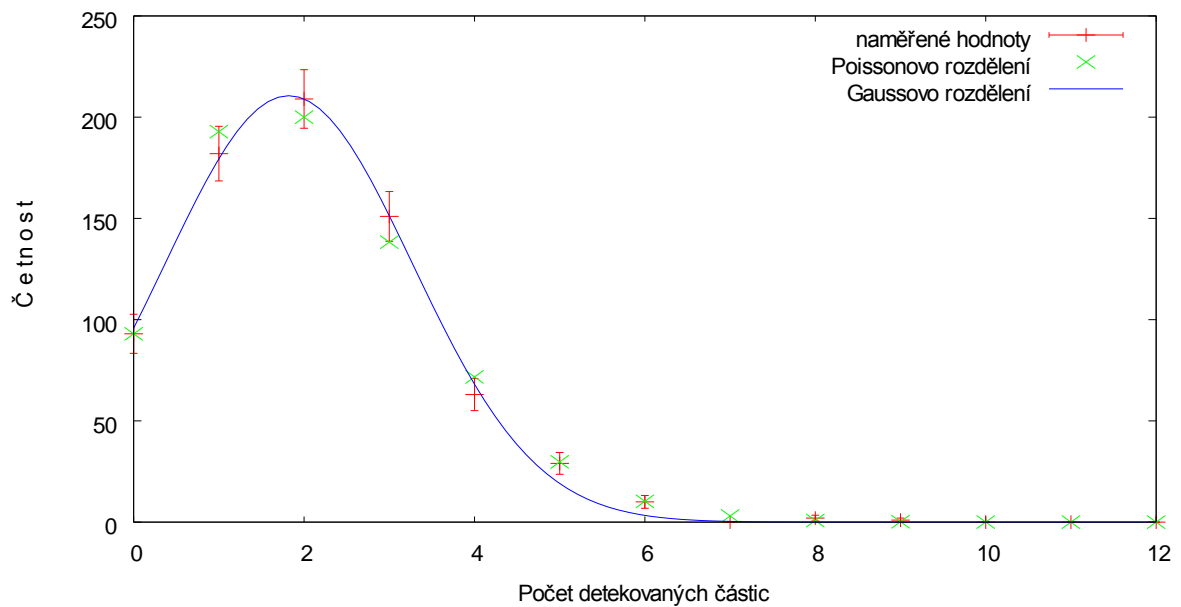
**Tabulka III – Parametry rozdělení**

$\Delta t$ [ms]	$\mu_P$ [V]	$\sigma_{\mu P}$ [V]	$\mu_G$ [V]	$\sigma_{\mu G}$ [V]	$\rho_G$ [V]	$\sigma_{\rho G}$ [V]
30	1,29	0,05	1,03	0,02	1,09	0,03
50	2,07	0,01	1,820	0,007	1,450	0,008
100	4,01	0,08	3,69	0,08	1,87	0,08
800	31,9	0,1	31,7	0,3	5,8	0,3
1000	40,2	0,2	39,8	0,3	6,7	0,3

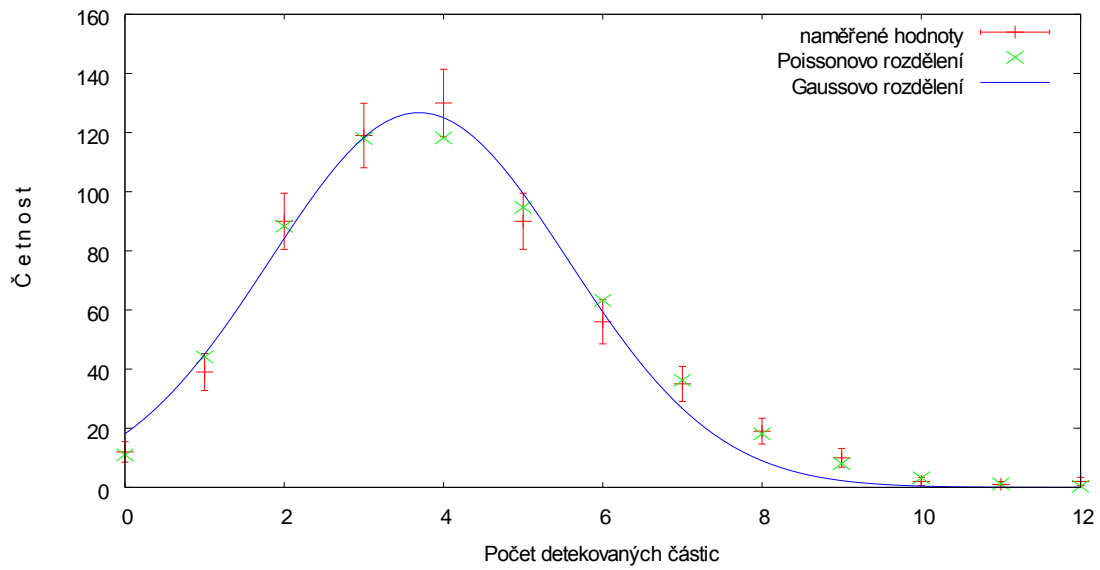
Graf II - Histogram četnosti detekovaných částic pro časový interval 30ms



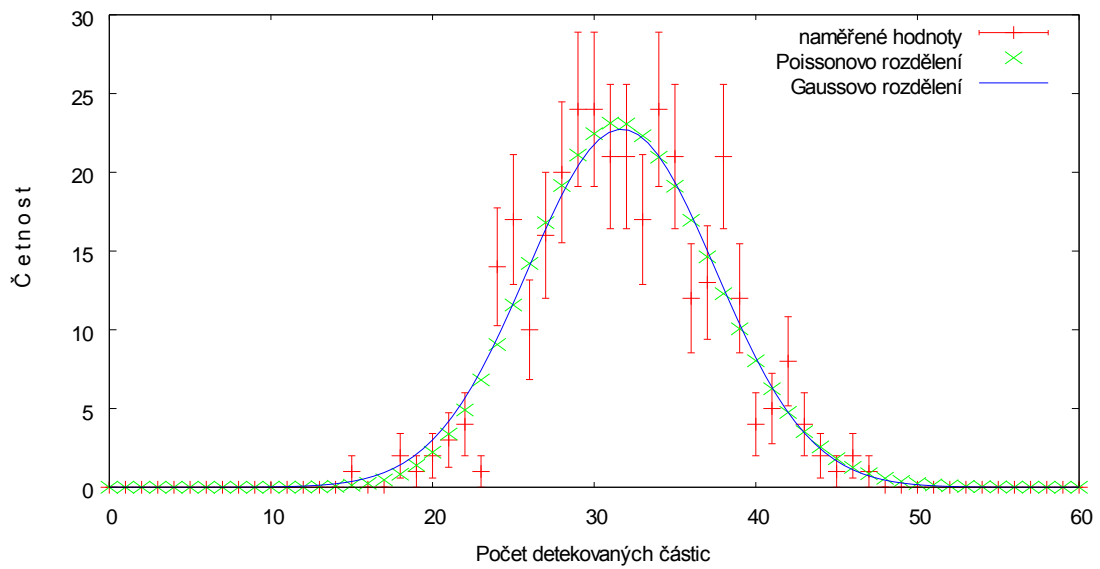
Graf III - Histogram četnosti detekovaných částic pro časový interval 50ms



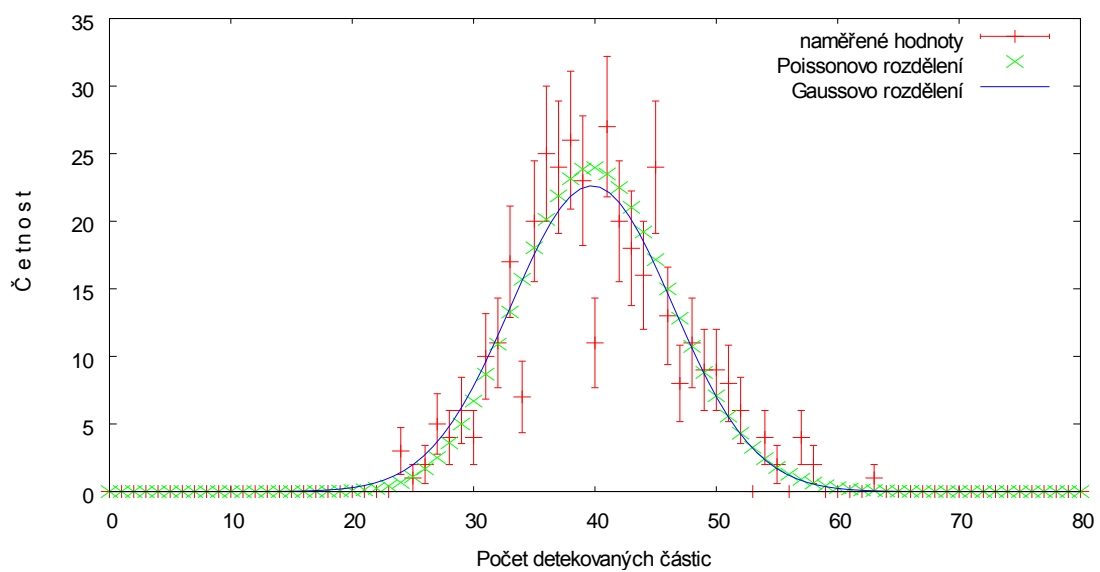
Graf IV - Histogram četnosti detekovaných částic pro časový interval 100ms



Graf V - Histogram četnosti detekovaných částic pro časový interval 800ms



Graf VI - Histogram četnosti detekovaných částic pro časový interval 1000ms



V posledním úkolu jsem změřila intenzitu záření pro dvě různé vzdálenosti zářiče od detektoru. Měření probíhalo vždy po dobu 400s. Počet impulzů pozadí jsem použila z měření úkolu 2, taktéž intenzitu záření pro nulovou vzdálenost zářiče od detektoru. Vypočítala jsem faktor  $f$  ze vzorce (7), kterým je potřeba vynásobit dobu měření, abychom dosáhli chyby menší než  $\eta=1\%$ . Potřebná doba je uvedena v Tabulce IV.

**Tabulka IV – Čas  $t$  potřebný k měření, abychom dosáhli chyby  $\eta=1\%$  při vzdálenosti vzorku  $d$**

$d$ [cm]	$\sigma_d$ [cm]	$N$	$\sigma_N$	$N_{\text{pozadí}}$	$\sigma_{N_{\text{pozadí}}}$	$t$ [s]	$\sigma_t$ [s]
0	0	43024	207	866	21	126	1
2,2	0,2	10834	104	866	21	720	20
4,5	0,2	6982	84	866	21	1370	50

### Diskuze

Při proměřování charakteristiky detektoru jsem zvolila nejmenší možný krok 8V. Tento krok je dostatečně malý na určení sklonu charakteristiky a délky plata. Jak je vidět z Grafu I, v okolí napětí  $U=330$  V je maximum, o kterém teorie nic neříká. Má hypotéza je, že by to mohlo být způsobeno tím, že do tohoto napětí nevznikají v detektoru žádné výboje, ale záření tam stále posíláme. Tedy mohou být v náplni detektoru přítomny nějaké volné ionty. Ty by mohly zapříčinit lavinový výboj při dalším zvyšování napětí.

Sklon plata jsem určila jako  $s=(3,2 \pm 0,5)\%$ . V rámci zjištěné chyby tento sklon odpovídá kvalitnímu GM detektoru, jak je popsán v [1]. Délku plata nebylo možné zcela určit. Při povoleném maximum napětí jsme stále v oblasti plata charakteristiky, tedy nemůžeme určit, kde je jeho konec. Lze pouze říct, že plata je delší než 126V.

Při určování mrtvé doby detektoru jsme dosáhli relativně dobré chyby měření. Relativní chybu  $\tau_1$  jsem vypočítala pomocí vztahu (3). Relativní chyby četností určíme z chyby Poissonova rozdělení. Ze známé relativní chyby  $\tau_1$ ,  $n_{12}$  a  $n_p$  jsem pak pomocí vztahů uvedených v ([2], seminar 1) určila výslednou chybu mrtvé doby  $\tau$ .

Histogramy počtu detekovaných částic za pět různých časových intervalů jsou uvedeny v Grafech II – VI. Jak je z nich vidět, při kratších časových intervalech se naměřená závislost blíží spíše Poissonovu rozdělení, ale pro intervaly  $t=800$ s a  $t=1000$ s tato dvě rozdělení téměř splývají. Mělo by tady také platit pro Gaussovo rozdělení  $\sigma^2=\mu$ .

V tabulce IV jsou shrnuty výsledky posledního měření. Abychom dosáhli relativní chyby měření  $\eta=1\%$ , museli bychom dobu měření zvýšit - pro zářič vzdálený 4,5cm dokonce na 1370s. Toto není z časových důvodů v praxi možné. Toto velké navýšení je dáno zejména Poissonovým rozdělením. Pokud chceme přesnost zdvojnásobit, musíme naměřit čtyřikrát více hodnot.

### Závěr

Změřili jsme charakteristiku GM počítače. Je zobrazena v Grafu I. Délka plata je  $\geq 126$  V, jeho sklon jsme zjistili jako  $s=(3,2 \pm 0,5)\%$ . Podle kritérií uvedených v [1] je možné považovat použitý detektor za kvalitní.

Stanovili jsme mrtvou dobu detektoru a její chybu  $\tau=(0,69 \pm 0,02) \cdot 10^{-3}$ s.

Proměřili jsme histogramy počtu detekovaných částic za jednotku času  $\Delta t$ , pro pět různých časových úseků. Výsledky měření i srovnání s Poissonovým a Gaussovým rozdělením jsou znázorněny v Grafech II – VI.

Změřili jsme intenzitu záření pro tři různé vzdálenosti zářiče od detektoru. Abychom dosáhli chyby měření  $\eta=1\%$ , musíme při nulové vzdálenosti zářiče detektovat záření po dobu  $t_{0cm}=(126 \pm 1)$ s, při vzdálenosti 2,2 cm je nutná doba detekce  $t_{2,2cm}=(720 \pm 20)$ s a pro vzdálenost 4,5cm je tato doba  $t_{4,5cm}=(1370 \pm 50)$ s.

### Použitá literatura

[1] <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/> - studijní text k úloze

[2] <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/index.htm> - Jakub Čížek, Úvod do praktické fyziky