

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM IV – Jaderná a subjaderná fyzika

Úloha č. A14

Název: Studium statistických jevů při jaderném rozpadu Geigerovým Mülerovým detektorem

Pracoval: Radim Pechal

dne 6. října 2009

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkol

1. Změřte charakteristiku Geigerova–Müllerova detektoru pro záření gamma a u jednotlivých měření stanovte chybu a vyznačte ji do grafu. Určete délku a sklon plata v charakteristice detektoru a diskutujte přesnosti v určení těchto veličin.
2. Změřte mrtvou dobu detektoru metodou dvou zářičů a stanovte chybu měření.
3. Studujte počty naměřených impulsů v různých časových intervalech srovnajte jejich rozdělení s Poissonovým, respektive Gaussovým rozdělením.
4. Změřte intenzitu záření pro dvě různé vzdálenosti zářiče od detektoru a určete v obou případech dobu, po kterou je nutno měřit (intenzitu i pozadí), aby byla dosažena statistická přesnost 1%.

Teoretický úvod

Geigerův–Müllerův detektor je tzv. plynový detektor. Obvykle je tvořen vnějším válcem, který představuje katodu a vnitřním válcem, který představuje anodu. Prostor mezi těmito válci je naplněn vodíkem, nebo některým inertním plynem. Takto uspořádaný detektor představuje výbojku, která je na samém prahu zapálení. Při průchodu ionizovaného záření přes prostor detektoru, dochází k lavinové ionizaci. To způsobí výboj mezi elektrodami, který můžeme zaznamenat.

Činnost detektoru je závislá na napětí, které je přivedeno na elektrody. Pokud je napětí příliš nízké, nedochází k lavinové ionizaci a detektor zaznamená jen velmi málo impulsů. Pro příliš velké napětí naopak dochází k zaznamenávání falešných impulsů.

Po zaznamenání impulsu není detektor schopen zaznamenat další impuls. Této době říkáme mrtvá doba. Mrtvou dobu je možné určit pomocí dvou zářičů. Pokud změříme četnost impulsů prvního zářiče n_1 , četnost impulsů druhého zářiče n_2 a četnost impulsů obou zářičů n_{12} a četnost impulsů bez zářičů (pozadí) n_p můžeme dle [1] určit mrtvou dobu vztahem

$$\tau = \tau_1 \left[1 + \frac{\tau_1}{2} (n_{12} - n_p) \right], \quad (1)$$

kde

$$\tau_1 = \frac{n_1 + n_2 - n_{12} - n_p}{2(n_1 - n_p)(n_2 - n_p)}. \quad (2)$$

Pravděpodobnost, že za určitý časový interval t dojde k n rozpadům jader je dána pro velký počet jader tzv. Poissonovým rozdělením, které jde vyjádřit vztahem

$$P(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}, \quad (3)$$

kde μ je střední počet rozpadů za interval t . Pro velké hodnoty μ můžeme Poissonovo rozdělení aproximovat Gaussovým rozdělením ve tvaru

$$P_\sigma(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(n-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4)$$

přičemž pro statistický rozptyl můžeme brát $\sigma^2 = \mu$.

Chyba měření veličiny s Poissonovým rozptylem je dána vztahem

$$\sigma = \sqrt{n}, \quad (5)$$

kde n je počet naměřených impulsů. Relativní chybu ϑ můžeme určit vztahem

$$\vartheta = \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad (6)$$

V případě, že chceme zjistit, jak dlouho bychom museli měřit, abychom dosáhli určité relativní chyby ϑ , můžeme využít, že počet částic roste lineárně s časem. Pokud za zkušební čas t detekujeme n částic, pak získáme hledaný čas T pro zadanou chybu měření ϑ_z vztahem

$$T = t \left(\frac{\sqrt{n} + \sqrt{n_p}}{\vartheta(n - n_p)} \right)^2, \quad (7)$$

přičemž n_p je počet impulzů pozadí za čas t .

Výsledky měření

Nejdříve jsem měřil charakteristiku detektoru. Měření jsem prováděl pro $t = 40$ s. Zaznamenal jsem vždy N impulsů, ze kterých jsem určil četnost n vztahem $n = N/t$. Prováděl jsem vždy pět měření, ze kterých jsem určil aritmetický průměr a statistickou chybu. Z naměřených dat jsem odhadl, že plato se nachází v intervalu [302 V, 440 V]. Šířku plata jsem tak určil jako

$$s_{\text{plata}} = 138 \text{ V}.$$

Data v uvedeném intervalu jsem proložil funkcí $n = \alpha U + \beta$ a určil tak sklon plata

$$\alpha = (0,014 \pm 0,004) \text{ V}^{-1}.$$

Naměřená data jsem zapsal v tabulce 1 a znázornil v grafu 1.

U [V]	$N_{40\text{s}}$	$N_{40\text{s}}$	$N_{40\text{s}}$	$N_{40\text{s}}$	$N_{40\text{s}}$	$\tilde{N}_{40\text{s}}$	\tilde{n}
125	0	0	0	0	0	0	0
270	0	0	0	0	0	0	0
278	0	0	0	0	0	0	0
286	732	750	785	739	824	766 ± 38	$19,2 \pm 1,0$
294	771	801	762	797	756	777 ± 20	$19,4 \pm 0,5$
302	812	881	863	911	886	871 ± 37	$21,8 \pm 0,9$
318	848	875	841	847	918	866 ± 32	$21,6 \pm 0,8$
330	876	895	866	865	930	886 ± 27	$22,2 \pm 0,7$
346	806	838	855	872	833	841 ± 25	$21,0 \pm 0,6$
362	878	858	873	832	873	863 ± 19	$21,6 \pm 0,5$
370	917	874	864	913	871	888 ± 25	$22,2 \pm 0,6$
389	847	904	872	837	873	867 ± 26	$21,7 \pm 0,7$
400	876	894	901	895	904	894 ± 11	$22,4 \pm 0,3$
416	863	842	873	889	911	876 ± 26	$21,9 \pm 0,7$
440	908	929	820	888	895	888 ± 41	$22,2 \pm 1,0$
456	908	960	959	930	963	944 ± 24	$23,6 \pm 0,6$

Tabulka 1: Charakteristika Geigerva–Müllerova detektoru.

Dále jsem měřil mrtvou dobu detektoru. Měřil jsem počet impulzů za čas $t = 400$ s. Měření jsem prováděl vždy dvakrát. Pro první rozložení mi vyšla mrtvá doba dle vzorce (1) $\tau_{m1} = 0,52$ ms, pro druhé měření mi vyšlo $\tau_{m2} = 0,56$ ms. Zprůměrováním těchto dvou hodnot jsem určil mrtvou dobu detektoru

$$\tau = (0,54 \pm 0,03) \text{ ms}.$$

$N_{p\ 400\ s}$	n_p	$N_{1\ 400\ s}$	n_1	$N_{12\ 400\ s}$	n_{12}	$N_{2\ 400\ s}$	n_2
908	2,28	29775	74,4	78825	197,1	53719	134,3
916	2,28	29897	74,7	78396	196,0	53486	133,7

Tabulka 2: Určení mrtvé doby detektoru.

Dále jsem měřil statistické rozložení částic pro dané časové periody. Měřil jsem pro periody $t_1 = 30\ \text{ms}$, $t_2 = 50\ \text{ms}$, $t_3 = 100\ \text{ms}$, $t_4 = 800\ \text{ms}$ a $t_5 = 1000\ \text{ms}$. Měření jsem znázornil v garfech 2 – 6.

Pro určení závislosti intenzity na poloze jsem provedl dvě měření. Nejdříve jsem položil zářič do vzdálenosti 13 cm od okraje. Po provedení měření jsem přesunul zářič do vzdálenosti 17 cm od okraje. Změřil jsem počet impulzů pro zkušební čas $t = 100\ \text{s}$. Použil jsem vztah (7) a určil dobu T po kterou je potřeba měřit aby byla statistická chyba menší než 1%.

n	n	n	n	n	\tilde{n}	$T\ [\text{s}]$
11003	10992	10953	10876	10871	10939 ± 50	125 ± 7
14657	14855	14700	14672	14767	14730 ± 46	89 ± 5

Tabulka 3: Měření intenzity pro dvě různé polohy i s určením minimální doby měření.

Diskuse výsledků

Nejdříve jsem měřil charakteristiku Geigerova – Mülerova detektoru. Určil jsem, že plato leží v intervalu [302 V, 440 V]. Odtud mohu určit střed plata 371 V, což je nejvhodnější napětí pro provádění dalších měření. Závislost jsem měřil tak, že jsem pro dané napětí naměřil pět vzorků. Měření jsem prováděl po dobu 10 s. Z naměřených dat jsem určil střední hodnotu a statistickou chybu. Data v rozsahu plata jsem proložil přímkou a určil její sklon. Vyšlo mi $\alpha = (0,014 \pm 0,004)\ \text{V}^{-1}$. V [1] se udává, že od dobrého detektoru očekáváme sklon menší než 3%. Pokud bych chtěl dosáhnout menší chyby u sklonu, bylo by potřeba změřit více vzorků, nebo měřit delší dobu.

Mrtvou dobu jsem měřil vždy pro dobu $T = 400\ \text{s}$. Nejdříve jsem změřil dvakrát počet impulzů bez zářičů (pozadí). Tyto hodnoty jsem zprůměroval a pro následné výpočty jsem používá tuto hodnotu, neboť můžu předpokládat, že se mi pozadí pro obě měření nemění. Následně jsem pod detektor umístil první zářič a provedl měření. Pak jsem přidal druhý zářič a provedl měření s oběma zářiči, odstranil jsem první zářič a provedl měření pouze s druhým zářičem. Měření jsem pak opět opakoval. Snažil jsem se zářiče pokládat na stejná místa abych případně snadno viděl, že jsem se pravděpodobně dopustil hrubé chyby. Dvě vypočítané hodnoty mervé doby detektoru jsem zprůměroval a určil chybu měření.

Následně jsem měřil statistické rozložení částic pro dané časové periody. K měření jsem používal počítačového programu, který zaznamenával data. Tento program také prokládal data Poissonovým rozdělením. Data jsem následně fitoval programem GNUplot vztahem

$$P_\sigma(n) = Ae^{-\frac{(n-\sigma)^2}{2\sigma^2}}$$

podle proměnných A a σ . Jedná se o upravený vztah (4). Použité rozdělení není normované, to znamená, že integrál přes všechna n není roven jedné. Data jsem mohl nanormovat a následně proložit přímo vztahem (4). Přesto jsem zvolil tuto metodu, abych mohl využít již zjištěných koeficientů u Poissonového rozdělení. Pro delší časové intervaly (800 ms a 100 ms) byly data zatížena velkou relativní chybou. Je to dáno malým množstvím změřených intervalů. Více měření by bylo časově náročné.

Jako poslední měření jsem provedl změřením závislosti měřené doby tak, aby chyba měření byla menší než 1%. Měřil jsem opět vždy pět měření. Měření jsem zprůměroval a určil statistickou chybu. Z této hodnoty jsem určil potřebnou dobu měření pomocí vztahu (7). Pro určení počtu impulzů pozadí jsem využil měření z druhého bodu. Využil jsem lineární závislosti počtu impulzů na čase a výsledek jsem vydělil 4.

Závěr

Určil jsem délku plata u Geiger–Müllerova detektoru

$$s_{\text{plata}} = 138 \text{ V}$$

a jeho sklon

$$\alpha = (0,014 \pm 0,004) \text{ V}^{-1}.$$

Určil jsem mrtvou dobu detektoru

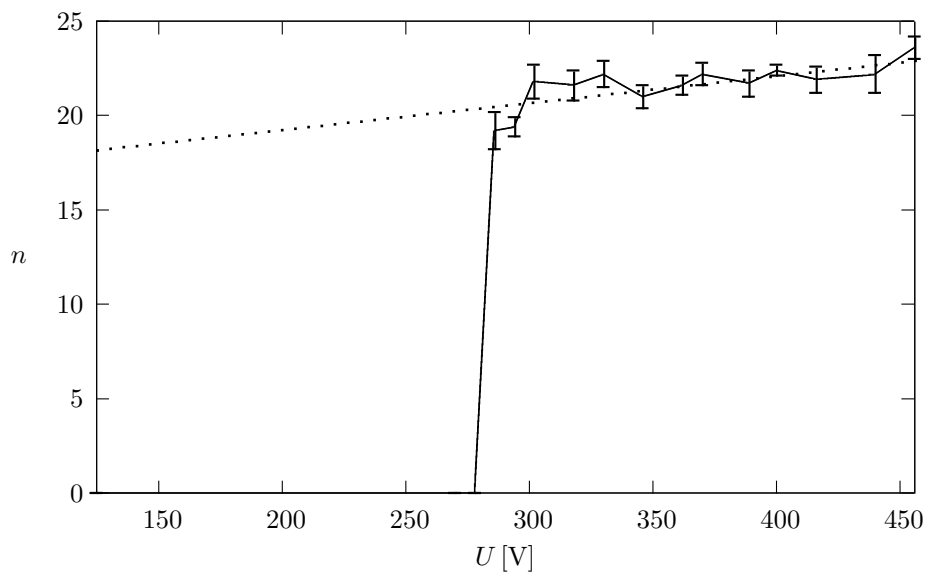
$$\tau = (0,54 \pm 0,03) \text{ ms}.$$

Pro různé doby periody jsem změřil rozdělení počtu impulzů. Naměřená data jsem proložil Poissonovým a Gaussovým rozdělením a výsledky znázornil v grafu 2 až 6. Potvrdilo se, že Gaussovo rozdělení je aproximací Poissonova rozdělení.

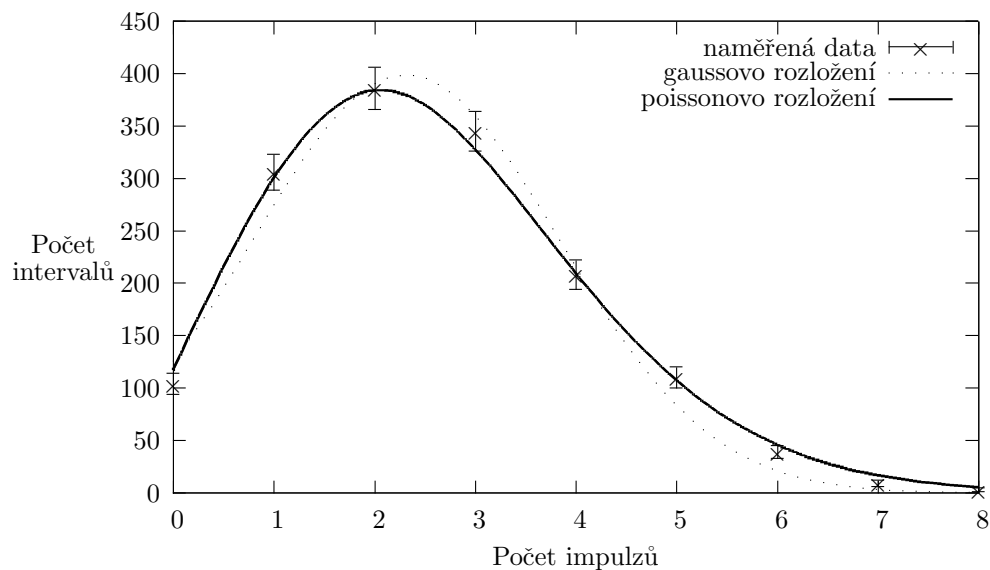
Změřil jsem závislost intenzity zářiče na poloze. Z naměřených dat jsem určil dobu T po kterou je potřeba měřit, aby byla chyba měření menší než 1%. Data jsem zapsal do tabulky 3.

Seznam použité literatury

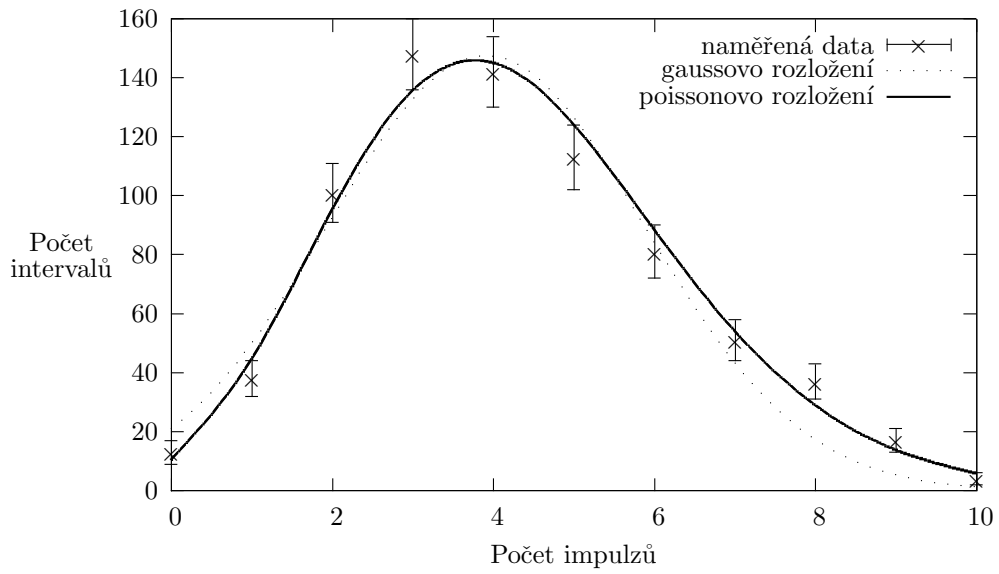
- [1] *Studijní text:*
Studium statistických jevů při jaderném rozpadu Geigerovým Müllerovým detektorem.
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_414.pdf. Říjen 2009.



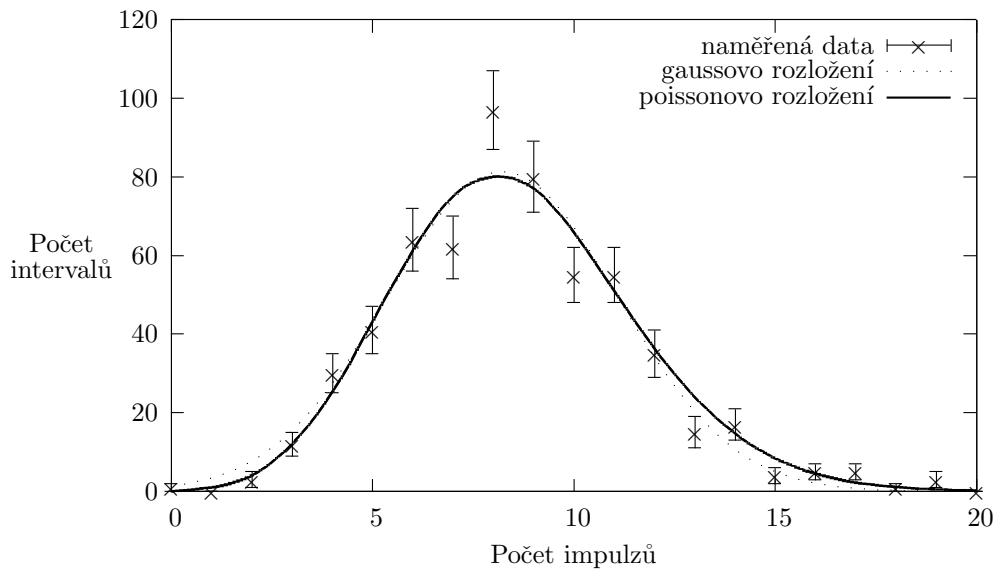
Graf 1: Charakteristika Gaigerova–Müllerova detektoru, naměřená data jsou spojena čarou, tečkovanou čarou je zobrazena proložená přímka.



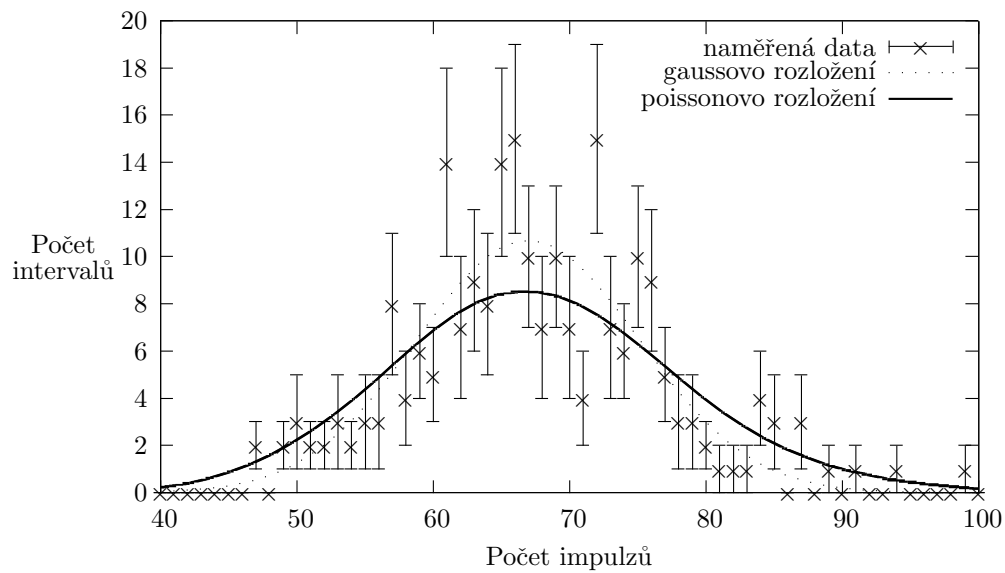
Graf 2: Rozložení počtu impulsů pro délku časového intervalu 30 ms.



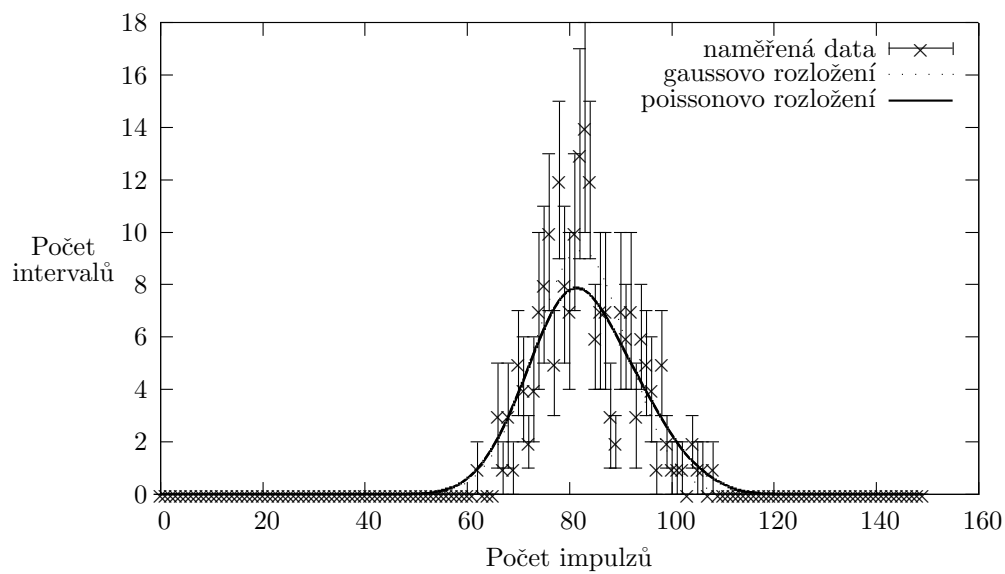
Graf 3: Rozložení počtu impulzů pro délku časového intervalu 50 ms.



Graf 4: Rozložení počtu impulzů pro délku časového intervalu 100 ms.



Graf 5: Rozložení počtu impulsů pro délku časového intervalu 800 ms.



Graf 6: Rozložení počtu impulsů pro délku časového intervalu 1000 ms.