

Pracovní úkol

1. Zkontrolujte vakuum v aparatuře a při dosažení potřebného vakua zprovozněte detektor iontů a pícku. Sledujte zbytkový proud v detektoru a v případě potřeby vyčistěte povrch emisní elektrody doporučeným postupem.
2. Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorový profil atomového svazku při nulovém magnetickém poli.
3. Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorové profily atomového svazku při magnetizačních proudech 400 mA, 600 mA, 800 mA a 1000 mA.
4. Z naměřených hodnot štěpení svazku určete hodnotu Bohrova magnetonu a diskutujte přesnost metody.

Teoretická část

Stern-Gerlachův experiment prokázal existenci prostorového kvantování magnetického momentu atomu. Experiment vychází z poznatku, že na magnetický dipól μ působí v magnetickém poli síla

$$\mathbf{F} = (\mu \nabla) \mathbf{B}. \quad (1)$$

Této vlastnosti můžeme využít pro rozdělení svazku atomů podle jejich magnetických momentů. Z pohybu atomů v tomto svazku můžeme určit velikost Bohrova magnetonu. Tato metoda sice nemůže vést k velmi přesným výsledkům, protože je zpravidla velmi obtížné určit přesně gradient magnetického pole působícího na vyšetřované atomy, ale je velmi názorná.

Svazek atomů vylétává z pícky a šíří se ve směru osy x . Je vycloňován soustavou clon a prochází nehomogenním magnetickým polem orientovaným ve směru osy z . V oblasti magnetického pole na něj působí síla

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z}, \quad (2),$$

kteřá rozštěpí svazek na tolik komponent, kolik hodnot má μ_z .

Magnetický moment draslíku je dán pouze spinem jeho jediného valenčního elektronu. Vzhledem k tomu, že spin elektronu může nabývat podle kvantové teorie pouze dvou hodnot, svazek se rozštěpí na dvě části.

Složka magnetického momentu je dána vztahem

$$\mu_z = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_s = -g_s m_s \mu_B, \quad (3)$$

kde m_s je spinové kvantové číslo, g_s je g-faktor elektronového spinu a μ_B je Bohrov magneton.

Podle odvození v [3] získáme pro Bohrov magneton výraz

$$\mu_B = \frac{2k_B T}{lL(1 - \frac{L}{2l})} \cdot \frac{q}{\frac{\partial B_z}{\partial z}}, \quad (4)$$

kde l a L jsou rozměrové parametry aparatury, T je termodynamická teplota zkoumaných atomů a

$$q = 3u_e - \frac{C}{u_e}, \quad (5)$$

kde u_e je polovina vzdálenosti maxim signálu detektoru sledujícího tok částic podle jejich odchylky od přímého směru a

$$C = \frac{D^4 - \frac{p^4}{5}}{D^2 - \frac{p^2}{3}}, \quad (6)$$

kde D a p jsou charakteristické rozměry grafu rozdělení toku atomů do detektoru při nulovém magnetickém poli, viz obr. 7 v [3].

Velikost Bohrova magnetonu určíme proměřením závislosti vzdálenosti maxim rozdělení na gradientu magnetického pole a následnou lineární regresí.

Měření

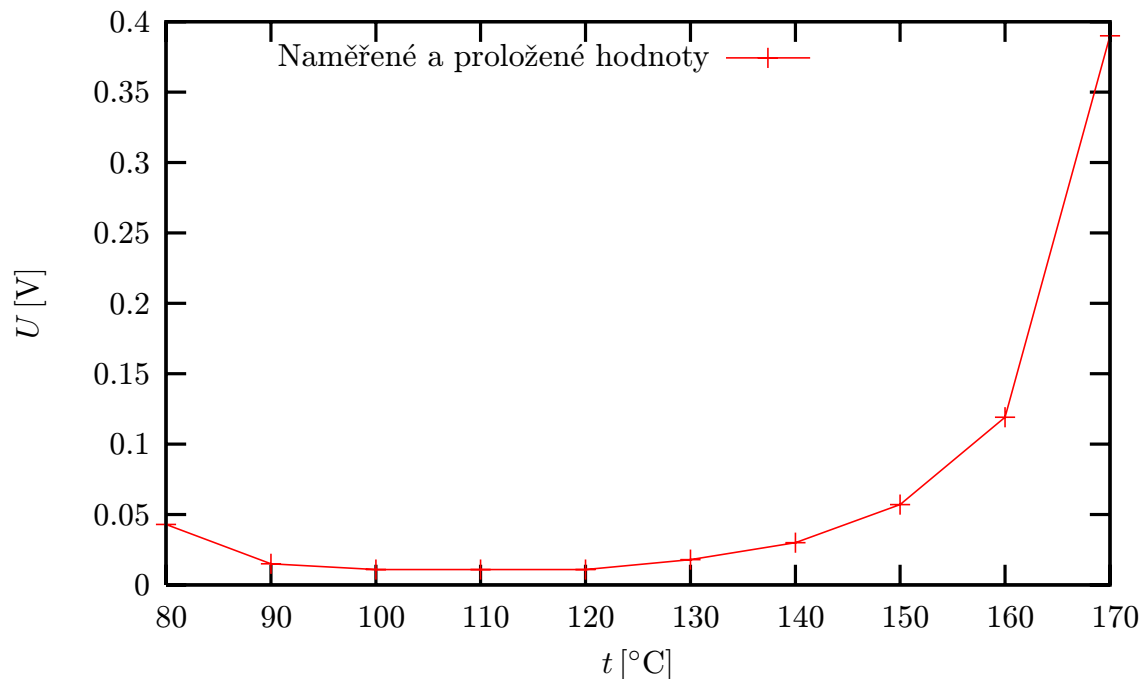
Nejprve jsem pomalu zahříval píčku, ze které začaly vyletovat atomy. Abych se přesvědčil o teplotní závislosti intenzity svazku, měřil jsem napětí na výstupu z detektoru v závislosti na teplotě v pícce. Naměřené hodnoty uvádím v tabulce 1. První dvě hodnoty neodpovídají mému předpokladu, že by intenzita svazku měla s teplotou růst. Tyto hodnoty však pravděpodobně nejsou správné, protože byly naměřeny krátce po spuštění detektoru, který pravděpodobně ještě nebyl nažhaven na dostatečnou pracovní teplotu. Hodnoty jsem rovněž vynesl do grafu 1.

t [°C]	U [V]
80 ± 1	0.043 ± 0.001
90 ± 1	0.015 ± 0.001
100 ± 1	0.011 ± 0.001
110 ± 1	0.011 ± 0.001
120 ± 1	0.011 ± 0.001
130 ± 1	0.018 ± 0.001
140 ± 1	0.030 ± 0.001
150 ± 1	0.057 ± 0.001
160 ± 1	0.119 ± 0.001
170 ± 1	0.390 ± 0.001

Tabulka 1.: Teplotní závislost signálu detektoru na teplotě píčky

Pomocí souřadnicového zapisovače jsem naměřil rozdělení svazku podle polohy pro různé magnetizační proudy. Aby se jednotlivé křivky nepřekrývaly, posouval jsem počátek osy y zapisovače. To pochopitelně nemělo vliv na měření, protože absolutní hodnoty na ose y nejsou potřeba.

Abych mohl měřit vzdálenosti maxim a další parametry rozdělení, okalibroval jsem osu x . Perem zapisovače jsem vynesl do spodní části grafu přímku a po celých otáčkách šnekového převodu jsem podržel pero delší dobu na stejném místě, aby vznikl dobře čitelný bod. Jedna otáčka převodu odpovídá posunutí detektoru o 1.8 mm. Při odečítání vzdáleností z grafu jsem postupoval tak, že jsem ze zkoumaných bodů charakteristiky spustil pomocí pravítka s kolmou ryskou kolmicí k ose x a druhým pravítkem jsem naměřil vzdálenost k nejbližší značce na ose. Současně jsem naměřil celkovou délku intervalu značek. Z poměru těchto hodnot a z údaje o reálné vzdálenosti nejbližších značek jsem vypočítal skutečnou vzdálenost od značky. K této hodnotě jsem přičetl



Graf 1.: Teplotní závislost signálu detektoru na teplotě píčky

tolikanásobek základního posunutí, kolik celých intervalů leželo mezi měřenými body a v posledním, necelém, intervalu jsem postupoval stejným způsobem a zjistil jsem zbývající vzdálenost. Tímto způsobem jsem určil horní $2p$ a dolní $2D$ šířku charakteristiky při nulovém proudu a dále vzdálenost maxim $2u_e$ pro různé velikosti magnetického pole. Tato metoda navíc minimalizuje nepřesnost způsobenou nelinearitou soustavy, protože jsem měřil po malých intervalech, které již mohou považovat za lineární.

Z charakteristiky bez magnetického pole jsem určil hodnoty

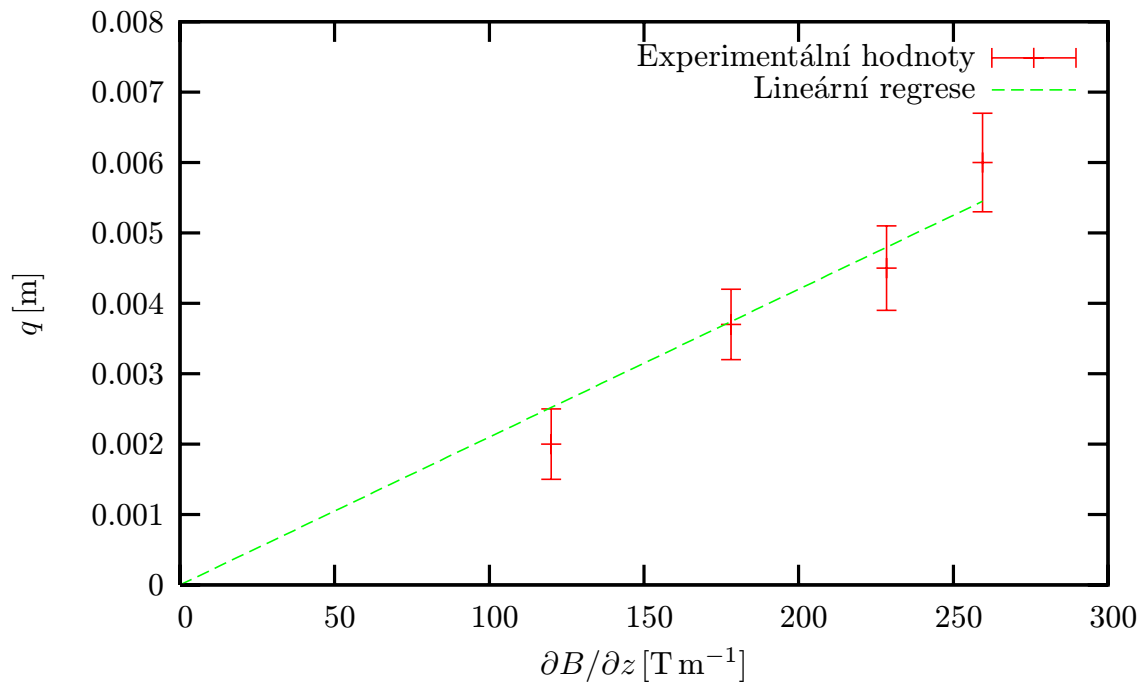
$$D = (0.81 \pm 0.09) \text{ mm} \quad \text{a} \quad p = (0.32 \pm 0.03) \text{ mm}.$$

Pro různé hodnoty magnetizačního proudu (po řadě 0.405 A, 0.595 A, 0.805 A a 0.985 A) jsem proměřil charakteristiku svazku. Naměřené hodnoty jsem uvedl v tabulce 2. Hodnotu magnetické indukce jsem odečetl z kalibrační křivky magnetu, která byla přiložena k aparatuře. Pro gradient magnetické indukce platí vztah pro tuto aparaturu

$$\left(\frac{\partial B}{\partial z}\right)_{z=1.3a} = 0.968 \frac{B_H}{a}. \quad (7)$$

B_H [T]	$\partial B/\partial z$ [T m ⁻¹]	u_e [mm]	q [mm]
0.310 ± 0.005	120 ± 2	0.93 ± 0.09	2.0 ± 0.5
0.460 ± 0.005	178 ± 2	1.2 ± 0.1	3.7 ± 0.5
0.590 ± 0.005	228 ± 2	1.5 ± 0.2	4.5 ± 0.6
0.670 ± 0.005	259 ± 2	2.0 ± 0.2	6.0 ± 0.7

Tabulka 2.: Závislost polohy maxima intenzity svazku na magnetické indukci



Graf 2.: Závislost polohy maxima intenzity svazku na magnetické indukci

Parametry atomového svazku byly podle [3] následující

$$l = 455 \text{ mm}$$

$$L = 70 \text{ mm}$$

$$a = 2.5 \text{ mm.}$$

Na základě těchto informací jsem pro každé měření mohl vypočítat parametr q , který rovněž uvádím v tabulce 2, a dále hodnotu μ_B .

Teplota píčky při měření byla

$$T = (448 \pm 2) \text{ K.}$$

Poslední potřebná informace pro výpočet Bohrova magnetonu byl poměr

$$\frac{q}{\frac{\partial B}{\partial z}} = (2.2 \pm 0.2) \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ T}^{-1},$$

který jsem určil pomocí lineární regrese z příslušných hodnot v tabulce 2. Tuto závislost jsem vynesl také do grafu 2.

Výsledkem mého měření je velikost Bohrova magnetonu

$$\mu_B = (8.8 \pm 0.6) \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}.$$

Tabulková hodnota je

$$\mu_B = 9.274078(36) \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}.$$

Diskuse

Měření teplotní závislosti intenzity svazku prokázalo funkčnost aparatury. Nesrovnalost při nižších teplotách odůvodňuji nedostatečným žhavením detektoru.

Vlastní měření Stern-Gerlachova experimentu přineslo kvalitativně správný výsledek. Bez magnetického pole jsem zcela jednoznačně naměřil jeden svazek. Při zapnutí magnetického pole došlo k rozštěpení svazku na dva, což odpovídá kvantové teorii spinu.

Kvantitativní výsledky měření jsou mnohem horší. Výsledky negativně ovlivnilo značné množství chyb. V první řadě nemám k dispozici kvalitní popis gradientu magnetického pole v příslušné oblasti. Vztah (7) je jen přibližný. Zcela zásadní vliv na přesnost měření měl souřadnicový zapisovač. Jsem překvapen, že k velmi precizní a drahé aparatuře experimentu byl připojen značně nepřesný a nespolehlivý elektromechanický zapisovač. Z přiložených grafů ze zapisovače je dobře patrné, že měření bylo zatížené značným šumem, který výrazně komplikoval odečítání maxima rozdělení. Kalibrace osy x zapisovače byla rovněž málo přesná, protože pero použité pero kreslí příliš silnou stopu, která opět vnášela chybu do odečítání vzdáleností grafu. Pokud by byl posuv v tomto směru lineární, mohl bych provést kalibraci na delším úseku najednou, ale tento předpoklad splněn nebyl.

Parametry a , L a posuv šnekového převodu byly zadány pouze s přesností na dvě platná místa, a proto nemohu očekávat větší přesnost měření. Při měření vzdáleností v grafu ze zapisovače jsem odhadl chybu na 10% kvůli šumu a setrvačnosti vozíku zapisovače, která zhoršovala záznam průběhu rozdělení zvláště v oblastech s větším úhlem směrnice tečny křivky. Snažil jsem se tuto chybu minimalizovat pomalým pohybem ve směru osy x , ale nezdařilo se mi to dostatečně.

Při měření jsem si všiml, že je zapisovač velmi citlivý na vnější rušení. Blízká tiskárna například dokázala při tisku vychýlit vozík s perem až o 0.5 cm.

Z grafu 2 je patrné, že skutečná chyba jednotlivých měření je srovnatelná s mým odhadem, protože jednotlivé body leží v rámci chyby na prokládané přímce. Z naměření čtyř bodů můžeme získat výsledky pouze s velmi omezenou přesností.

Přes všechny chyby se mi podařilo určit hodnotu Bohrova magnetonu, která se v rámci chyby shoduje s tabulkovou hodnotou. Chyba měření je přibližně 7%, což vzhledem k výše diskutovaným podmínkám měření považuji za uspokojivý výsledek.

Domnívám se, že použitá vakuová aparatura je dostatečně kvalitní pro získání přesnějších výsledků. To je však podmíněno použitím lepšího souřadnicového zapisovače.

Závěr

Měření prokázalo prostorové kvantování magnetického momentu atomu s jedním valenčním elektronem.

Velikost Bohrova magnetonu jsem z měření určil

$$\mu_B = (8.8 \pm 0.6) \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}.$$

Tabulková hodnota je

$$\mu_B = 9.274\,078\,(36) \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}.$$

Literatura

- [1] English, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.
- [2] Brož, J., Roskovec, V., Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky. SNTL, Praha 1980.
- [3] physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp: Studijní text.