

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

1. Zkontrolujte vakuum v aparatuře a při dosažení potřebného vakua zprovozněte detektor iontů a píčku. Sledujte zbytkový proud detektoru a v případě potřeby vyčistěte povrch emisní elektrody doporučeným postupem.
2. Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorový profil atomového svazku při nulovém magnetickém poli.
3. Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorové profily atomového svazku při magnetizačních proudcích 200 mA, 300 mA, 450 mA a 600 mA.
4. Z naměřených hodnot štěpení svazku určete hodnotu Bohrova magnetonu a diskutujte přesnost metody.

1 Teoretická část

1.1 Princip Sternova-Gerlachova experimentu

Základ Sternova-Gerlachova experimentu dle poznatku, že na magnetický dipól $\boldsymbol{\mu}$ v magnetickém poli o indukci \mathbf{B} působí síla \mathbf{F} daná vztahem [1]

$$\mathbf{F} = (\boldsymbol{\mu}\nabla)\mathbf{B}. \quad (1)$$

V uspořádání, při kterém je svazek letících částic (atomů) ve směru např. x s celkovým vnějším magnetickým dipólovým momentem nenulovým umístěn v nehomogenním poli tvaru $\mathbf{B} = (0, 0, B)$, bude tento svazek zakřívován v závislosti na průmětu $\boldsymbol{\mu}$ do směru z μ_z :

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}. \quad (2)$$

Principiálně ho tak lze rozdělit na takové množství podsvazků, kolik je možných hodnot tohoto průmětu μ_z . Překvapivý výsledek, dvě stopy na stínítku (v detektoru), je důkazem kvantování $\boldsymbol{\mu}$ a zásadně podporuje hypotézu elektronového spinu.

1.2 Uspořádání experimentu

Svazek atomů získáváme vypařováním draslíku v ocelové elektrické píčce. V zápětí je kolimován soustavou štěrbin a postupuje ve směru osy x do magnetického analyzátoru. Pro kolimaci je nejpodstatnější štěrbina těsně před magnetem, v [1] označena jako S_H . Analyzátor je tvořen elektromagnetem, jehož pólové nástavce simulují pole dvojice přímých nekonečně dlouhých vodičů o vzájemné vzdálenosti $2a = 5$ mm. Pozice kolimační štěrby S_H je volena tak, aby gradient mag. pole byl v tomto místě pokud možno konstantní, ve směru z . V této konfiguraci lze hodnotu gradientu získat jako

$$\frac{\partial B}{\partial z} = 0.968 \frac{B_H}{a}, \quad (3)$$

kde B_H značí magnetickou indukci v místě štěrby. Ta je určena výrobcem experimentálně v závislosti na magnetizačním proudu po předchozí demagnetizaci jádra [1].

Po průchodu svazku tímto mag. polem, v němž je jeho trajektorie zakřivena v závislosti na μ_z , pak dopadá do detektoru (tzv. Langmuirův-Taylorův detektor, více viz. [1]). Magnetický moment draslíku je dán spinem jediného valenčního elektronu

$$\mu_z = -\frac{e\hbar}{2m_e} m_s = -g_s m_s \mu_B, \quad (4)$$

přičemž e je elementární náboj, \hbar Planckova konstanta, m_e hmotnost elektronu, $m_s = \pm 1/2$ spinové kvantové číslo, $g_s = 2$ tzv. g -faktor elektronového spinu a $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ značí Bohrov magneton. Na atomy svazku tedy v magnetickém poli působí síla

$$F_z = -g_s m_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}. \quad (5)$$

1.2.1 Význam Bohrova magnetonu

Bohrův magneton μ_B představuje velikost magnetického dipólového momentu elektronu, je tak vlastně elementárním magnetickým dipólovým momentem.

1.3 Vychýlení svazku a vyhodnocení

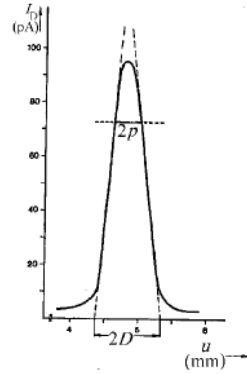
Ze znalosti přibližného rozdělení rychlostí atomů svazku, prostorového profilu svazku charakterizovaného parametry D , p (viz. obr. 1) a rozměrových parametrů aparatury (L vzdálenost, jíž svazek urazí v magnetickém poli, l vzdálenost od bližšího okraje magnetického analyzátoru k detektoru) lze odvodit přibližný vztah pro Bohrovův magneton μ_B [1]:

$$\mu_B = \frac{2k_B T}{lL \left(1 - \frac{L}{2l}\right) \frac{\partial B_z}{\partial z}}, \quad (6)$$

kde T je teplota zdroje atomů, k_B Boltzmannova konstanta (při předpokládaném maxwellovském rozdělení rychlostí) a

$$q = 3u_e - \frac{C}{u_e}, \quad C = \frac{D^4 - \frac{p^4}{5}}{D^2 - \frac{p^2}{3}}, \quad (7)$$

přičemž u_e je vzdálenost maxima zaznamenaného rozdělení intenzity od střední polohy. Z analýzy závislosti q na gradientu mag. pole $\frac{\partial B_z}{\partial z}$, pak lze určit hodnotu μ_B .



Obr. 1: Prostorový profil svazku, zdroj [1].

2 Výsledky měření

2.1 Příprava aparatury

2.1.1 Kontrola dosaženého vakua

Dosažené vakuum v aparatuře bylo řádově menší než uvedené limity v [1] (10^{-6} až 10^{-7} mbar oproti 10^{-4} mbar).

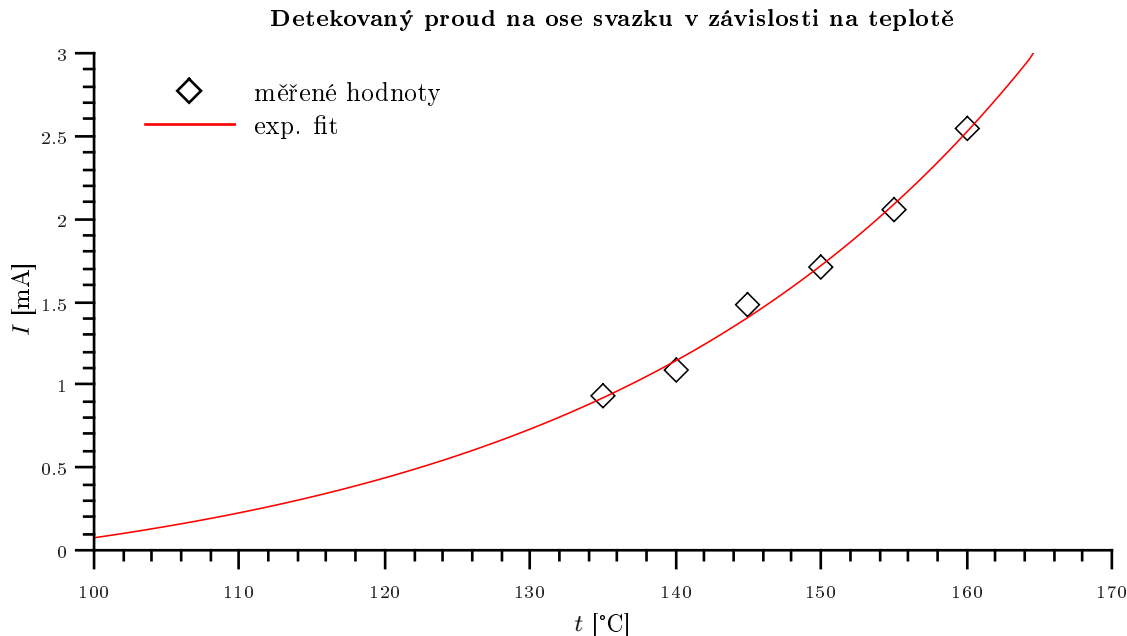
2.1.2 Zahřívání pícky s draslíkem

Před provedením samotného experimentu je nutno zahřát vzorek draslíku v elektrické pícce na teplotu max. 200°C , aby docházelo k vypařování atomů, které po kolimaci a průchodu aparaturou zaznamenáváme ve formě detekovaného výstupního proudu. Závislost výstupního proudu na teplotě pícky se nachází v tabulce 1 a v grafu na obr. 2. Teplotu měříme pomocí teploměru třídy 1.5 s dílkem velikosti 5°C , výstupní proud digitálním multimetrem s max. chybou 0.01 mA . Měření probíhá v nestacionárním stavu, více viz. diskuse.

Veškerá ostatní měření probíhají při teplotě pícky $t = 165^\circ\text{C}$.

t [$^\circ\text{C}$]	135	140	145	150	155	160
I [mA]	0.93	1.09	1.48	1.71	2.05	2.54

Tabulka 1: Teplota pícky t a odpovídající proud v detektoru na ose svazku.



Obr. 2: Závislost proudu procházejícího detektorem na teplotě píčky.

2.2 Rozštěpení svazku a Bohrův magneton

2.2.1 Kalibrace x -ové osy

Detektor aparatury je umístěn na konci trubice, kterou se dá přes upevňovací šroub otáčet pomocí šnekového převodu (jedna celá otočka odpovídá posunutí o 1.8 mm). Je proto nutno kalibrovat x -ovou osu souřadnicového zapisovače. To provedeme při odpojení vstupu na osu y tak, že otáčíme šnekovým převodem a vždy po jedné otočce uděláme na záznamovém papíru značku (viz. příložený záznam z měření). Použitý rozsah na ose x činil 10 mV/cm. Záznam vyhodnocuji následujícím způsobem, při hledání vzdálenosti dvou bodů na vykresleném profilu z těchto spustím kolmici na osu x a změřím vzdálenost průsečíků od nejbližší zakreslené značky. Z poměru k rozestupu značek, mezi kterými každý z bodů leží (tabulka 2), a předpokladu přibližné linearity měřítka mezi značkami zjistím relativní množství otáček potřebných od jednoho průsečíku ke druhému, z čehož skutečnou vzdálenost získám přenásobením 1.8 mm. Chybu, s níž měřím pomocí pravoúhlého pravítka v záznamu, odhaduji na 1 mm.

značky	vzdálenost [cm]
6-7	3.2
7-8	3.1
8-9	2.8

Tabulka 2: Vzdálenost značek na kalibrační ose v příloženém záznamu.

2.2.2 Profil svazku

K dalšímu vyhodnocení je nutné získat parametry profilu svazku D a p . Za vypnutého magnetického pole a připojeného souřadnicového zapisovače otáčíme šnekovým převodem a pomalu vykreslíme průběh intenzity v závislosti na poloze detektoru. Získáme obrázek podobný obr. 1. V něm musíme najít nulovou hladinu (např. opět odpojením signálu na y , v záznamovém archu sestrojena v bodě nulové hladiny rovnoběžka s kalibrační osou), poté proložíme odhadnutou lineární oblast profilu přímkou a odečíst dvojnásobky obou dvou parametrů postupem naznačeným výše. Rozsah y -ové osy 20 mV/cm, výsledek:

$$D = (0.90 \pm 0.14) \text{ mm}, \quad p = (0.15 \pm 0.04) \text{ mm}.$$

2.2.3 Rozštěpení v magnetickém poli

Před zkoumáním rozštěpení svazku v mag. poli musíme jádro elektromagnetu demagnetizovat, což provedeme střídavým přepínáním polarit magnetizačního proudu.

Pro čtyři dané velikosti mag. proudu 200, 300, 450, 600 mA proměříme opět závislosti intenzity na poloze detektoru (každou křivku zakresluje trochu výše než předhozí, aby se v záznamu nepletly) a pozorujeme rozštěpení původního profilu. Změříme vzdálenost obou maxim $2u_e$, z přiloženého grafu magnetizační křivky elektromagnetu odečteme odpovídající velikost indukce B_H (s chybou cca 5 mT), dle (3) dosazením $a = 2.5$ mm dopočteme gradient mag. pole a dle (7) hodnotu q , výsledky v tabulce 3.

I [mA]	B_H [mT]	$\partial B/\partial z$ [mT/mm]	u_e [mm]	q [mm]
200	135	52.3	0.69 ± 0.11	0.89 ± 0.56
300	220	85.2	0.89 ± 0.15	1.75 ± 0.64
450	345	134	1.27 ± 0.18	3.15 ± 0.66
600	460	178	1.67 ± 0.23	4.50 ± 0.78

Tabulka 3: Magnetizační proud I , magnetická indukce B_H v místě štěrbin, gradient mag. indukce, odpovídající poloha peaků u_e a parameter q .

Závislost q na velikosti $\partial B/\partial z$ je vynesena v grafu na obr. 3 proložena lineární fcí. tvaru $q = K \frac{\partial B}{\partial z} + q_0$, kde

$$K = (29 \pm 6) \text{ mm}^2/\text{T}, \quad q_0 = (-0.6 \pm 0.8) \text{ mm}.$$

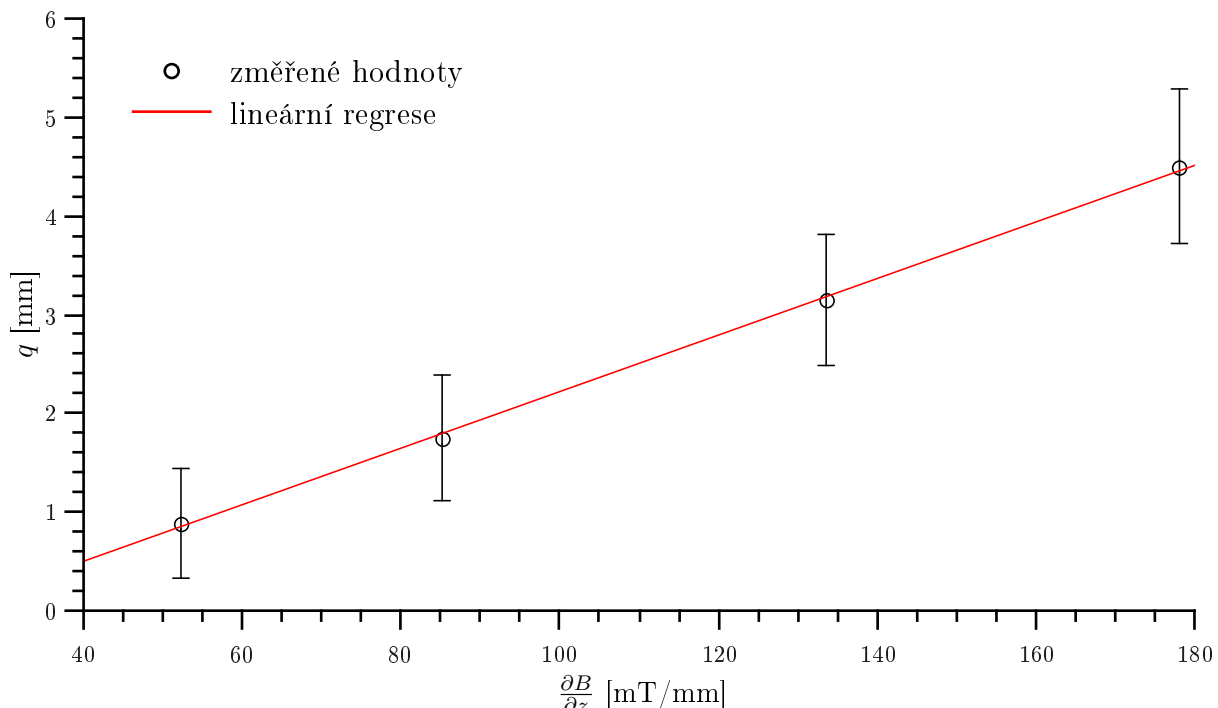
K indetifikujeme z (6) jako

$$K = \mu_B \frac{lL(1-\frac{L}{2l})}{2k_B T}.$$

Dosazením $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K [2], uvedených rozměrů aparatury $L = 70$ mm a $l = 455$ mm a termodyn. teploty $T = \{t\} + 273.15$ K (s chybou ± 3 K) dopočteme Bohrvův magneton

$$\mu_B = (1.19 \pm 0.26) \times 10^{-23} \text{ J/T}.$$

Závislost paramteru q na gradientu magnetického pole



Obr. 3: Závislost paramteru q na velikosti gradientu mag. indukce B .

3 Diskuse výsledků

Jak bylo zmíněno výše měření závislosti výstupního detekovaného proudu na teplotě píčky probíhalo při zahřívání, tedy v neustáleném stavu. Není proto jasné do jaké míry např. je teplota termistoru v rovnováze s teplotou píčky a ta v rovnováze s teplotou vzorku draslíku použitého jako zdroj. Po ukončení dalšího zahřívání se muselo ještě několik minut počkat, aby se signál ustálil (to bylo při teplotě 165 °C asi 3.70 mA).

Jak je vidět i z pouhého pohledu do záznamového archu, vykreslené značky měřítka osy x nejsou ekvidistantně rozloženy, osa není lineární. Místo sestrojování kalibrační křivky jsem při odečítání hodnot zvolil postup naznačený v části 2.2.1. Všechny hledané hodnoty se nacházejí mezi značkami 6 a 8, jedna pak mezi 8 a 9 (velice blízko 8), tyto intervaly jsou téměř stejně dlouhé (navíc i interval 5-6 cca 3.0 cm), předpokládám tedy, že zde mohu měřítko považovat za téměř lineární, odhadovaná chyba nečiní rozhodně více jak 2 % (2 mm na cca 10 cm).

Vykreslení základního profilu svazku vyžaduje určitou míru trpělivosti a zručnosti experimentátora. Nalezení lineární i kvadratické části vzniklého peaku ([1]) může být značně problematické, viz. záznam měření, nejspodnější křivka, kterou samozřejmě nešlo rozumně analyzovat. Oproti tomu v dalších profilech již hledáme pouze jejich maxima, tedy není důvod postupovat natolik obezřetně. Vždy je ale nutné brát ohled na skutečnost, že souřadnicový zapisovač reaguje s určitým zpožděním v y -ové ose.

Nastavením magnetizačního proudu na požadovanou hodnotu (200, 300, 450, 600 mA) ten bohužel nezůstával stabilní, ale lehce osciloval v intervalu asi ± 5 až 10 mA. Navíc např. při $I = 450$ mA proud během druhé poloviny měření náhle poklesl asi o 70 mA, bylo proto nutné profil proměřit znovu (ačkoli jsou obě křivky prakticky stejné). Nepodařilo se mi zjistit příčinu nestability, ani se jinak tohoto jevu zbavit. Každopádně konečnou hledanou velikost mag. indukce B_H jsem odečítal z magnetizační křivky elektromagnetu právě v závislosti na proudu stejně s chybou 5 až 10 mT (šířka nejmenšího čtverce sítě, dvou), kterou jsem už nezvětšoval (zhruba odpovídá intervalu 10 mA).

Zjištěná hodnota Bohrova magnetonu $\mu_B = (1.19 \pm 0.26) \times 10^{-23}$ J/T se shoduje s tabelovanou na okraji intervalu std. kvadratické odchylky: $\mu_B^{\text{tab}} = 0.93 \times 10^{-23}$ J/T [2]. Pro lepší shodu by bylo vhodné přesněji stanovit parametry základního profilu svazku (roz. s lepší statistikou, např. vykreslit tři až pět profilů, nikoli pouze jeden, kde může poměrně snadno vzniknout systematická chyba špatně zvolenou lineární oblastí peaku).

4 Závěr

Bylo zkontrolováno vakuum v aparatuře a sledována intenzita signálu na ose svazku v závislosti na teplotě, část 2.1, tab. 1 a obr. 2.

Pomocí souřadnicového zapisovače byl proměřen profil svazku atomů a určeny jeho parametry D a p .

Stejným způsobem byl proměřen profil svazku po jeho průchodu magnetickým polem elektromagnetu při magnetizačních proudech 200, 300, 450 a 600 mA, z naměřených hodnot byla určena velikost Bohrova magnetonu

$$\mu_B = (1.19 \pm 0.26) \times 10^{-23} \text{ J/T.}$$

Více viz. část 2.2, tab. 3, graf na obr. 3.

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *QtiPlot 0.9.8.4*.

Reference

- [1] Studijní text: Prostorové kvantování magnetického momentu atomu (Sternův-Gerlachův experiment), http://http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_411.pdf, 2012
- [2] Kaye & Laby: Tables of Physical & Chemical Constants, National Physical Laboratory, <http://www.kayelaby.npl.co.uk/toc/>, 2012