

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM IV

Úloha č. 11

Název: Prostorové kvantování magnetického momentu atomu (Sternův-Gerlachův experiment)

Pracoval: Štěpán Roučka stud. skup. FOF dne 2005

Odevzdal dne:..... vráceno:.....

Odevzdal dne:..... vráceno:.....

Odevzdal dne:.....

Posuzoval:..... dne..... výsledek klasifikace .....

Připomínky:

# Pracovní úkol

1. Zkontrolujte vakuum v aparatuře a při dosažení potřebného vakua zprovozněte detektor iontů a píčku. Sledujte zbytkový proud detektoru a v případě potřeby vyčistěte povrch emisní elektrody doporučeným postupem.
2. Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorový profil atomového svazku při nulovém magnetickém poli.
3. Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorové profily atomového svazku při magnetizačních proudech 200 mA, 400 mA, 600 mA, 800 mA, 1000 mA.
4. Z naměřených hodnot štěpení svazku určete hodnotu Bohrova magnetonu a diskutujte přesnost metody.

## Teorie

Magnetický moment elektronu se spinem  $S$  je dán vztahem

$$\vec{\mu} = \frac{-e}{2m_e} g_s \vec{S}, \quad (1)$$

kde  $e$  je elementární náboj,  $m_e$  hmotnost elektronu a  $g_s \approx 2$   $g$ -faktor elektronového spinu.  $z$ -ová složka spinu je dána vztahem

$$S_z = m_s \hbar, \quad m_s = \pm 1/2.$$

Pokud definujeme Bohrův magneton jako  $\mu_B = e\hbar/2m_e$ , lze psát  $z$ -ovou složku magnetického momentu

$$\mu_z = -g_s m_s \mu_B. \quad (2)$$

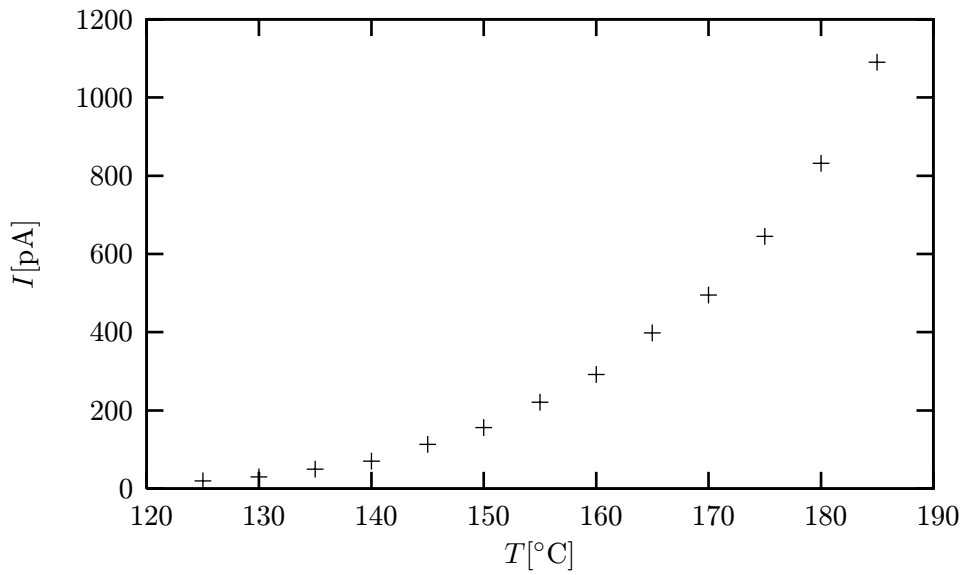
Z teorie elektromagnetického pole plyne, že ve vnějším magnetickém poli  $\vec{B} = (0, 0, B)$  působí na elektron síla

$$F_z = -g_s m_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z}. \quad (3)$$

Působením magnetického pole tedy dochází k separaci částic s různým magnetickým momentem. Použité atomy draslíku mají lichý valenční elektron a dosud provedené úvahy se tedy vztahují i na atomy draslíku.

Gradient magnetického pole v aparatuře je dán vztahem

$$\left. \frac{\partial B}{\partial z} \right|_{z=1.3a} \approx 0.968 \frac{B_H}{a}, \quad (4)$$



**Obrázek 1:** Teplotní závislost počtu částic

kde  $a$  je rozměrový parametr aparatury. Dle [1] lze pro vzdálenost  $2u_e$  mezi maximy prostorového rozložení přibližně určit Bohrov magneton ze vztahu

$$\mu_B = \frac{2k_B T}{lL \left(1 - \frac{L}{2l}\right)} K, \quad K = \frac{3u_e - \frac{C}{u_e}}{\frac{\partial B_z}{\partial z}}, \quad (5)$$

kde  $L = 70$  mm je délka magnetického analyzátoru a  $l = 455$  mm vzdálenost počátku analyzátoru od roviny detektoru. Vztah 5 platí v limitě pro velké gradienty magnetického pole. Parametr svazku  $C$  je definován vztahem

$$C = \frac{D^4 - p^4/5}{D^2 - p^2/3}, \quad (6)$$

kde  $D$  a  $p$  jsou parametry svazku při nulovém magnetickém poli, jejichž význam je zřejmý z obrázku 3.

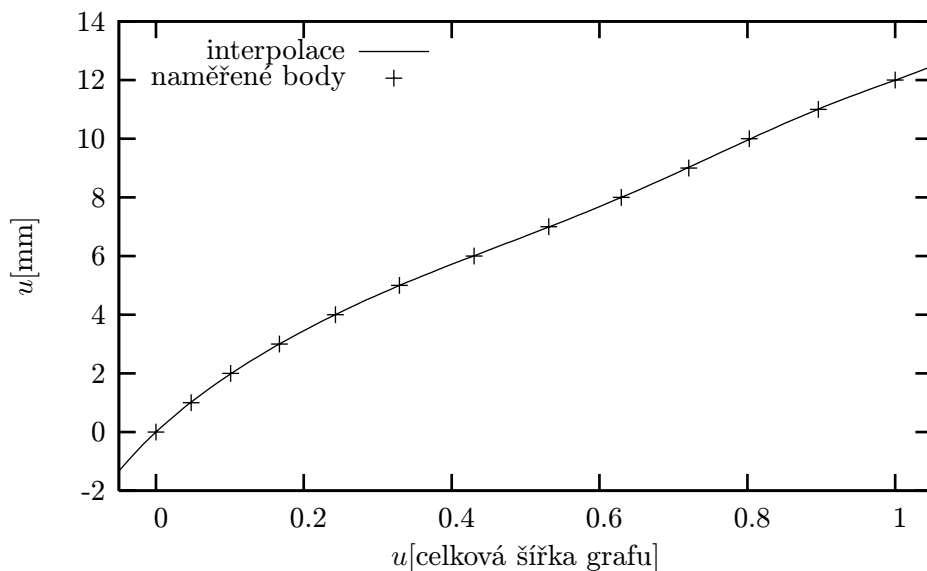
## Měření

Zkontroloval jsem vakuum v aparatuře. Na počátku měření byl v aparatuře tlak  $p = 8.1 \cdot 10^{-7}$  mbar, což je dle [1] postačující k provedení experimentu. V průběhu experimentu tlak poklesl na  $6.7 \cdot 10^{-7}$  mbar. V průběhu zahřívání jsem sledoval teplotní závislost proudu na detektoru a tedy množství částic procházejících v daném směru. Naměřené hodnoty jsou zakresleny v tabulce 1 a graficky znázorněny v grafu 1. Zahřívání bylo zastaveno po dosažení teploty 180 °C.

Dále byla proměřena prostorová rozložení částic při zadaných proudech. Přenos posuvu sondy na papír v zapisovači byl zřejmě nelineární. Bylo tedy

$T[^\circ\text{C}]$	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185
$I[\text{pA}]$	20	30	50	70	113	156	221	292	398	495	645	832	1090

**Tabulka 1:** Teplotní závislost počtu částic



**Obrázek 2:** Kalibrace zapisovače

nutné kalibrovat zapisovač. Na papír jsem pomocí zapisovače zakreslil body odpovídající vzdálenostem sondy 1.8 mm. Přenosovou křivku jsem poté aproximoval polynomem sedmého stupně. Aproximace je graficky znázorněna v obrázku 2. Polohy bodů v grafu byly odečítány pomocí programu `g3data`. Z křivky naměřené při nulovém gradientu magnetického pole byly odečteny parametry rozdělení, jak jsou znázorněny v obrázku 3. Hodnoty parametrů jsou

$$D = (0.93 \pm 0.08) \text{ mm}$$

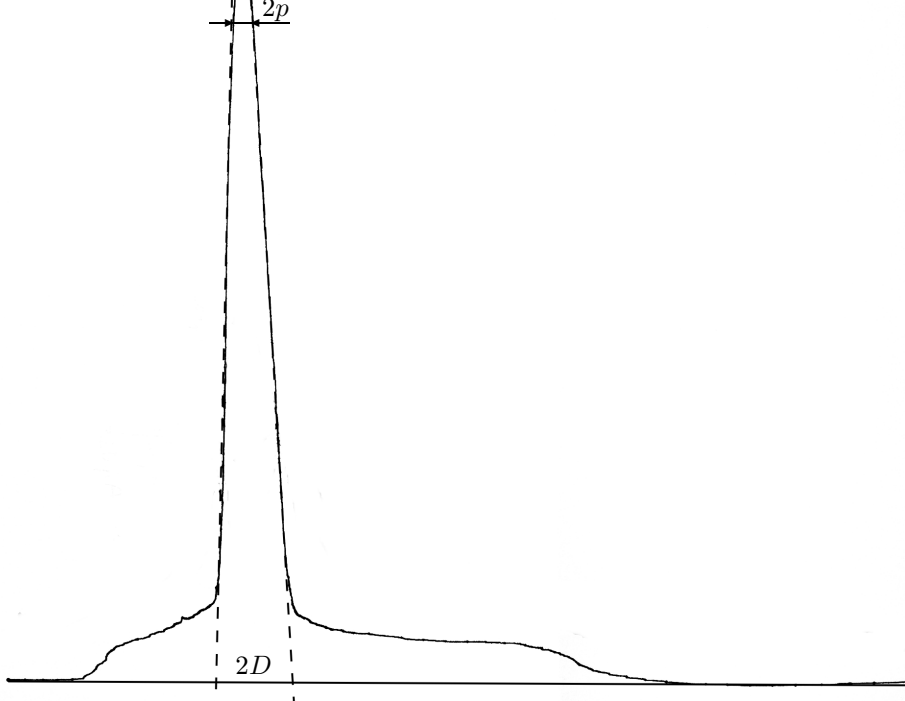
$$p = (0.17 \pm 0.07) \text{ mm}.$$

Dle vztahu (6) byla vypočtena hodnota parametru  $C$

$$C = (8.8 \pm 2.6) \cdot 10^{-7} \text{ mm}^2.$$

Z křivky naměřené při proudu 200 mA bylo sice patrné „roztážení“ křivky, bylo však rozeznatelné pouze jedno maximum. K určení Bohrova magnetonu bylo tedy možné použít pouze závislosti při proudech nad 200 mA. Všechny závislosti jsou zobrazeny v obrázku 4. Odečtené polohy vrcholů jsou zapsány v tabulce 2, kde jsou také zapsány hodnoty gradientu magnetického pole. Závislost mezi veličinami  $(3u_e - C/u_e)$  a  $\partial B/\partial z$  je zakreslena v grafu 5 a je z ní lineární regresí určena hodnota parametru  $K$  potřebná pro výpočet Bohrova magnetonu

$$K = (1.15 \pm 0.13) \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{T}^{-1}.$$



**Obrázek 3:** Určení parametrů rozložení

$I$ [mA]	$B$ [T]	$\partial B/\partial z$ [T · m <sup>-1</sup> ]	$u_e$ [mm]	$3u_e - C/u_e$ [mm]
400	0.305	118.1	$0.67 \pm 0.07$	$0.71 \pm 0.72$
600	0.410	158.8	$0.93 \pm 0.07$	$1.85 \pm 0.55$
800	0.590	228.4	$1.18 \pm 0.09$	$2.79 \pm 0.54$

**Tabulka 2:** Vzdálenosti maxim pro různé gradienty mag. pole

Ze vztahu (5) jsem následně určil hodnotu Bohrova magnetonu

$$\mu_B = (4.8 \pm 0.5) \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

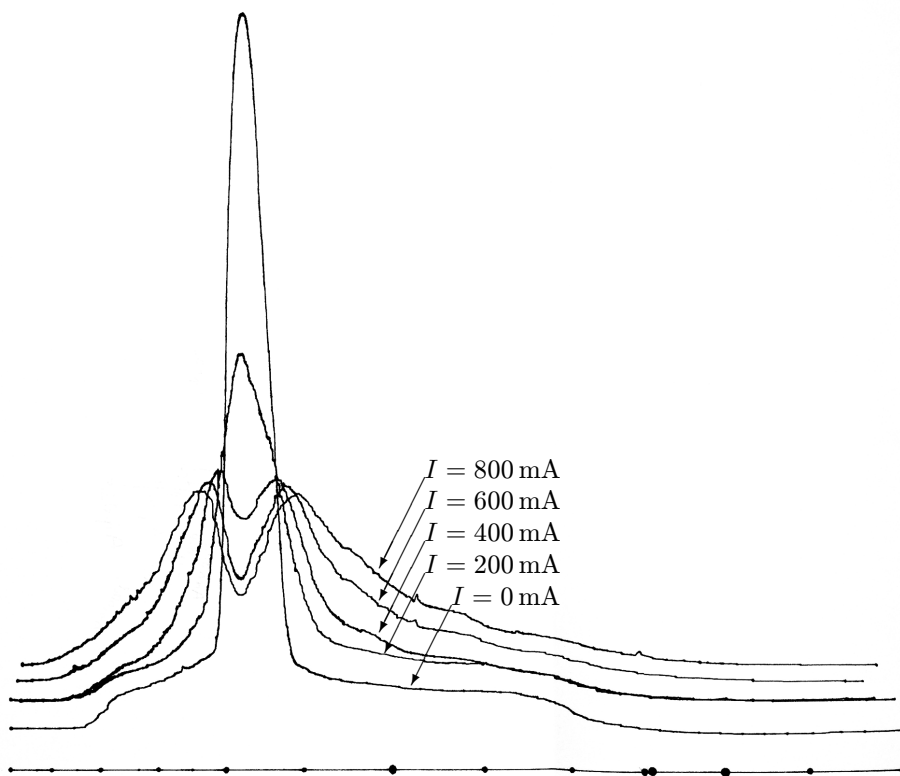
Jelikož znám pouze tři body závislosti, navíc s velkou chybou, lze těžko vybrat lineární oblast této závislosti. Zdá se však, že hodnota při nejnižší magnetizaci je odchýlena od fitované křivky, což by bylo v souladu s teoretickým tvarem závislosti. Pokud tedy z fitovaných hodnot vyřadím měření při magnetizačním proudu 200 mA, dostávám korigované parametry

$$K = (1.20 \pm 0.03) \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{T}^{-1},$$

$$\mu_B = (5.1 \pm 0.1) \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

## Diskuse

Chyby hodnot odečtených z grafu jsou individuálně odhadnuty podle tvaru křivek. Chyba regrese je určena programem `gnuplot`. Z bodů v obrázku 5



**Obrázek 4:** Prostorové rozložení náboje

bylo potřeba vybrat lineární část závislosti, aby byly splněny předpoklady pro platnost vztahu (5). Nebylo zřejmé, zda měření při 200 mA je v lineární oblasti. Výsledné hodnoty Bohrova magnetonu při zanedbání resp. započtení první hodnoty se v rámci chyby shodují.

Výsledná hodnota není shodná s hodnotou

$$\mu_B = 9.27 \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

tabelovanou v [2]. Tak velká odchylka je zřejmě způsobena nějakou systematickou chybou. Za předpokladu, že moje měření byla správná, lze chybu hledat v zadaných hodnotách. Odhaduji, že problém by mohl být především ve vztahu (4). Neměl jsem ovšem možnost kontrolovat například kolimaci svazku před analyzátozem, která je pro tento experiment kritická. Vychýlením svazku v by jistě došlo ke změně konstanty ve vztahu (4). Kromě velké systematické chyby byla největší chyba způsobena nepřesným odečítáním z grafů. Tuto nepřesnost by bylo možné částečně eliminovat opakováním měření a také měřeními při vyšších magnetizačních proudech.

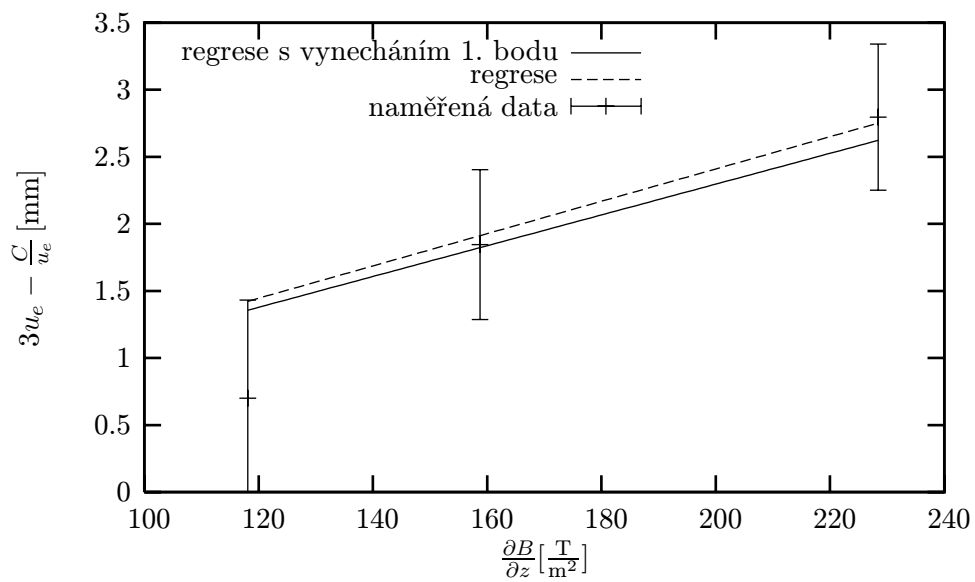
# Závěr

Byl proveden Sternův–Gerlachův experiment, potvrzena existence spinu a přibližně určena hodnota Bohrova magnetonu

$$\mu_B = (5.1 \pm 0.1) \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

## Reference

- [1] Studijní texty, úloha 11: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/> a materiály v praktiku
- [2] Mikulčák, J., Klimeš, B., Široký, J., Šůla, V., Zemánek, F.: Matematické fyzikální a chemické tabulky. Prometheus, Praha 1997.



**Obrázek 5:** Vzdálenosti maxim pro různé gradienty mag. pole