

Pracovní úkol:

- 1) Zkontrolujte vakuum v aparatuře a při dosažení potřebného vakuu zprovozněte detektor iontů a pícku. Sledujte zbytkový proud detektoru a v případě potřeby vyčistěte povrch emisní elektrody doporučeným postupem.
- 2) Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorový profil atomového svazku při nulovém magnetickém poli.
- 3) Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorové profily atomového svazku při magnetizačních proudech 200 mA, 400 mA, 600 mA, 800 mA.
- 4) Z naměřených hodnot štěpení svazku určete hodnotu Bohrova magnetonu a diskutujte přesnost metody.

Teorie:

Na magnetický dipól μ umístěný v magnetickém poli B působí síla

$$F = (\mu \nabla) B \quad (1)$$

Magnetický moment elektronového obalu atomu draslíku je dán spinem S vnějšího elektronu:

$$\mu = -\frac{e}{2m_e} g_s S \quad (2)$$

kde e je elementární náboj, m_e hmotnost elektronu a g_s tzv. g-faktor elektronového spinu který můžeme pokládat za roven 2. Z-ové složky S mají hodnotu $\pm \hbar m_s$, kde m_s nabývá hodnot $\pm 1/2$. Síla působící na atom v magnetickém poli s gradientem ve směru z proto bude:

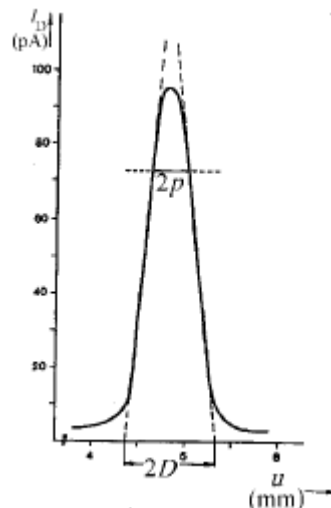
$$F_z = -g_s m_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \quad (2)$$

kde

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \quad (3)$$

je tzv. Bohrův magneton.

Schéma experimentálního uspořádání je na Obr. 1. Ze žhavené pícky vylétávají atomy, soustavou štěrbin jsou kolimovány a prolétávají magnetickým polem. Ve vzdálenosti l pak měříme prostorové rozdělení svazku Langmuirovým – Taylorovým detektorem napojeným přes zesilovač na voltmetr a zapisovač. Prostorový profil svazku bez magnetického pole je zobrazen na Obr.1. Je možné ho aproximovat dvěma přímkami spojenými parabolickým vrcholem. Šířku hlavního svazku označíme $2D$ a šířku parabolického vrcholu $2p$. Při zapnutí pole dochází ke štěpení původního svazku (vrcholu) na dva (pro větší pole je toto štěpení výraznější). Vzdálenost obou maxim označíme $2u_e$.



Obr. 1: Svazek bez magnetického pole

Pro Bohrův magneton pak platí:

$$\mu_B = \frac{2k_B T}{lL \left(1 - \frac{L}{2l}\right)} \frac{3u_e - \frac{C}{u_e}}{\frac{\partial B}{\partial z}} \quad (4)$$

kde

$$C = \frac{D^4 - \frac{p^4}{5}}{D^2 - \frac{p^2}{3}} \quad (5)$$

$L = 70$ mm je délka magnetického analyzátoru, $l = 445$ mm vzdálenost počátku magnetického analyzátoru od roviny detektoru, D a p jsou parametry svazku bez magnetického pole (viz. Obr. 1). Pro gradient magnetického pole platí:

$$\left. \frac{\partial B}{\partial z} \right|_{z=1,3a} \approx 0,968 \frac{B_H}{a} \quad (6)$$

kde B_H je magnetická indukce v místě štěrbiny a a je poloviční vzdálenost hypotetických os vodičů modelujících magnetické pole analyzátoru ($a = 2,5$ mm).

Z naměřených hodnot lze získat závislost mezi veličinami $(3u_e - C/u_e)$ a $\partial B/\partial z$. Je vhodné použít závislost $(3u_e - C/u_e) = K(\partial B/\partial z)$. Lineární regresi přímkové části této závislosti pak určíme střední hodnotu veličiny:

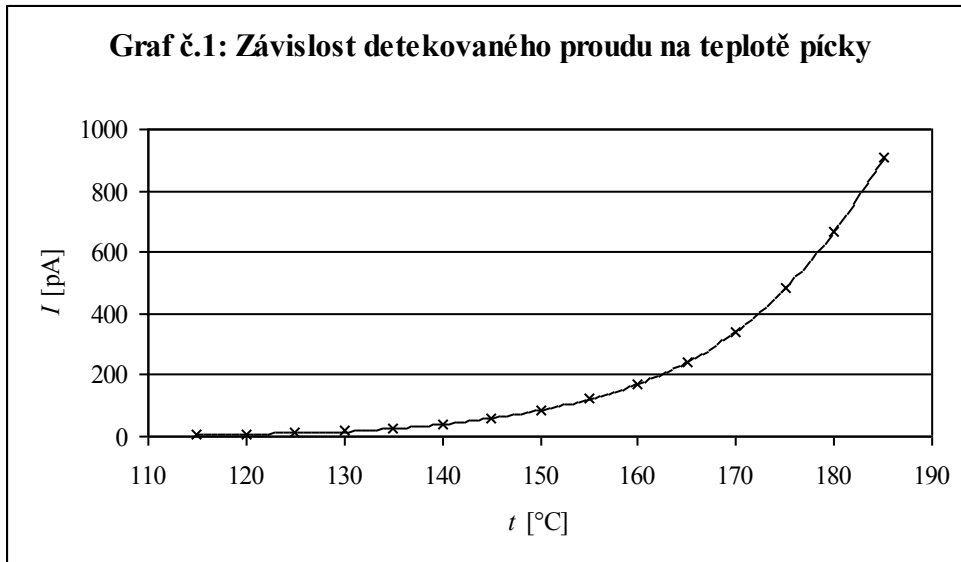
$$K = \frac{3u_e - \frac{C}{u_e}}{\frac{\partial B}{\partial z}} \quad (7)$$

kterou můžeme použít ve vztahu (4) k určení Bohrova magnetonu

Výsledky měření

Tabulka č.1: Závislost detekovaného proudu na teplotě pícky

t [°C]	I [pA]	t [°C]	I [pA]
115	4,6	155	124,5
120	6,6	160	171,1
125	11,9	165	239
130	17,0	170	338
135	25,2	175	486
140	38,0	180	666
145	56,4	185	910
150	86,1		



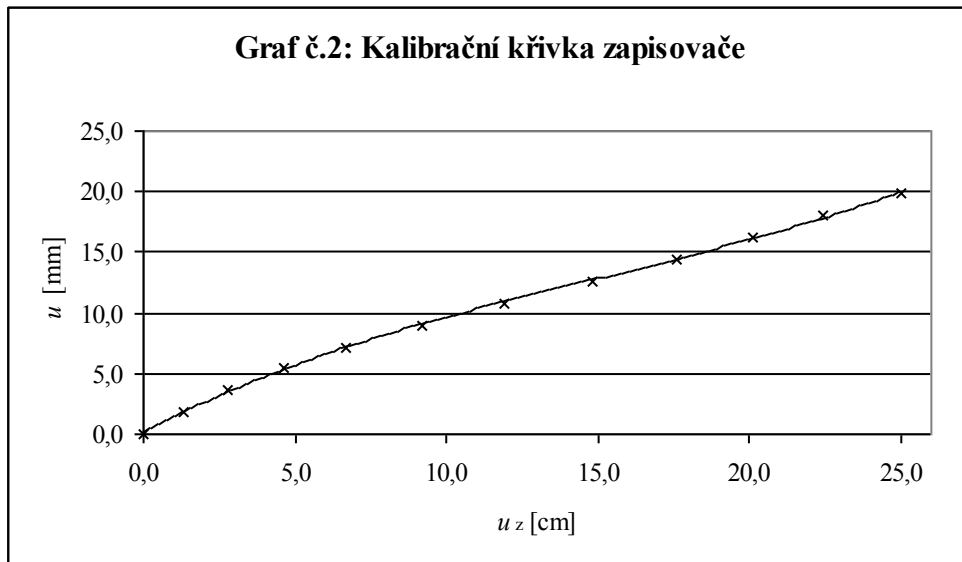
Není jisté, že při měření byl detektor nastaven v maximu toku částic, ale proto, že nás zajímá jen tvar závislosti, je důležité, že nebyla při měření měněna poloha detektoru. Detektor reagoval na změnu teploty s určitým zpožděním (daným dobou doletu částic z pícky k detektoru), takže měřený proud při určité odečtené teplotě není skutečný proud při této teplotě. Také čidlo teploty reaguje na její změnu s určitým zpožděním, ale vzhledem k chybě přístroje je toto zanedbatelné (třída přesnosti 2, při rozsahu 200 tomu odpovídá chyba ± 4 °C). Měření teplotní závislosti bylo jen orientační (aby byl zřejmý význam vyšší teploty pícky) a při dalším měření je důležité udržovat teplotu konstantní (po určité době se teplota ustálí a měřený proud bude odpovídat teplotě pícky).

Tabulka č.2: Kalibrace zapisovače

otáčka	u_z [cm]	u [mm]
0	0,0	0,0
1	1,3	1,8
2	2,8	3,6
3	4,6	5,4
4	6,7	7,2
5	9,2	9,0
6	11,9	10,8
7	14,8	12,6
8	17,6	14,4
9	20,1	16,2
10	22,4	18,0
11	25,0	19,8

u_z je vzdálenost od počátku na záznamu ze zapisovače, u je posuv osy detektoru.

Protože je kalibrační závislost zapisovače nelineární, je nutné rozdíly v polohách detektoru (např. mezi maximy) určovat odečtem z kalibrační křivky.

Tabulka č.3: Parametry D a p

	u_{z1} [cm]	u_{z2} [cm]	u_1 [mm]	u_2 [mm]	du [mm]	σ_{du} [mm]
$2D$	6,4	8,8	7	8,7	1,7	0,1
$2p$	7,1	7,8	7,5	8	0,5	0,1

indexem 1 jsou označeny vzdálenosti prvních bodů od počátku a indexem 2 druhých. Odečtením 2 od 1 dostaneme vzdálenost mezi body (kvůli nelinearitě musíme odečítat až hodnoty u).

$$D = (0,85 \pm 0,05) \text{ mm}$$

$$p = (0,25 \pm 0,05) \text{ mm}$$

Chyba je tvořena chybou odhadnutou z měření vzdáleností na záznamu ze zapisovače, která je 1 mm.

Hodnota parametru C dle vzorce (5) je:

$$C = (7,4 \pm 2,7) \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

Tabulka č.4: Vzdálenosti mezi maximy

proud	u_{z1} [cm]	u_{z2} [cm]	u_1 [mm]	u_2 [mm]	$2u_e$ [mm]	u_e [mm]	σ_{u_e} [mm]
200	7,4	-----	7,7	-----	-----	-----	-----
400	6,7	8,6	7,2	8,6	1,4	0,70	0,05
600	6,4	8,8	7,0	8,7	1,7	0,85	0,05
800	6,0	9,1	6,6	8,9	2,3	1,15	0,05

chyba v určení vzdáleností mezi maximy je opět odhadnutá ze záznamu zapisovače (± 1 mm).

Tabulka č.5: Vzdálenosti mezi maximy pro různé gradienty

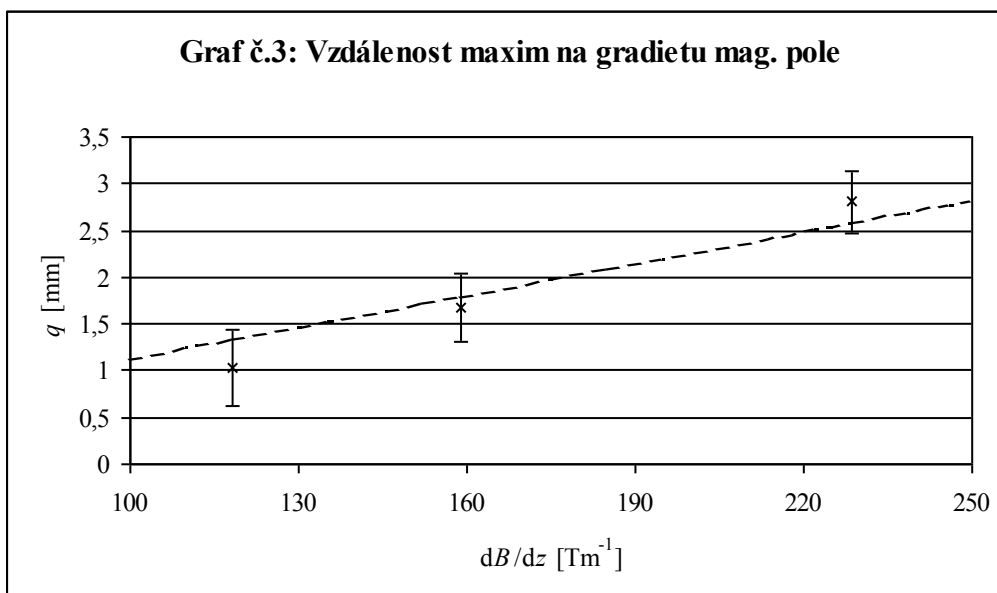
I [mA]	B [T]	$\partial B/\partial z$ [Tm ⁻¹]	u_e [mm]	q [mm]	σ_q [mm]
200	0,135	52,3	-----	-----	-----
400	0,305	118,1	0,70	1,04	0,39
600	0,410	158,8	0,85	1,68	0,33
800	0,590	228,4	1,15	2,80	0,26

$$\text{kde } q = 3u_e - \frac{C}{u_e}$$

Pro lineární regresi závislosti $q = K(\partial B/\partial z)$ máme relativně málo bodů a navíc nevíme přesně, která část grafu je lineární. Při fitování předpokládáme, že se všechny body nacházejí v lineární části grafu. Ze vztahu (4) je potom dopočítán Bohřův magneton s použitím chyby regresního koeficientu dané programem „Gnuplot“ a chyby teploty (± 4 °C). Teplota pícky byla 185 °C ($T = 458,15$ K), $L = 70$ mm, $l = 455$ mm. Pro porovnání je ještě spočítána hodnota Bohrova magnetonu jako průměr pro všechny proudy.

Tabulka č.6: Bohřův magneton

I [mA]	μ_B [$10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$]	σ_{μ_B} [$10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$]
400	3,78	1,48
600	4,54	1,00
800	5,28	0,63
Průměr	4,54	0,63
Regrese	4,85	0,39



Koeficient z lineární regrese je $K = (1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-5} T^{-1}m^2$

Bohrův magneton je $\mu_B = (4,85 \pm 0,39) \cdot 10^{-24} A \cdot m^2$

Diskuse:

Tlak se v průběhu experimentu držel mezi hodnotami $5 \cdot 10^{-7}$ až 10^{-6} Pa, což je dostatečně nízká hodnota pro provedení experimentu. (při zahřívání pícky tlak vzrostl na hodnotu 10^{-6} Pa vlivem plynů uvolňovaných z draslíku, ale posléze se jeho hodnota stabilizovala na $5 \cdot 10^{-7}$ Pa). Jisté potíže nastaly při odečtu naměřených hodnot ze zapisovače. Byly způsobeny především tím, že bylo pro zapisování použito jen jedné barvy, což činilo potíže při rozlišování jednotlivých křivek (vedou blízko u sebe a občasné skoky způsobené rychlým posuvem, či nějakou fluktuací občas zdánlivě propojovali různé křivky). Další potíž je s nelinearitou zapisovače, ale použitá metoda by měla tuto chybu maximálně omezit.

Určení parametrů D a p je zatíženo jistou osobní chybou, při prokládání patřičné části grafu přímkami. Pro magnetizační proud 200 mA nebylo rozštěpení svazku patrné (bylo patrné jen jakési zvlnění křivky v místech, kde měl být druhý vrchol, proto při dalších výpočtech nebyly tyto hodnoty používány. Pro větší hodnoty magnetizačního proudu je již rozštěpení svazku hezky viditelné (což dokazuje existenci spinu). Pro lepší odlišení jednotlivých křivek jsem při každém měření posunul y-ový počátek mírně nahoru, bohužel tak, že se část vrcholů nachází v poměrně malé oblasti a poněkud znesnadňuje orientaci.

Při porovnání výsledku s tabulkovou hodnotou ($\mu_B = 9,274\ 078 \cdot 10^{-24} A \cdot m^2$) zjistíme, že výsledek je řádově správný, ale poloviční (dokonce i při porovnání s protokoly mých kolegů – např. protokol Štěpána Roučky - <http://berta.borec.cz/index.php?obsah=protokoly.php&praktikum=4&menu=mff#praktikum>). Nejsnazší vysvětlení by bylo, že jsem při výpočtech udělal nějakou chybu (třeba zapomněl násobit dvojkou), ale tuto se mi nepodařilo objevit. Daný problém by totiž vyřešila hodnota parametru q dvakrát větší, než mnou udávaná, další možností je chybné určení vzdáleností mezi vrcholy (cca o 4mm větší u každého). Vzdálenosti jsem několikrát přeměřoval a pokaždé je určil tak, jak jsou uvedeny v Tabulce č.4. Další systematickou možností je špatná kalibrace zapisovače (její graf byl proložen funkcí typu spline). Ani jsem nenalezl chybu. Zbývá ještě možnost dvojnásobné teploty (nemožné) či dvojnásobné Boltzmanovy konstanty (vyloučené). Shrnutí: Ani po pečlivém překontrolování výsledků jsem v postupu nenašel důvod poloviční hodnoty Bohrova magnetonu. Chyba by mohla být v samotném experimentu (i když v tuto chvíli mi není jasné jaká - například různá kalibrace osy x zapisovače pro různou hodnotu y).

Závěr:

Byl proveden Stern-Gerlachův experiment při kterém bylo pozorováno rozštěpení svazku vlivem magnetického pole.

Změřená hodnota Bohrova magnetonu je $\mu_B = (4,85 \pm 0,39) \cdot 10^{-24} A \cdot m^2$.

Tabulková hodnota Bohrova magnetonu je $\mu_B = 9,274\ 078 \cdot 10^{-24} A \cdot m^2$

V rámci chyby odpovídá změřená hodnota hodnotě tabulkové.

Použitá literatura:

- [1] Studijní texty, úloha A11 (http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_411.pdf)
- [2] Fyzikální tabulky (www.converter.cz)