

### Pracovní úkol:

1. Zkontrolujte vakuum v aparatuře a při dosažení potřebného vakuu zprovozněte detektor iontů a píčku. Sledujte zbytkový proud detektoru a v případě potřeby vyčistěte povrch emisní elektrody doporučeným postupem.
2. Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorový profil atomového svazku při nulovém magnetickém poli.
3. Pomocí souřadnicového zapisovače proměřte prostorové profily atomového svazku při magnetizačních proudech 200 mA, 400 mA, 600 mA, 800 mA, 1000 mA.
4. Z naměřených hodnot štěpení svazku určete hodnotu Bohrova magnetonu a diskutujte přesnost metody.

### Teorie

Na magnetický dipól  $\mu$  vložený do magnetického pole  $B$  působí síla  $F$  [1]:

$$F = (\mu \nabla) B \quad (1)$$

Orbitální moment atomů draslíku používaných v experimentu je nulový. Magnetický moment  $\mu$  elektronového obalu atomu draslíku je tedy dán spinem  $S$  jediného vnějšího elektronu ve slupce [1].

$$\mu = -\frac{e}{2m_e} g_s S \quad (2)$$

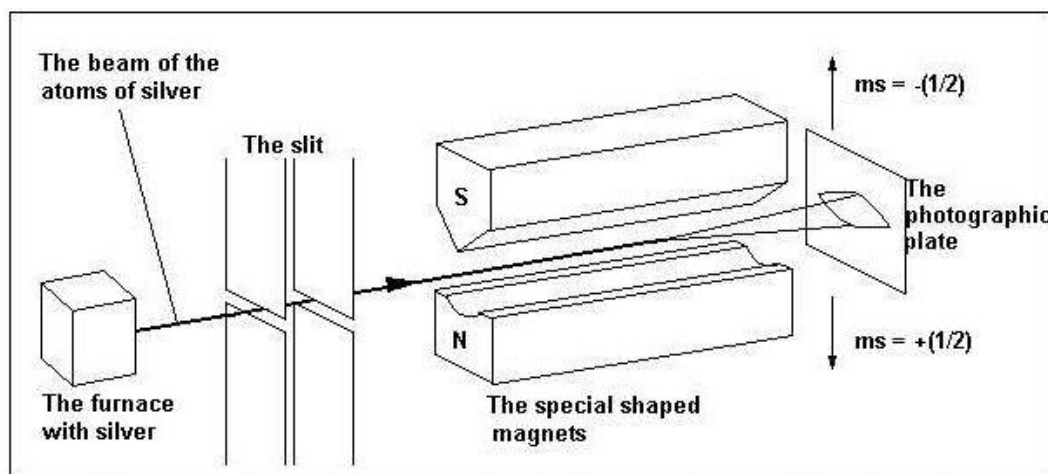
kde  $e$  je velikost náboje elektronu a  $m_e$  jeho hmotnost,  $g_s$  je tzv. g-faktor elektronového spinu, který můžeme pokládat za roven 2.

$z$ -ové složky  $S$  mají hodnotu  $S_z = \pm m_s \hbar$ , kde kvantové číslo  $m_s = \pm 1/2$ . Ze vztahu (1) tedy získáme vztah pro výpočet síly působící na atom v magnetickém poli s gradientem ve směru osy  $z$

$$[1]: \quad F_z = -g_s m_s \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \quad (3)$$

$$\text{kde} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} \quad (4)$$

je tzv. Bohrov magneton.



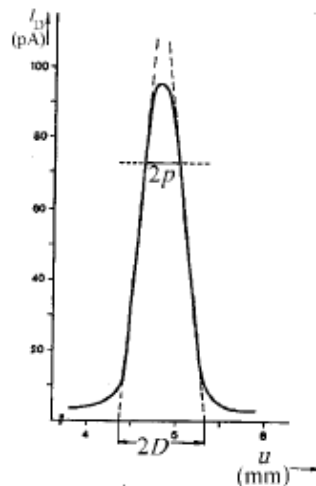
**The Stern-Gerlach experiment. On the photographic plate are two clear tracks.**

obr.1 – principiální uspořádání experimentu

Principiální uspořádání experimentu je znázorněno na obr.1. V píčce je vypařován svazek atomů (v našem případě draslíku), který se šíří ve směru osy  $x$ . Je soustavou štěrbin vycloňován a poté prochází nehomogenním magnetickým polem s gradientem ve směru osy  $z$ . Na atomy působí síla daná vztahem (3).

Ve vzdálenosti  $l$  od píčky měříme pomocí Langmuirova-Taylorova detektoru prostorové rozdělení svazku. Detektor je napojen přes zesilovač na voltmetr a souřadnicový zapisovač. Prostorový profil svazku bez zapnutého magnetického pole je zobrazen na obr.2. Jak je z obrázku patrné, je možné jej aproximovat dvěma přímkami s parabolickým vrcholem.

Označme  $2D$  šířku hlavního svazku a  $2p$  šířku parabolického vrcholu. Po zapnutí magnetického pole se štěpí původní svazek na dva. Vzdálenost obou maxim označme  $2u_e$ .



obr.2 – Prostorový profil svazku bez magnetického pole

Pro Bohrov magneton pak platí [1]:

$$\mu_B = \frac{2k_B T}{lL\left(1 - \frac{L}{2l}\right)} \cdot \frac{3u_e - \frac{C}{u_e}}{\frac{\partial B}{\partial z}} \quad (5)$$

kde

$$C = \frac{(D^4 - \frac{p^4}{5})}{D^2 - \frac{p^2}{3}} \quad (6)$$

$l=445$  mm je vzdálenost počátku magnetického analyzátoru od roviny detektoru,  $L=70$  mm je délka tohoto analyzátoru a  $D, p$  jsou parametry svazku bez magnetického pole (viz.obr.2). Magnetické pole analyzátoru je stejné, jako by bylo tvořeno dvěma přímými nekonečně dlouhými vodiči. Jejich vzdálenost je  $2a$ ,  $a=2,5$  mm. Označme  $B_H$  magnetickou indukci v místě štěrbiny, pak pro gradient magnetického pole platí [1]:

$$\left. \frac{\partial B}{\partial z} \right|_{z=1,3a} \approx 0,968 \frac{B_H}{a} \quad (7)$$

Označme  $3u_e - \frac{C}{u_e} = q$ .

Z naměřených hodnot získáme závislost mezi veličinami vystupujícími ve vztahu (5)

$$q = K \frac{\partial B}{\partial z} \quad (8)$$

Lineární regresí získáme hodnotu parametru  $K$ , který pak použijeme ve vztahu (5) k určení Bohrova magnetonu.

### Výsledky měření

Před začátkem samotného měření bylo nutné nechat žhavit píčku na požadovaných 180 - 200°C. Díky čtyřem pumpám jsme dosáhli v trubici vakua, které se během měření pohybovalo v rozmezí  $5 \cdot 10^{-7} - 1 \cdot 10^{-6}$  mbar.

Přístroj je opatřen šnekovým převodem, který umožňuje otáčení trubice mezi magnety podél vertikální osy. Nejprve jsme na souřadnicovém zapisovači okalibrovali stupnici tohoto šnekového převodu, jehož jedna otáčka odpovídá v reálu posunutí o 1,8mm.

Samotné měření jsme započali naměřením prostorového profilu svazku bez zapnutého magnetického pole. Šnekovým převodem bylo nutné otáčet velmi pomalu a jemně kvůli pomalé odezvě zapisovače. Z naměřeného profilu jsme určili hodnoty parametrů ze vztahu (6). Chybu odečtení z grafu a vůbec nepřesného zakreslení v grafu uvažují  $\sigma = 1 \pm$  mm.

$$p = (0,38 \pm 0,04) \text{ mm}$$

$$D = (0,84 \pm 0,09) \text{ mm}$$

Z křivky závislosti velikosti magnetické indukce na proudu procházejícím magnetem jsme získali hodnoty potřebné pro výpočet gradientu magnetického pole. Použijeme vztah (7) platný pro použitou aparaturu.

Dále jsme naměřili křivky rozdělení svazku pro magnetizační proudy 200mA, 250mA, 400mA, 600mA, 800mA a 1000 mA. Jsou zakresleny společně s křivkou bez magnetického pole v přiloženém grafu. Numerické výsledky jsou v Tabulce I.

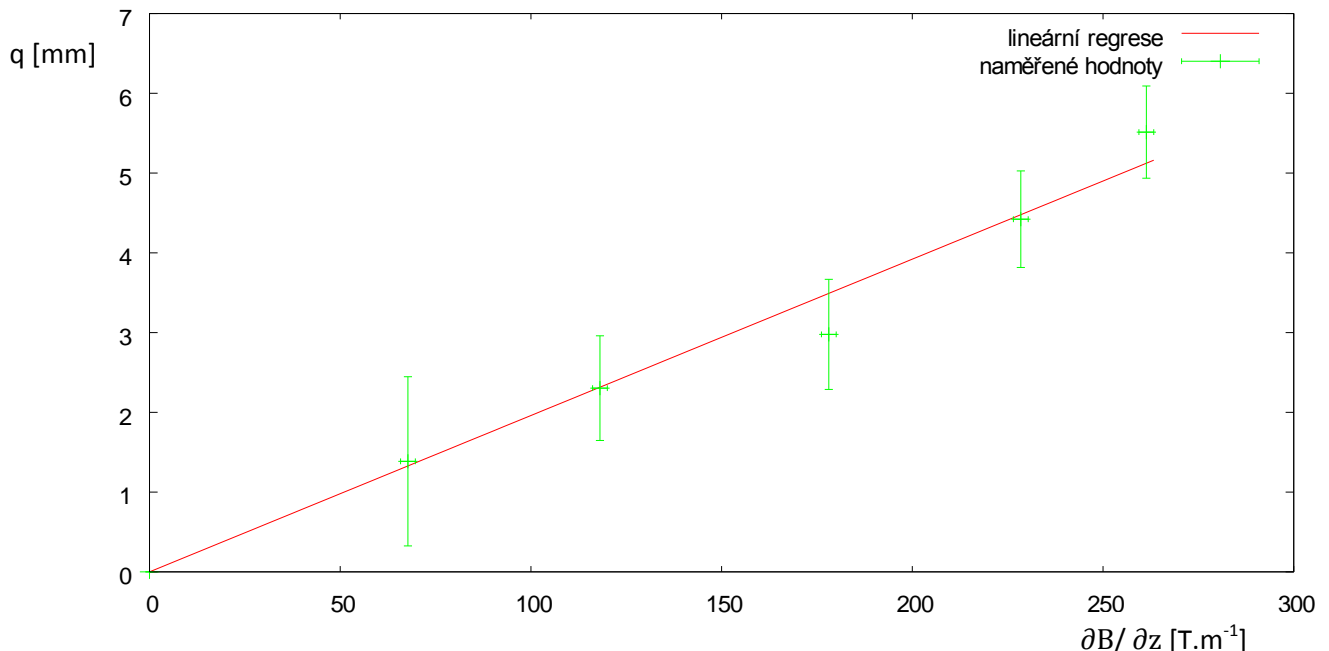
**Tabulka I – Závislost polohy maxima intenzity svazku na magnetizačním proudu**

I [mA]	B <sub>H</sub> [T]	σ <sub>BH</sub>	∂B/∂z [T.m <sup>-1</sup> ]	chyba	u <sub>e</sub> [mm]	σ <sub>ue</sub> [mm]	q [mm]	chyba q
200	0,135	0,005	52	2	0,41	0,08	-	-
250	0,175	0,005	68	2	0,78	0,09	1,4	1,1
400	0,305	0,005	118	2	1,02	0,03	2,3	0,7
600	0,460	0,005	178	2	1,20	0,07	3,0	0,7
800	0,590	0,005	228	2	1,63	0,08	4,4	0,6
1000	0,675	0,005	261	2	2,0	0,1	5,5	0,6

V tabulce uvádím také hodnoty parametru  $q$ , který je dále použit v lineárním fitu dle závislosti (8) pro získání hodnoty Bohrova magnetonu. Avšak pro magnetizační proud 200mA vychází  $q$  záporné, tedy dále nepoužívám výsledky z tohoto měření pro další zpracování.

Chyby jsou počítané pomocí zákona o přenosu chyb nepřímých měření ([2], seminar1).

Graf I - Závislost parametru  $q$  na gradientu magnetického pole



Závislost jsme nechali fitovat programem Gnuplot. Výsledná konstanta úměrnosti je:

$$K = (1,96 \pm 0,007) \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{T}^{-1}$$

Pro výpočet hodnoty Bohrova magnetu ještě potřebujeme znát teplotu píčky při experimentu.

$$T = (460 \pm 2) \text{ K}$$

$$\mu_B = (8,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$$

Tabulková hodnota Bohrova magnetonu je [3]:  $\mu_B = 9,274078 \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$

## Diskuze

Námi naměřená hodnota Bohrova magnetonu se shoduje s tabulkovou hodnotou řádově, ale ne v rámci spočtené chyby. Do této chyby jsme zahrnuli nelinearitu šnekového převodu otáčení s přístrojem, dále také nepřesnost zápisu pomocí souřadnicového zapisovače. Tato odchylka se dala zčásti eliminovat pomalým otáčením převodem, protože odezvy zapisovače byly hodně pomalé. Další chyba, kterou vnášíme do experimentu je nepřesnost v odečtu z naměřených křivek. Všechny tyto chyby jsme uvažovali dohromady  $\sigma = \pm 1\text{mm}$  ve správném odečtu vzdáleností  $u_e$ ,  $p$ ,  $D$ .

Další nepřesnost je podle mého názoru v konstantě úměrnosti ze vztahu (7). Tato úměrnost platí mezi magnetickou indukcí a gradientem magnetického pole pouze tehdy, pokud je přístroj správně vystředován a svazek atomů prolétá přesně středem štěrbin. Avšak toto nebylo zcela splněno a mohlo se stát, že některé atomy procházely slabším magnetickým polem než jiné. Důkaz tohoto tvrzení je na přiloženém grafu pořízeném souřadnicovým zapisovačem. Je zde dobře vidět, že rozdělení obou maxim není vůbec souměrné, nižší signál v pravé části grafu odpovídá průchodu atomů slabším magnetickým polem.

Ve zpracování jsme nakonec použili tabulkovou hodnotu [3] Bohrova magnetonu, abychom určili přibližný správný převod ve vztahu (7). Pomocí lineární regrese jsme určili konstantu úměrnosti  $K_2 = (0,906 \pm 0,036)$ . Graf tohoto fitu zde neuvádím. Je evidentní, že tato chyba má velký vliv na konečný výsledek.

## Závěr

Provedli jsme Stern-Gerlachův experiment. Prokázalo se prostorové kvantování magnetického momentu atomů draslíku.

Naměřili jsme velikost Bohrova magnetonu:  $\mu_B = (8,7 \pm 0,3) \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$

Tabulková hodnota je [3]:  $\mu_B = 9,274078 \cdot 10^{-24} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$

## Použitá literatura

[1] physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp: Studijní text

[2] J.Čížek – <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/index.htm> , Praha 2008

[3] Brož, Roskovec, Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980