

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM ...

Úloha č. ....

Název: .....

Pracoval: ..... stud. skup. .... dne .....

Odevzdal dne: .....

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval: ..... dne .....

# Pracovní úkoly

1. V této úloze se používá zářič  $^{90}\text{Sr}$ , který se rozpadá podle schématu na obr. 5 v [1]. Spektrum emitovaných elektronů je superpozicí dvou beta-spekter a absorpce bude mít tvar (4), kde  $N^{(1)}(0)$ , resp.  $N^{(2)}(0)$  je počet elektronů z 1. resp. 2. rozpadu registrovaný za zvolený časový interval,  $E_0^{(1)}$ , resp.  $E_0^{(2)}$  je maximální energie 1. resp. 2.  $\beta$ -spektra a  $N$  je pozadí. Vaším úkolem je určit hodnoty  $E_0^{(1)}$  a  $E_0^{(2)}$  z naměřené absorpční křivky, a to jak z absorpčních koeficientů, tak z maximálních doletů. K dispozici budete mít okénkový Geiger-Müllerův detektor, soupravu s čítačem a sadu hliníkových absorbátorů. Vnější pozadí bude redukováno olověným stíněním zářiče-absorbátoru-detektoru.

## 1 Teoretická část

### 1.1 Absorpce $\beta$ -záření

Při průchodu elektronů energií  $10^4$  až  $10^7$  eV ( $\beta$ -rozpad) látkou dochází k jejich pružným srážkám s látkou, nebo interakci s atomárními elektrony a excitaci či ionizaci atomů. Tyto jevy způsobující úbytek počtu elektronů dopadajících za jednotku času do detektoru, který je stíněný nějakou vrstvou materiálu, označujeme jako absorpce.

Absorpce obecně závisí na tvaru energetického spektra emitovaných  $\beta$ -částic a množství rozptylových jader stojících v cestě mezi zářičem a detektorem<sup>1</sup> (jednoduše vyjádřeno jako součin absorpčního koeficientu  $\mu$  a tloušťky absorbátoru  $d$ ). Přibližně odpovídá exponenciálnímu poklesu

$$N(d\rho) = N(0) \exp\left(-\frac{\mu}{\rho}d\rho\right), \quad (1)$$

kde  $N(d\rho)$  je množství detekovaných elektronů za daný čas,  $\rho$  pak hustota materiálu absorbátoru,  $d\rho$  jeho plošná hmotnost. Prakticky  $N(d\rho)$  klesá až k intenzitě pozadí  $N_B$ , po jehož odečtení je možné určit  $\mu$ , příp.  $\mu/\rho$  a také maximální dolet elektronů  $R_\beta$ .

$\mu/\rho$  a  $R_\beta$  lze využít k určení maximální energie  $E_0$  emitovaného spektra. Pro hliníkový absorbátor platí

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right) = 22 \left(\frac{E_0}{\text{MeV}}\right)^{-4/3} \quad (2)$$

a pro závislost  $R_\beta$  na  $E_0$  použijeme empirického vztahu

$$\frac{\rho R_\beta}{\text{g.cm}^{-2}} = \begin{cases} 0.407 \left(\frac{E_0}{\text{MeV}}\right)^{1.38} & 0.15 < E_0 \leq 0.8 \text{ MeV} \\ 0.542 \left(\frac{E_0}{\text{MeV}}\right) - 0.133 & E_0 > 0.8 \text{ MeV} \end{cases} \quad (3)$$

### 1.2 Superpozice dvou $\beta$ -spekter

V úloze používáme zářič  $^{90}\text{Sr}$ , který se rozpadá  $\beta$ -rozpadem nejprve na  $^{90}\text{Y}$ , a to posléze na  $^{90}\text{Zr}$ . Spektrum emitovaných elektronů je proto superpozicí dvou jiných, absorpce bude mít tvar

$$N(d\rho) = N^{(1)}(0) \exp\left(-\frac{\mu(E_0^{(1)})}{\rho}d\rho\right) + N^{(2)}(0) \exp\left(-\frac{\mu(E_0^{(2)})}{\rho}d\rho\right) + N_B, \quad (4)$$

kde  $N^{(1)}(0)$ , resp.  $N^{(2)}(0)$ , je množství elektronů z 1., resp. 2., rozpadu registrované v daném intervalu,  $E_0^{(1)}$ , resp.  $E_0^{(2)}$ , pak odpovídající maximální energie spekter,  $N_B$  pozadí.

### 1.3 Zpracování

Pokud se  $\beta$ -záření z prvního a druhého rozpadu značně liší svou energií, pak ty lze zjistit následujícím způsobem. Absorpční koeficient tvrdší komponenty lze získat lineární regresí logaritmované závislosti po odečtení pozadí  $\log\left(\frac{N_t(d\rho)}{s-1}\right) = \log\left(\frac{N(d\rho)-N_B}{s-1}\right)$  pro velká  $d\rho > 200 \text{ mg.cm}^{-2}$ , kde se již neuplatňuje měkkí komponenta (z ní už neprochází žádné elektrony). Po odečtení nalezené absorpční křivky tvrdé části  $N_t(d\rho)$  a pozadí zbude absorpční křivka měkkí části  $N_m(d\rho)$ , jejíž absorpční koeficient získáme po zlogaritmování další lineární regresí pro cca  $d\rho < 150 \text{ mg.cm}^{-2}$ .

<sup>1</sup>Absolutní výtěžek  $V$  při použití ideálně tenkého terče  $V = j\sigma n = jSt\sigma \frac{n}{s} = V_0\sigma\Upsilon = V_0\sigma\mu d$ , kde  $j$  je hustota toku nalétávajících částic,  $V_0$  pak jejich celkové množství,  $t$  čas,  $\sigma$  účinný průřez a  $n$  počet rozptylových jader.

## 2 Výsledky měření

### 2.1 Závislost $N(d\rho)$ , $N_t(d\rho)$ a $N_m(d\rho)$

Aparatura je od okolí odstíněna masivní olovenou nádobou. Uvnitř se nachází vzorek  $^{90}_{38}\text{Sr}$  v rovnováze s produkty  $\beta$ -rozpadu  $^{90}_{39}\text{Y}$  a  $^{90}_{40}\text{Zr}$  a vybavena kolimátorem ve vertikálním směru do Geigerova-Müllerova počítače. Ten je připojen k elektronickému vysokofrekvenčnímu čítači zaznamenaných impulsů.

Postupně mezi zářič vkládáme hliníkové plíšky o stanovené tloušťce, resp. plošné hmotnosti  $d\rho$  a pomocí čítače měříme čas  $t$  potřebný k zaregistrování (přechodu) 1000 částic. Tento postup umožňuje zachovávat shodnou rel. chybu výtěžku  $N(d\rho)$ <sup>2</sup>. Taktéž bylo nutno změřit intenzitu pozadí  $N_B$ , což jsem provedl za přítomnosti tlustého absorbátoru. Naměřené hodnoty nalezneme v tabulce 1.

$\frac{d\rho}{\text{mg}\cdot\text{cm}^{-2}}$	$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{N(d\rho)}{\text{s}^{-1}}$	$\log\left(\frac{N(d\rho) - N_B}{\text{s}^{-1}}\right)$
0	5.38	186 ± 6	5.22 ± 0.03
9.9	6.87	146 ± 5	4.98 ± 0.03
19.6	8.17	122 ± 4	4.80 ± 0.03
29.3	9.83	102 ± 3	4.61 ± 0.03
39.0	11.35	88 ± 3	4.47 ± 0.03
48.8	12.72	79 ± 2	4.35 ± 0.03
58.6	14.45	69 ± 2	4.23 ± 0.03
68.8	15.29	65 ± 2	4.17 ± 0.03
79.1	17.86	56 ± 2	4.01 ± 0.03
89.6	19.12	52 ± 2	3.94 ± 0.03
100.2	20.26	49 ± 2	3.88 ± 0.03
111.2	21.39	47 ± 1	3.83 ± 0.03
122.5	23.05	43 ± 1	3.75 ± 0.03
133.8	25.94	39 ± 1	3.63 ± 0.03
148.8	29.93	33 ± 1	3.49 ± 0.03
160	30.02	33 ± 1	3.48 ± 0.03
178	34.99	28.6 ± 0.9	3.32 ± 0.03
269	58.51	17.1 ± 0.5	2.79 ± 0.03
331	92.28	10.8 ± 0.3	2.31 ± 0.04
421	151.29	6.6 ± 0.2	1.76 ± 0.04
511	228.03	4.4 ± 0.1	1.28 ± 0.05
612	366.35	2.73 ± 0.09	0.67 ± 0.06
749	515.12	1.94 ± 0.06	0.15 ± 0.07
886	584.01	1.71 ± 0.05	-0.08 ± 0.09
1020	564.64	1.77 ± 0.06	-0.01 ± 0.08
1060	579.47	1.73 ± 0.05	-0.06 ± 0.08
pozadí	1273.56	0.79 ± 0.02	--

Tabulka 1: Tloušťka hliníkového absorbátoru  $d\rho$ , čas potřebný k zaznamenání 1000 impulsů v GM-počítači  $t$ , výsledná četnost událostí  $N(d)$ , logaritmovaná četnost zaznamenaných impulsů korigovaná o pozadí  $N(d) - N_B$ .

Podle postupu zmíněného výše, resp. dle [1], jsem vzniklou závislost  $N(d\rho)$  po odečtení  $N_B$  (a bezrozměrně) logaritmoval a vynesl do grafu na obr. 1. Identifikoval jsem oblast tvrdé složky záření pro velká  $d\rho$ , když méně energetická část záření neprochází, a závislost jsem proložil lineární fčí tvaru  $A_t d\rho + B_t$  v intervalu  $d\rho \in <178, 612>$  mg/cm<sup>2</sup>. Dle (1), resp. (4):

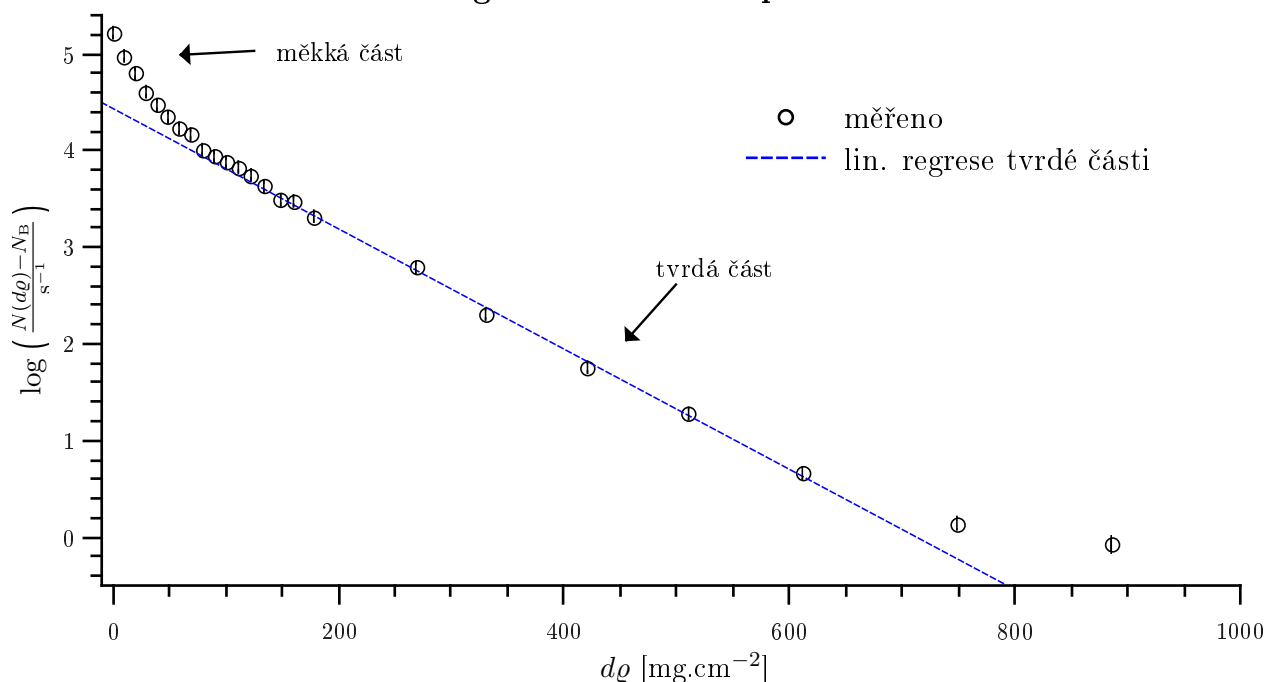
$$A_t = -\frac{\mu(E_0^t)}{\rho} = (-6.2 \pm 0.1) \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$$

$$B_t = \log \frac{N_t(0)}{\text{s}^{-1}} = (4.43 \pm 0.04).$$

Nalezenou závislost tvrdé složky záření  $N_t(d\rho)$  jsem opět i s pozadím odečetl od naměřené  $N(d\rho)$ , vynesl do grafu na obr. 2 a proložil fčí  $A_m d\rho + B_m$  v intervalu  $d\rho \in <0,60>$  mg/cm<sup>2</sup>:

<sup>2</sup>Samozřejmě za předpokladu, že chyba odečítání času  $t$  je zanedbatelná vůči  $\sqrt{N} = \sqrt{1000} \approx 3\%$ .

## Logaritmovaná absorpční křivka



Obr. 1: Logaritmovaná závislost četnosti impulsů na tloušťce absorbátoru korigovaná o pozadí v oblasti  $d\rho \in \langle 0, 1000 \rangle \text{ mg/cm}^{-2}$ .

$$A_m = -\frac{\mu(E_0^m)}{\rho} = (-38.7 \pm 0.7) \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$$

$$B_t = \log \frac{N_m(0)}{\text{s}^{-1}} = (4.60 \pm 0.02).$$

## 2.2 Maximální energie emitovaných spekter $\beta$

Ze známých absorpčních koeficientů a z (2) můžeme určit  $E_0^t$  a  $E_0^m$ :

$$E_0^t = (2.59 \pm 0.05) \text{ MeV},$$

$$E_0^m = (0.65 \pm 0.02) \text{ MeV}.$$

### 2.2.1 Max. energie emitovaných spekter z doletu částic $R_\beta$

Z grafu na obr. 3, na kterém je vynesena nalezená závislost  $N_t(d\rho)$  a měkká složka po odečtení tvrdé včetně fitu, jsem odhadl maximální dolet odpovídajících  $\beta$ -částic:

$$\rho R_\beta^m = (0.16 \pm 0.02) \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2},$$

$$\rho R_\beta^t = (1.00 \pm 0.10) \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}.$$

Za použití empirických vztahů (3) pak získávám

$$E_0^t(R_\beta^t) = (2.09 \pm 0.21) \text{ MeV},$$

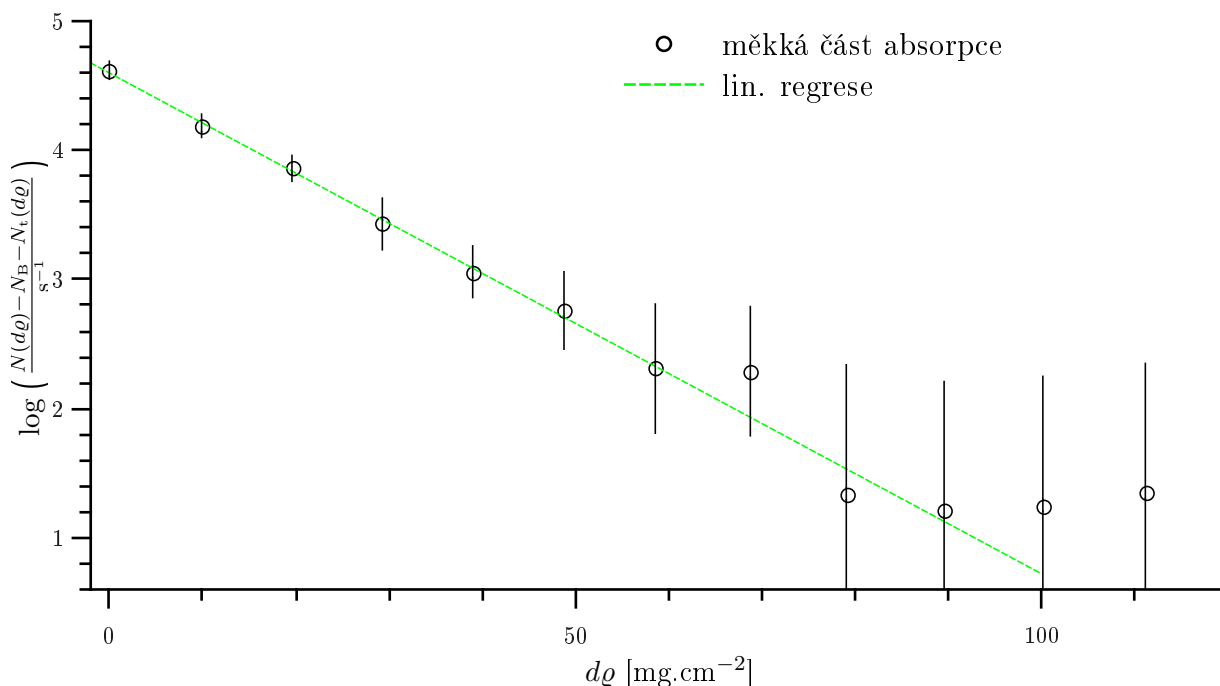
$$E_0^m(R_\beta^m) = (0.51 \pm 0.05) \text{ MeV}.$$

## 3 Diskuse výsledků

Během měření došlo několikrát k hrubé chybě při stanovení tloušťky absorbátoru (viz. opravy v záznamovém archu). Chyby byly identifikovány a opraveny, přesto ale vliv těchto chyb není na stanovení  $E_0^t$  a  $E_0^m$  příliš velký (ty jsou dány směnicemi).

Protože absorbátor simulujeme vrstvou několika tenčích plíšků o známé tloušťce (plošné hm.  $d\rho$ ), které jsou zjevně nehomogenní, navíc k sobě nepřiléhají, je nutné si uvědomit možnost systematické chyby způsobené odlišným charakterem absorpce (rozptylování) záření v případě, kdyby se jedalo o jednolitý kus materiálu. Tato chyba byla

## Logaritmovaná měkká část abs. křivky



Obr. 2: Logaritmovaná závislost četnosti impulsů na tloušťce absorbátoru korigovaná o pozadí a po odečtení tvrdé komponenty v oblasti  $d\rho \in \langle 0,120 \rangle$  mg/cm<sup>-2</sup>.

zmenšena kombinováním dostupných plíšků. Např. některé tenčí z nich byly po několika měřeních vyměněny za tlustší, příp. obráceně. Okamžitě byly patrné některé odchylky od celkového trendu, např. v tab. 1 a grafu na obr. 1 mezi  $d\rho = 148.8$  a  $160$  mg.cm<sup>-2</sup> došlo k jedné takové záměně.

Nalezené hodnoty  $E_0^t$  a  $E_0^m$  z analýzy závislostí v grafech na obr. 1 a 2 přímo neodpovídají tabelovaným hodnotám 2.280 MeV a 0.546 MeV, viz. [2]. Jako vysvětlení se nabízí nepřísně identifikovaná oblast pouze tvrdé složky záření, větší hrubá chyba během měření nebo nepřesné určení intenzity pozadí, podhodnocená chyba, která je dána pouze ze statistiky bez započtení systematických, resp. kombinace všech. Jak je patrné z grafu na obr. 1, závislost není dle předpokladu lineární pro velká  $d\rho > 750$  mg.cm<sup>-2</sup>, nad  $800$  g.cm<sup>-2</sup> je prakticky nulová.

Naopak maximální energie spekter určené z doletů jednotlivých složek odpovídají tabelovaným lépe. Diskutabilní je v tomto smyslu určení doletů pomocí dříve zjištěných závislostí v grafu na obr. 3. Nicméně na druhou stranu lze odhadovat i přímo z grafu na obr. 1 s přibližně stejnou nepřesností danou schopností identifikovat přechod od dvousložkové k jednosložkové části a úplnému útlumu přímo z grafu, resp. naměřených dat.

## 4 Závěr

Byla zkoumána závislost intenzity prošlého  $\beta$ -záření ze vzorku  $^{90}_{38}\text{Sr}$  na tloušťce hliníkového absorbátoru.

Z naměřené závislosti byla určena maximální energie záření z rozpadu  $^{90}_{38}\text{Sr}$  (měkká složka)

$$E_0^m = (0.65 \pm 0.02) \text{ MeV}$$

a následného produktu  $^{90}_{39}\text{Y}$  (tvrdá složka)

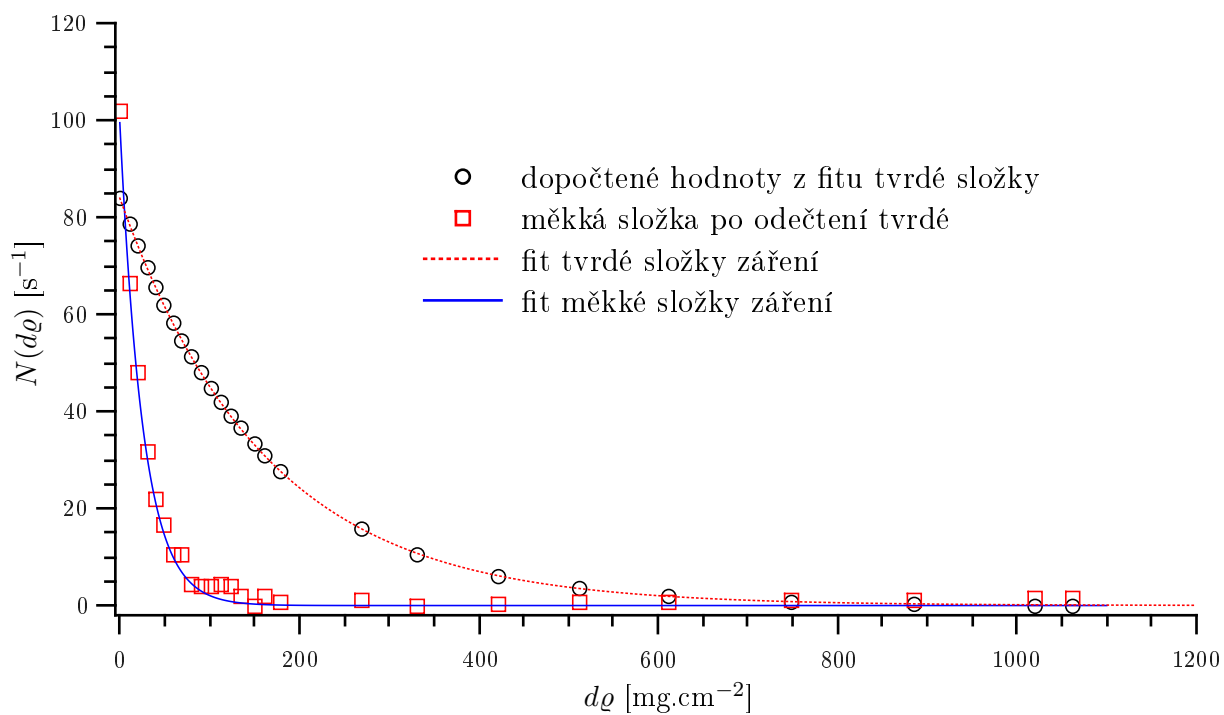
$$E_0^t = (2.59 \pm 0.05) \text{ MeV}.$$

Stejně bylo učiněno i z odhadnutých doletů  $\beta$ -částic

$$\begin{aligned} E_0^m(R_\beta^m) &= (0.51 \pm 0.05) \text{ MeV}, \\ E_0^t(R_\beta^t) &= (2.09 \pm 0.21) \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *QtiPlot 0.9.8.4*.

### Absorpční křivka jednotlivých složek záření



Obr. 3: Absorpční křivky jednotlivých složek záření. Tvrdá složka z fitu oblasti velkých  $d\rho$ , měkká po odečtení tvrdé.

### Reference

- [1] Cejnar P.: Absorpce  $\beta$ -záření, 1991, [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt\\_408](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_408)
- [2] Kaye & Laby: Tables of Physical & Chemical Constants, National Physical Laboratory, 2012 <http://www.kayelaby.npl.co.uk/toc/>