

1. Zadání

1. 1. Pracovní úkol

V této úloze se používá zářič ^{90}Sr , který se rozpadá podle schématu na Obr. 1. Spektrum emitovaných elektronů je superpozicí dvou β -spekter a absorpce bude mít tvar

$$N(d\rho) = N^{(1)}(0)\exp\left[-\frac{\mu(E_0^{(1)})}{\rho}d\rho\right] + N^{(2)}(0)\exp\left[-\frac{\mu(E_0^{(2)})}{\rho}d\rho\right] + N_B \quad (1)$$

Kde $N^{(1)}(0)$ resp. $N^{(2)}(0)$ je počet elektronů z 1. resp. 2. rozpadu registrovaný za zvolený interval, $E_0^{(1)}$ a $E_0^{(2)}$ je maximální energie 1. resp. 2. β -spektra a N_B je pozadí.

Vaším úkolem je určit hodnoty $E_0^{(1)}$ a $E_0^{(2)}$ z naměřené absorpční křivky a to jak z absorpčních koeficientů, tak z maximálních doletů.

1. 2. Pomůcky

K dispozici budete mít okénkový Geiger-Müllerův detektor, soupravu s čítačem a sadu hliníkových absorbátorů. Vnější pozadí bude redukováno olověným stíněním zářiče-absorbátoru-detektoru.

2. Teoretický úvod¹

⁹⁰Sr se β^- -rozpadem rozpadá na ⁹⁰Y a to potom dalším β^- -rozpadem na ⁹⁰Zr (viz Obr. 1). Těmito rozpady jsou emitovány elektrony o energiích $10^4 - 10^7$ eV, při jejichž průchodu látkou může dojít k některému z následujících dějů:

- Pružné srážky elektronů s jádry.
- Interakce emitovaných elektronů s atomárními elektrony, které vedou k ionizaci nebo excitaci atomů.

Při těchto dějích se část elektronů zbrzdí až na tepelné energie, část se odchýlí. Po průchodu látkou proto pozorujeme menší počet elektronů vzniklých β^- -rozpadem, než kdyby elektrony před detekcí žádnou látkou neprocházely. Z tohoto důvodu nazýváme toto zeslabení signálu absorpcí.

Tvar absorpční křivky závisí na energetickém spektru absorbovaných elektronů. Pro elektrony se spojitým spektrem můžeme použít vztah

$$N(d\rho) = N(0)\exp\left[-\frac{\mu}{\rho}d\rho\right], \quad (2)$$

kde $N(d\rho)$ je počet elektronů registrovaných za určitý čas při použití absorbátoru tloušťky d a hustoty ρ a μ je konstanta pro daný zářič a absorbuje materiál zvaná absorpční koeficient.

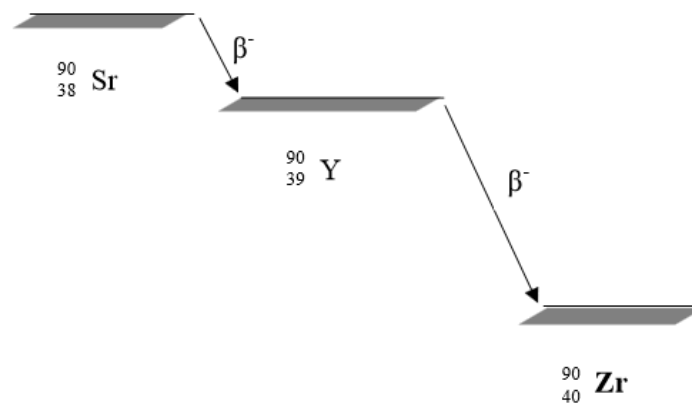
Absorpční koeficient μ můžeme využít k výpočtu maximální energie E_0 β -spektra:

$$E_0[\text{MeV}] = \left(\frac{\mu}{22\rho} [\text{cm}^2\text{g}^{-1}]\right)^{\frac{3}{4}} \quad (3)$$

Zjistíme-li maximální dolet R_β elektronů (na základě toho, za jakou tloušťku d absorbátorů se emitované záření již nedostane), můžeme pro výpočet maximální energie E_0 využít některý z empirických vzorců:

$$E_0[\text{MeV}] = \left(\frac{R_\beta\rho}{0,407} [\text{gcm}^{-2}]\right)^{\frac{1}{1,38}} \text{ pro } 0,15 \text{ MeV} < E_0 < 0,8 \text{ MeV} \quad (4)$$

$$E_0[\text{MeV}] = \frac{R_\beta\rho[\text{gcm}^{-2}] + 0,183}{0,542} \text{ pro } 0,8 \text{ MeV} < E_0 \quad (5)$$



Obr. 1: Schéma rozpadu ⁹⁰Sr

¹ Napsáno na základě [1]

3. Výsledky měření

Dospod uzavíratelné komory jsme umístili β -zářič ^{90}Sr . Elektrony vzniklé β^- -rozpadem jsme detekovali Geiger-Müllerovým detektorem umístěným v horní části komory. Mezi zářič a detektor jsme jako absorbátor pokládali hliníkové plíšky o známé plošné hmotnosti $d\rho$ v mgcm^{-2} a měřili závislost času t potřebného k detekci tisíce částic na hodnotě $d\rho$. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v *Tab. 1* v *Příloze*. Při opakovaných měřeních jsou časy t indexovány *1, 2, 3*.

Vztahem $N_i(d\rho) = \frac{1000}{t_i}$ pro $i = 1, 2, 3$ jsme určili počet částic generovaných za dobu 1 s. Relativní chybu této veličiny považujeme za rovnou poissonovské relativní chybě detekce tisíce částic, která činí $\frac{\sqrt{1000}}{1000} \cong 0,032$. Hodnotu $N(d\rho)$ jsme spočetli aritmetickým průměrem hodnot $N_i(d\rho)$ a její chybu stanovili metodou přenosu chyb dle [2].

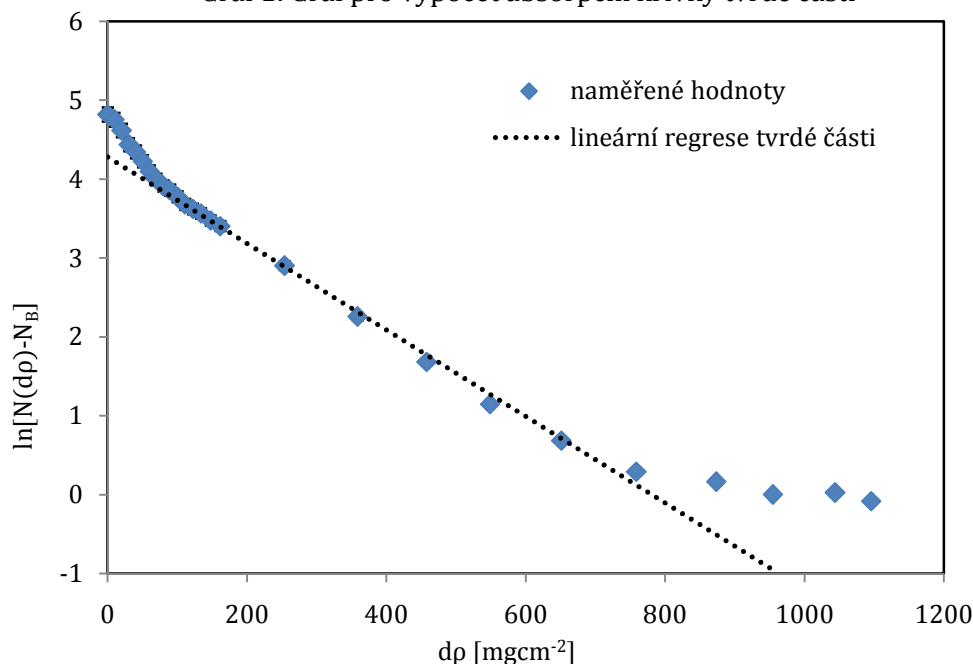
Dále uvažujeme, že absorpci emitovaných elektronů můžeme popsat rovnicí (1) a že energie $E_0^{(1)}$ a $E_0^{(2)}$ jsou značně odlišné (např. $E_0^{(2)} > E_0^{(1)}$). Absorpční koeficient tvrdší složky $\mu(E_0^{(2)})$ můžeme tedy získat lineární regresí závislosti veličiny $\ln[N(d\rho) - N_B]$ na $d\rho$ pro větší tloušťky absorbátoru, kde N_B je pozadí. To jsme proměřili tak, že jsme mezi zářič a detektor umístili olověnou desku a dále postupovali stejně jako u měření $N(d\rho)$. Hodnota pro pozadí je uvedena v *Tab. 1*.

Závislost $\ln[N(d\rho) - N_B]$ na $d\rho$ je vykreslena v *Grafu 1* a lineární část grafu proložena regresní přímkou. Její rovnice má tvar odvozený z (1): $\ln[N(d\rho) - N_B] = B^{(2)} + A^{(2)} \cdot d\rho$, kde $B^{(2)} = \ln N^{(2)}(0)$ a $A^{(2)} = -\frac{\mu(E_0^{(2)})}{\rho}$. Výsledek regrese: $A^{(2)} = (-5,5 \pm 0,3)\text{cm}^2\text{g}^{-1}$, $B^{(2)} = 4,3 \pm 0,2$. Relativní chyba každého koeficientu je dána součtem relativní chyby regrese a maximální relativní chyby veličiny $\ln[N(d\rho) - N_B]$.

Maximální energii tvrdší části vypočteme ze vztahu (3), kam za $-\frac{\mu}{\rho}$ dosadíme vypočtenou hodnotu $A^{(2)}$. Chybu určíme metodou přenosu chyb dle [2]:

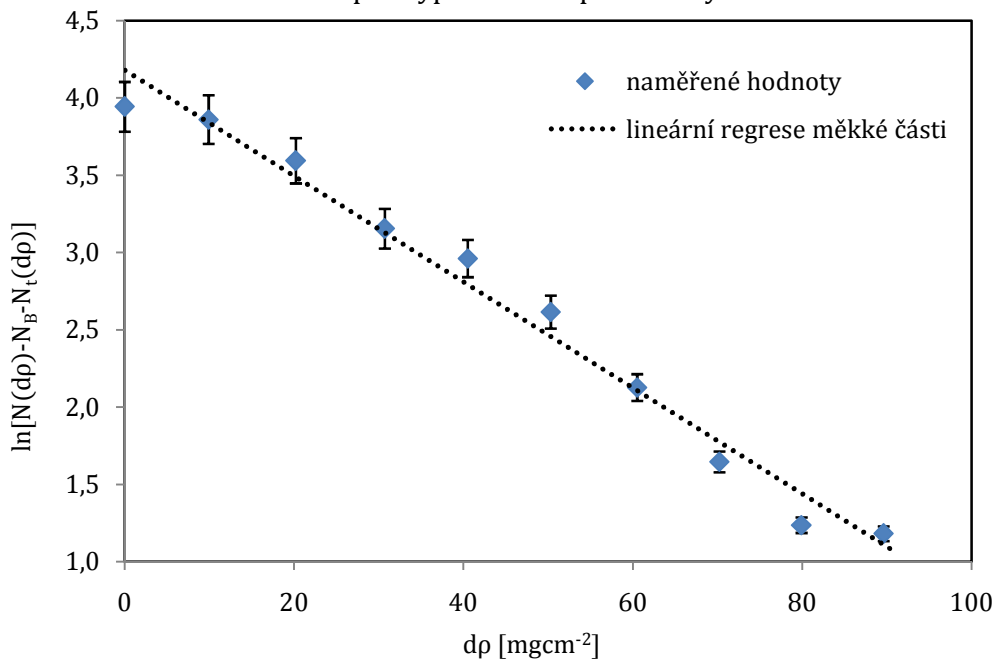
$$E_0^{(2)} = (2,8 \pm 0,1)\text{MeV}.$$

Graf 1: Graf pro výpočet absorpční křivky tvrdé části



Absorpční koeficient měkčí složky $\mu(E_0^{(1)})$ získáme lineární regresí závislosti veličiny $\ln[N(d\rho) - N_B - N_t(d\rho)]$ na $d\rho$. $N_t(d\rho)$ je absorpční část tvrdší komponenty daná vztahem $N_t(d\rho) = \exp B^{(2)} \cdot \exp(A^0 d\rho)$. Hodnoty veličiny $\ln[N(d\rho) - N_B - N_t(d\rho)]$ jsou uvedeny v *Tab. 1* (chyba je dána přenosem relativních chyb dle [2]) a její závislost na $d\rho$ vynesena do *Grafu 2*. Graf je proložen přímkou s rovnicí tvaru $\ln[N(d\rho) - N_B - N_t(d\rho)] = B^{(1)} + A^{(1)} \cdot d\rho$, kde $B^{(1)} = \ln N^{(1)}(0)$ a $A^{(1)} = -\frac{\mu(E_0^{(1)})}{\rho}$ dle (1). Výsledek regrese: $A^{(1)} = (-34 \pm 3) \text{cm}^2 \text{g}^{-1}$, $B^{(1)} = 4,2 \pm 0,3$. Relativní chyba každého koeficientu je dána součtem relativní chyby regrese a maximální relativní chyby veličiny $\ln[N(d\rho) - N_B - N_t(d\rho)]$. Maximální energii měkčí části vypočteme dosazením $A^{(1)}$ za $-\frac{\mu}{\rho}$ ve vztahu (3). Chybu určíme metodou přenosu chyb dle [2]: $E_0^{(1)} = (0,72 \pm 0,06) \text{MeV}$.

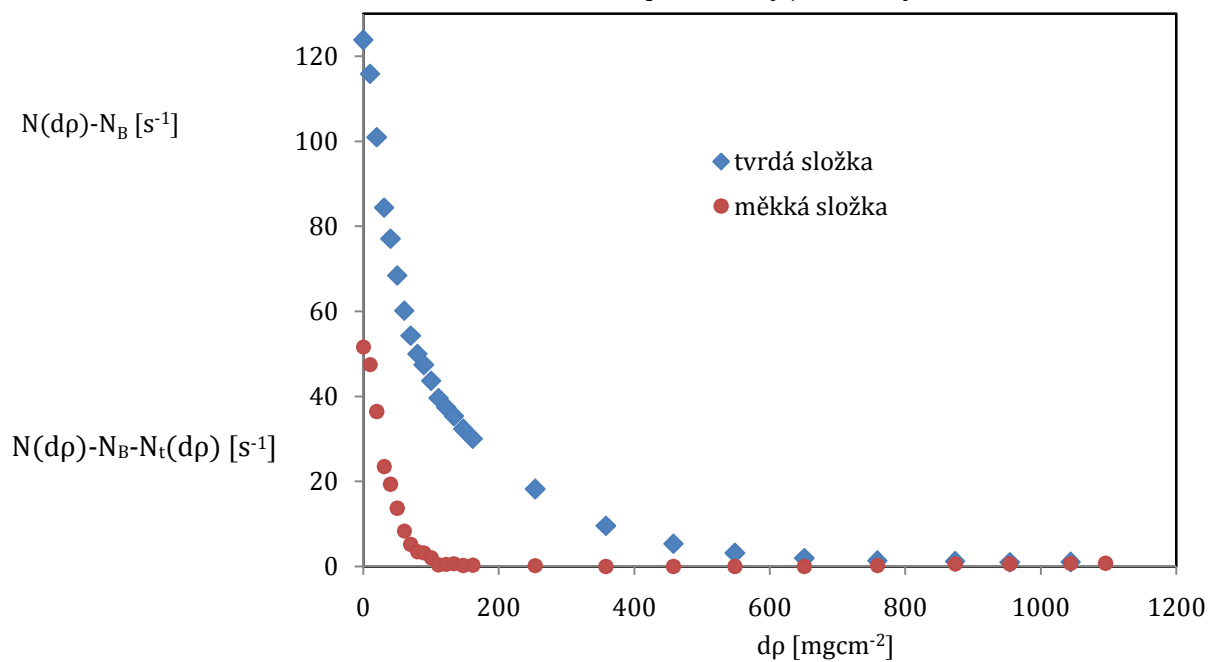
Graf 2: Graf pro výpočet absorpční křivky měkké části



Maximální energie spekter $E_0^{(1)}$ a $E_0^{(2)}$ jsme určovali také z doletů emitovaných elektronů. Pro tvrdou část odhadujeme součin $R_\beta \rho$ na $R_\beta^{(2)} \rho = (1,0 \pm 0,1) \text{gcm}^{-2}$ a pro měkkou na $R_\beta^{(1)} \rho = (0,16 \pm 0,05) \text{gcm}^{-2}$. energii $E_0^{(2)}$ vypočteme ze vztahu (5) a chybu určíme metodou přenosu chyb dle [2]: $E_0^{(2)} = (2,2 \pm 0,2) \text{MeV}$. energii $E_0^{(1)}$ vypočteme ze vztahu (4) a chybu určíme stejným způsobem: $E_0^{(1)} = (0,5 \pm 0,2) \text{MeV}$.

Na závěr jsme do *Grafu 3* vykreslili absorpční křivky pro tvrdou i měkkou část. Absorpční křivka pro tvrdou část je dána závislostí $N(d\rho) - N_B$ na $d\rho$ a pro měkkou závislostí $N(d\rho) - N_B - N_t(d\rho)$ na $d\rho$.

Graf 3: Absorpční křivky jednotlivých složek záření



body jsem propojila ručně na papíře

4. Diskuse výsledků

Absorpční křivky jsme měřili tak, že jsme měřili závislost času potřebného k detekci 1000 částic na plošné hmotnosti $d\rho$ absorbátorů. Relativní chyba tak pro každé jedno měření činila 3,2 %. Tuto chybu jsme snižovali opakovaným měřením času pro stejnou plošnou tloušťku. U větších hodnot $d\rho$ jsme však prováděli pouze jedno měření, neboť by byl jinak experiment příliš časově náročný. Při větších časových možnostech bychom mohli veškerá měření provést vícekrát a tím chybu ještě snížit.

Celé měření mohlo být zatíženo chybou vzniklou tím, že plíšky použité jako absorbátor nebyly ideální. Nemusely být homogenní a vždy na sebe nepřiléhaly.

Určení energie z absorpčních koeficientů záviselo (kromě již popsaných chyb) na tom, které hodnoty byly do lineárních regresí použity (viz *Graf D*). Roli hraje také odečtení pozadí, jehož chyba je velká, jelikož bylo proměřeno jen jedenkrát. Určení energie z doletů závisí na určení doletu, který jsme odhadli jen přibližně a s velkou chybou.

Tabelované maximální energie jsou dle [3] $E_0^{(1)} = 0,546 \text{ MeV}$ a $E_0^{(2)} = 2,28 \text{ MeV}$. Tyto hodnoty se lépe shodují s energiemi určenými pomocí maximálních doletů.

5. Závěr

Měřením závislosti počtu detekovaných částic za jednotku času na plošné hmotnosti $d\rho$ absorbátorů jsme určili absorpční koeficienty μ pro tvrdou i měkkou složku absorpce a z nich spočetli maximální energie E_0 β -spektra:

$$\text{Měkká část: } E_0^{(1)} = (0,72 \pm 0,06) \text{ MeV}$$

$$\text{Tvrdá část: } E_0^{(2)} = (2,8 \pm 0,1) \text{ MeV}$$

Z naměřených závislostí jsme stanovili dolet emitovaných elektronů a maximální energie E_0 určili také z něj:

$$\text{Měkká část: } E_0^{(1)} = (0,5 \pm 0,2) \text{ MeV}$$

$$\text{Tvrdá část: } E_0^{(2)} = (2,2 \pm 0,2) \text{ MeV}$$

6. Seznam použité literatury

- [1] Vorobel V.: Studium plynových detektorů,
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_402.pdf (2013)
- [2] J. English: Základy zpracování fyzikálních měření, Praha 2006
- [3] Tables of Physical and Chemical Constants,
http://www.kayelaby.npl.co.uk/atomic_and_nuclear_physics/4_6/4_6_3.html (2013)

20 bodů

Příloha

$d\rho$ [mgcm ⁻²]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	$N_1(d\rho)$ [s ⁻¹]	$N_2(d\rho)$ [s ⁻¹]	$N_3(d\rho)$ [s ⁻¹]	$N(d\rho)$ [s ⁻¹]	$\ln(N-N_B)$	$\ln(N-N_B-N_t)$
0	8,35	8,04	7,73	120 ± 4	124 ± 4	129 ± 4	125 ± 2	4,82 ± 0,09	±0,2
9,9	8,49	8,4	8,86	118 ± 4	119 ± 4	113 ± 4	117 ± 2	4,75 ± 0,09	3,9 ± 0,2
20,2	9,75	10,09	9,67	103 ± 3	99 ± 3	103 ± 3	102 ± 2	4,61 ± 0,08	3,6 ± 0,1
30,7	11,51	12,27	11,49	87 ± 3	81 ± 3	87 ± 3	85 ± 2	4,44 ± 0,08	3,2 ± 0,1
40,5	12,87	13,17	12,52	78 ± 2	76 ± 2	80 ± 3	78 ± 1	4,35 ± 0,08	3,0 ± 0,1
50,3	14,29	15,01	14,12	70 ± 2	67 ± 2	71 ± 2	69 ± 1	4,23 ± 0,08	2,6 ± 0,1
60,5	16,59	16,55	16,14	60 ± 2	60 ± 2	62 ± 2	61 ± 1	4,10 ± 0,07	2,13 ± 0,09
70,2	17,9	18,45	18,2	56 ± 2	54 ± 2	55 ± 2	55 ± 1	3,99 ± 0,07	1,65 ± 0,07
79,9	20,31	19,21	19,66	49 ± 2	52 ± 2	51 ± 2	50,7 ± 0,9	3,91 ± 0,07	1,24 ± 0,05
89,6	20,69	20,77	20,88	48 ± 2	48 ± 2	48 ± 2	48,1 ± 0,9	3,86 ± 0,07	1,18 ± 0,05
100,2	21,87	23,09	22,63	46 ± 1	43 ± 1	44 ± 1	44,4 ± 0,8	3,78 ± 0,07	--
111,2	25,15	24,92	24,35	40 ± 1	40 ± 1	41 ± 1	40,3 ± 0,7	3,68 ± 0,07	--
122,5	25,24	26,17	27,32	40 ± 1	38 ± 1	37 ± 1	38,1 ± 0,7	3,62 ± 0,07	--
133,8	28,03	28,26	26,89	36 ± 1	35 ± 1	37 ± 1	36,1 ± 0,7	3,57 ± 0,07	--
147,6	31,48	29,91	29,4	32 ± 1	33 ± 1	34 ± 1	33,1 ± 0,6	3,48 ± 0,06	--
161,6	31,8	33,19	32,45	31 ± 1	30 ± 1	31 ± 1	30,8 ± 0,6	3,40 ± 0,06	--
254	51,11	55,5	52,09	19,6 ± 0,6	18,0 ± 0,6	19,2 ± 0,6	18,9 ± 0,3	2,90 ± 0,05	--
358,4	96,43	98,04	--	10,4 ± 0,3	10,2 ± 0,3	--	10,3 ± 0,2	2,26 ± 0,05	--
457,9	164,37	162,88	--	6,1 ± 0,2	6,1 ± 0,2	--	6,1 ± 0,1	1,68 ± 0,04	--
548,6	257,69	--	--	3,9 ± 0,1	--	--	3,9 ± 0,1	1,15 ± 0,04	--
651,2	368,62	--	--	2,71 ± 0,09	--	--	2,71 ± 0,09	0,68 ± 0,02	--
758,6	483,83	--	--	2,07 ± 0,07	--	--	2,07 ± 0,07	0,29 ± 0,01	--
873,3	524,49	--	--	1,91 ± 0,06	--	--	1,91 ± 0,06	0,16 ± 0,01	--
954,4	577,82	--	--	1,73 ± 0,05	--	--	1,73 ± 0,05	0,00101 ± 0,00003	--
1043,9	569,47	--	--	1,76 ± 0,06	--	--	1,76 ± 0,06	0,0260 ± 0,0008	--
1095,4	605,59	--	--	1,65 ± 0,05	--	--	1,65 ± 0,05	-0,082 ± 0,003	--
pozadí	1370,55	--	--	0,73 ± 0,02	--	--	0,73 ± 0,02	--	--

Tab. 1: Naměřené hodnoty