

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM ...

Úloha č. ....

Název: .....

Pracoval: ..... stud. skup. .... dne .....

Odevzdal dne: .....

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval: ..... dne .....

# Pracovní úkoly

1. Ověřte měřením, že směry výletu anihilačních fotonů vznikajících po  $\beta^+$  rozpadu jader  $^{22}\text{Na}$  svírají úhel  $180^\circ$ .
2. Určete pološířku úhlového rozdělení.
3. Vysvětlete tvar naměřeného úhlového rozdělení.

## 1 Teoretická část

### 1.1 Anihilace elektronu s pozitronem

Jako natičástice elektronu pozitron s ním velice ochotně anihiluje za vzniku dvou  $\gamma$ -kvant (ve většině případech). Dle zákona zachování energie je součet energií kvant roven součtu energie elektronu a pozitronu (tzn. minimálně  $2 \times 511$  keV, pokud jsou elektron s pozitronem v klidu). Ze zákona zachování hybnosti pak plyne, že v těžiškové soustavě mají vzniklé fotony stejně velkou a opačně orientovanou hybnost.

V našem experimentu je zdrojem pozitronů  $\beta^+$  rozpad izotopu  $^{22}\text{Na}$ . Pozitrony nejprve ztrácejí většinu své kinetické energie velkým množstvím srážek s elektrony a v okamžiku, kdy jejich energie prakticky nulová, anihilují.

### 1.2 Koincidenční měření

Současnost dvou fyzikálních jevů zkoumáme pomocí tzv. koincidenčního měření. Základem je koincidenční blok, na jehož výstupu se objeví impuls pouze v případě, že na vstupu byly registrovány dva impulsy, které se časově překrývají. Měření je zatíženo chybou danou časovou fluktuací vytváření signálu v detektorech a rozlišovací chybou koincidenčního zařízení (při současné technice cca  $10^{-6}$  až  $10^{-12}$  s).

Četnost náhodných koincidencí  $N_a$  je pro  $n$  detektorů s četností  $N_i$  a rozlišovací dobou  $\tau$  dána jako [1]

$$N_a = (2\tau)^{n-1} \prod_{i=1}^n N_i. \quad (1)$$

### 1.3 Experimentální uspořádání

Úhlové rozdělení výletu  $\gamma$ -kvant měříme pomocí dvou scintilačních detektorů. Jeden z nich je spojen s otočným ramenem, na jehož ose otáčení je umístěn zářič. Detektory mají kruhový tvar a jejich osy se vždy protínají ve středu zdroje.

#### 1.3.1 Přiblížení kruhových úsečí

Kdyby měly detektory čtvercový tvar, při vzájemném posouvání by relativní překrytí ploch detektorů mělo lineární charakter a naměřené rozdělení koincidencí tvar trojúhelníka s vrcholem při úhlu  $\varphi = 180^\circ$ .

V situaci, kdy jsou detektory kruhové, jejich překryv přibližně tvoří dvě kruhové úseče, jejichž celkový obsah je dán poloměrem detektorů  $r$  a vzdáleností středů kružnic  $x$ . Plocha překryvu  $S$  je součtem ploch úsečí (viz. obr 1)  $S_u$ , tu získám standartně odečtením plochy dvou pravoúhlých trojúhelníků  $S_\Delta$  a výsečí  $S_v$  od poloviny obsahu kruhu  $S_0$ .

$$S = 2S_u = 2 \left( \frac{S_0}{2} - 2S_\Delta - 2S_v \right) = \pi r^2 - x \sqrt{r^2 - \frac{x^2}{4}} - 2r^2 \arcsin \frac{x}{2r}. \quad (2)$$

Vzdálenost  $x$  středů kružnic určím přibližně jako

$$x = l \sin |180^\circ - \varphi|, \quad (3)$$

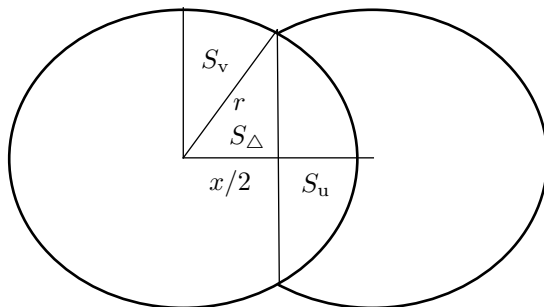
kde  $l$  je vzdálenost detektoru od osy otáčení (zdroje),  $\varphi$  pak úhel otočení. Relativní překryv detektorů pak získám jednoduše jako poměr  $S$  a  $S_0$  úplného překrytí.

## 2 Výsledky měření

### 2.1 Parametry detektorů

Pomocí pravítka měřím poloměr (resp. průměr) ústí detektoru  $r = (2.9 \pm 0.2)$  cm (průměr scintilačního detektoru uvnitř je asi  $5.0 \pm 0.3$  cm) a vzdálenost detektorů od zdroje záření  $l = (18.0 \pm 0.5)$  cm.

## Geometrie kruh. úsečí



Obr. 1: Geometrie kruhových úsečí.

### 2.2 Anihilace elektron-pozitronového páru v primárním uspořádání

Ve primárním uspořádání měříme pomocí elektronického čítače celkový počet koincidencí za dobu  $t = 100$  s při různém úhlu natočení detektorů  $\varphi$ . Pro vlastní analýzu výletu anihilačních fotonů bereme  $\varphi$  v intervalu 165 až 195° (viz. tab. 1), pro zkoumání náhodných koincidencí (pozadí) pak při úhlech 150, 120, 90, 60 a 30° (tab. 2).

Naměřené hodnoty koriguji velikostí pozadí  $N_B = (58 \pm 8)$ . Vhodné je jako množství náhodných koincidencí brát nejmenší číslo z dat mimo oblast peaku okolo 180°. Při bližším postavení detektorů se začne výrazněji uplatňovat rozptyl fotonů na materiálech aparatury a zjištěný počet současných náhodných vniknutí fotonů do aktivní oblasti detektoru je větší než při jejich maximální vzdálenosti, tedy  $\varphi = 180^\circ$ , více viz. diskuze.

$\varphi$ [°]	$N$	$N - N_B$	$\varphi$ [°]	$N$	$N - N_B$
195	132	$74 \pm 14$	179	3119	$3061 \pm 56$
194	219	$161 \pm 17$	178	3028	$2970 \pm 56$
193	347	$289 \pm 20$	177	2880	$2822 \pm 54$
192	449	$391 \pm 23$	176	2689	$2631 \pm 52$
191	673	$615 \pm 27$	175	2452	$2394 \pm 50$
190	871	$813 \pm 30$	174	2240	$2182 \pm 48$
189	1097	$1039 \pm 34$	173	2013	$1955 \pm 46$
188	1425	$1367 \pm 39$	172	1693	$1635 \pm 42$
187	1604	$1546 \pm 41$	171	1474	$1416 \pm 39$
186	1946	$1888 \pm 45$	170	1164	$1106 \pm 35$
185	2199	$2141 \pm 48$	169	945	$887 \pm 32$
184	2477	$2419 \pm 50$	168	727	$669 \pm 28$
183	2760	$2702 \pm 53$	167	541	$483 \pm 24$
182	2918	$2860 \pm 55$	166	353	$295 \pm 20$
181	2995	$2937 \pm 55$	165	248	$190 \pm 17$
180	3092	$3034 \pm 56$	—	—	—

Tabulka 1: Úhel natočení mezi detektory  $\varphi$ , počet detekovaných koincidencí  $N$  za dobu měření 100 s a korigováno o pozadí (náhodné koincidence)  $N - N_B$ .

V grafu na obr. 2 je vyneseno relativní výtěžek (velikost signálu, množství koincidencí) k hodnotě při  $\varphi = 180^\circ$ . Graf je doplněn o výše popsané přiblížení kruhových úsečí s odpovídajícími  $l$  a  $r$  a dále proložen gaussovským rozdělením  $A \exp\left(-2\frac{(\varphi - \varphi_c)^2}{w^2}\right) + B$  s parametry

$$A = (18.92 \pm 0.36),$$

$$\varphi_c = (179.42 \pm 0.03)^\circ,$$

$\varphi$ [°]	$N$
150	58
120	63
90	81
60	94
30	230

Tabulka 2: Větší úhly natočení detektorů  $\varphi$  a počet detekovaných koincidencí  $N$  za čas měření 100 s, měření pozadí (náhodných koincidencí).

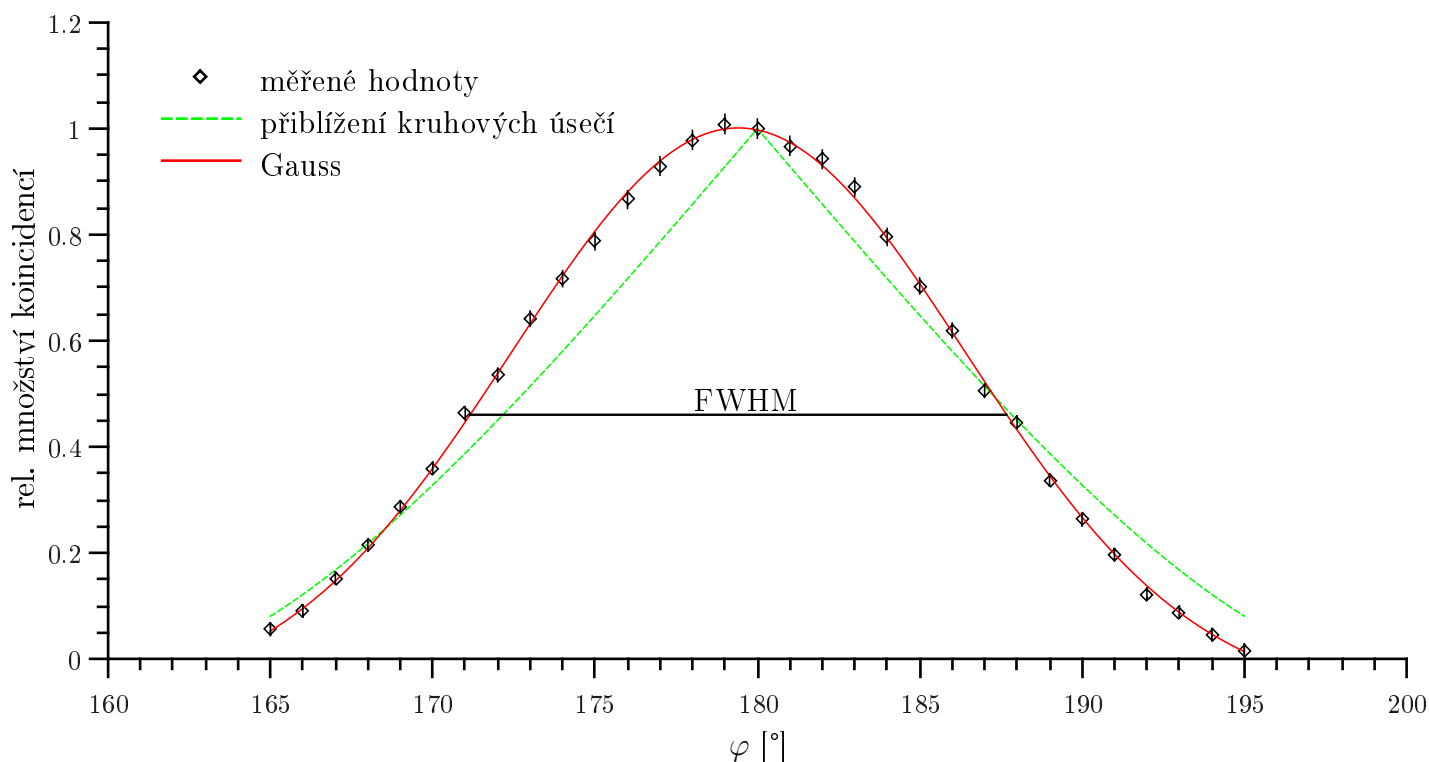
$$w = (14.0 \pm 0.2)^\circ,$$

$$B = (-0.08 \pm 0.01).$$

Z parametru  $w$  lze určit pološířku FWHM jako  $\text{FWHM} = w\sqrt{2\log 2}$ <sup>1</sup>

$$\text{FWHM} = (16.5 \pm 0.2)^\circ.$$

### Závislost počtu koincidencí na úhlu detektorů



Obr. 2: Rozdělení relativního počtu naměřených koincidencí podle úhlu, jenž detektory svírají.

### 2.3 Použití olověných kolimátorů

Před ústí detektorů jsme umístili olověné nástavce, v nichž je štěrbinu o šířce 1 cm a které v našem případě fungují jako kolimátory. Data z měření se nachází v tab. 3. Pozadí odečítám obdobně po 100 s, pro úhel  $90^\circ$  13 koincidencí a úhel  $65^\circ$  7 koincidencí:  $N_B = (7 \pm 3)$ . Relativní výtěžek k výtěžku při  $180^\circ$  je vyneseno v grafu na obr. 3, proložen opět Gaussovou funkcí o parametrech:

$$A = (5.6 \pm 0.2),$$

$$\varphi_c = (179.13 \pm 0.04)^\circ,$$

$$w = (4.0 \pm 0.1)^\circ,$$

$$B = (-0.013 \pm 0.018),$$

<sup>1</sup> $w = 2\sigma$  při std. vyjádření gaussovského balíku  $\exp\left(\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$ , log značí přirozený logaritmus.

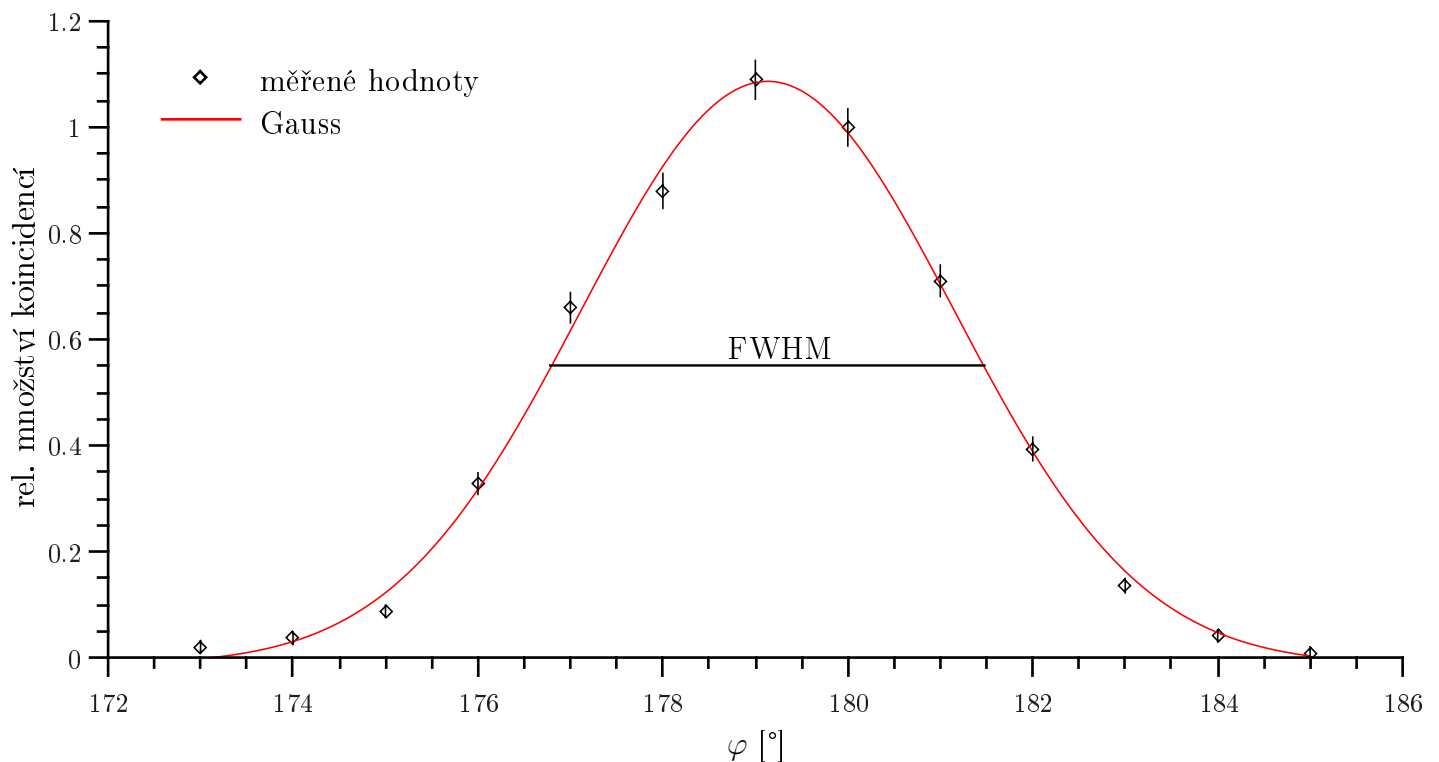
tedy odpovídající pološířka

$$\text{FWHM}_{\text{kol}} = (4.7 \pm 0.1)^\circ.$$

$\varphi$ [°]	$N$	$N - N_B$	$\varphi$ [°]	$N$	$N - N_B$
185	14	$7 \pm 5$	179	907	$900 \pm 30$
184	41	$34 \pm 7$	178	734	$727 \pm 27$
183	119	$112 \pm 11$	177	552	$545 \pm 24$
182	332	$325 \pm 18$	176	278	$271 \pm 17$
181	594	$587 \pm 25$	175	79	$72 \pm 9$
180	833	$826 \pm 29$	174	37	$30 \pm 7$
—	—	—	173	24	$17 \pm 6$

Tabulka 3: Úhel natočení mezi detektory  $\varphi$ , počet detekovaných koincidence  $N$  za dobu měření 100 s a korigováno o pozadí (náhodné koincidence)  $N - N_B$  při použití olověných kolimačních štěrbin.

### Závislost množství koincidence na úhlu detektorů s kolimátorem



Obr. 3: Rozdělení relativního počtu naměřených koincidence podle úhlu, který detektory svírají, za použití olověných nástavců jako kolimátorů.

### 2.4 Rozlišovací doba detektorů

Pro lepší představu proběhl pokus o změření rozlišovací doby  $\tau$ . Při úhlu natočení detektorů  $90^\circ$  byl nejprve snímán pouze signál v jednom  $N_1 = (19323 \pm 139)$ , poté v druhém  $N_2 = (20094 \pm 142)$  a nakonec náhodné koincidence (měřeno dvakrát po 100 s, z toho arit. průměr)  $N_a = (67 \pm 8)$ . Po vyjádření četností (vydělením  $t = 100$  s) a použitím (1) mohu zjistit  $\tau$

$$\tau = (8.6 \pm 1.2) \times 10^{-6} \text{ s.}$$

## 3 Diskuse výsledků

Při předpokladech o vzájemném úhlu výletu  $\gamma$ -kvant jsme zanedbali vzájemnou rychlost těžiště soustavy elektron-pozitron vůči pozorovateli. Pokud by tato rychlost byla značná, pak měřený úhel by byl menší ( $\tan \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{\gamma\beta}$ , kde  $\gamma$

a  $\beta$  jsou známé relativistické faktory). Ve spektru by se to projevilo jako dva symetrické peaky okolo  $180^\circ$  (pokud zdroj září izotropně). Tento efekt dle výsledků nemůže být větší než  $1^\circ$  tzn. rychlost vůči aparatuře není větší než asi  $0.01c$ .

Jak je vidět z grafů na obr. 2 a 3, spektrum je okolo přímého úhlu nesymetrické (vrchol nad  $179^\circ$ ). To je nejspíše způsobeno asymetrií aparatury. Vedle hrubé chyby nastavení úhlu, příp. nějaké konstrukční vady v geometrii experimentu, je asi nejpravděpodobnější neizotropie nebo nehomogenita vlastního scintilačního detektoru.

Při měření pozadí (náhodných koincidencí), tabulka 2, byl pozorován veliký nárůstu koincidenčních signálů při vzájemném přibližování detektorů. Tento jev má na svědomí Comptonův rozptyl fotonů na materiálech aparatury, takže do aktivní oblasti vstupují i fotony, které původně míří zcela mimo detektor. Proto má význam brát jako hodnotu pozadí  $N_B$  nejmenší, tzn. při největší vzdálenosti ale zároveň mimo hlavní peak, neboť efekt není tak zásadní a při přímém úhlu je teoreticky nejslabší. Pro ilustraci tohoto rozptylu jsem provedl ještě měření s železnými nástavci na ústí detektoru (tab. 4). Jak je patrné signál se při pootočení naopak ještě zvýší (nástavec má podobu dutého válce bez podstav).

$\varphi [^\circ]$	$N$
180	858
175	1003
170	261

Tabulka 4: Ilustrace rozptylu fotonů na železe.

V přiblížení kruhových úsečí z teoretického popisu rozdělení byly zanedbány dvě základní skutečnosti. Zářič (zdroj fotonů) není bodový, ale spíše objemový, resp. kosinový (plochá kruhová destička), což vysvětluje větší měřené hodnoty okolo středu. Naopak při úhlech vzdálenějších od přímého není zanedbatelné naklonění ploch detektorů (tzn. vstupní plocha překryvu detektorů je ve skutečnosti menší než v 2D modelu, stejně tak už nelze použít vztah (3)), což způsobuje, že hodnoty rel. výtěžku na okrajích rozdělení jsou větší než reálně měřené.

Obě pološířky (bez/s oloveným kolimátorem) jsou počítány z parametrů Gaussovy funkce, kterou bylo rozdělení proloženo. Bez ohledu na fakt, že se nejedná o normální rozdělení, ale pouze o vliv geometrie experimentu, dobře je patrný kolimační efekt olova. Při zhruba 4 až  $5\times$  menším vstupním otvoru (cca 5 cm vs cca 1 cm) se zmenší i pološířka rozdělení cca 3 až  $4\times$  (je nutné samozřejmě uvažovat, že aktivní plochy nemají stejný tvar, jejich obsah je pak spíše v poměru  $2rd : \pi r^2$ , kde  $d$  je šířka štěrbin olovených nástavců).

Pro zajímavost jsem se pokusil změřit i rozlišovací dobu zařízení  $\tau$ . Ta se neshoduje ani s tou uvedenou na zadání úlohy, ani s nastavenou na čítači (pokud jsme její hodnotu správně odečetli (jakože spíše nikoli), tak činí asi 80.5 ns).

## 4 Závěr

Bylo ověřeno, že směry výletu anihilačních fotonů vznikajících po  $\beta^+$  rozpadu  $^{22}\text{Na}$  svírají přímý úhel.

Z proložení úhlového rozdělení Gaussovou funkcí bylo určena jeho pološířka:  $\text{FWHM} = (16.5 \pm 0.2)^\circ$ , tvar rozdělení v grafu na obr. 2, data v tabulce 1.

Stejným způsobem bylo učiněno i při použití olovených kolimátorů:  $\text{FWHM}_{\text{kol}} = (4.7 \pm 0.1)^\circ$ , graf na obr. 3, data v tabulce 3.

Změřena byla i rozlišovací doba zařízení  $\tau = (8.6 \pm 1.2) \times 10^{-6}$  s.

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *QtiPlot 0.9.8.4*.

## Reference

- [1] Vorobel V.: Měření úhlového rozdělení fotonů z anihilace elektron-pozitronového páru, [http://http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt\\_407.pdf](http://http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_407.pdf), 2000 (2012 - platnost odkazu)