

1. Zadání

1. 1. Pracovní úkol

1. Ověřte měřením, že směry výletu anihilačních fotonů vznikajících po β^+ rozpadu jader ^{22}Na svírají úhel 180° .
2. Určete pološířku úhlového rozdělení.
3. Vysvětlete tvar naměřeného úhlového rozdělení.

1. 2. Pomůcky

měřicí stůl se dvěma detektory se scintilátory NaI(Tl) o rozměrech 40x40 mm, dva jednonálové spektrometry, čítač impulzů, koincidenční obvod, radioizotopy ^{22}Na

2. Teoretický úvod¹

2. 1. Anihilace pozitronu s elektronem

Při β^+ rozpadu jádra dochází k emisi pozitronu. Jedná se o antičástici k elektronu s kladným elementárním nábojem a hmotností rovnou hmotnosti elektronu. Tyto částice se v přírodě příliš nevyskytují, neboť snadno anihilují s elektronem. Pozitrony emitované při β^+ rozpadu postupně ztrácejí svou kinetickou energii a když je tato energie nulová, anihilují. Při tomto procesu elektron i pozitron zanikají a vznikají (nejčastěji dva) anihilační fotony. Ze zákona zachování energie a zákona zachování hybnosti vyplývá, že anihilační fotony mají stejně velké hybnosti opačného směru (svírají tedy úhel 180°).

2. 2. Koincidenční měření

Současné fyzikální děje lze zkoumat tzv. koincidenčním měřením. Základem je koincidenční blok, na jehož výstupu se objeví impulz pouze tehdy, jsou-li na jeho vstupy přivedeny časově se překrývající impulzy. Při měření vzniká chyba díky časové fluktuaci signálu v detektorech a vlastní časové rozlišovací chybě koincidenčního záření (při dnešní technice asi 10^{-6} až 10^{-12} s). Četnost náhodných koincidencí N_a je pro n detektorů s četnostmi N_i a rozlišovací dobou τ dána vztahem:

$$N_a = (2\tau)^{n-1} \prod_{i=1}^n N_i \quad (1)$$

2. 3. Experimentální uspořádání

Pro měření úhlového rozdělení γ -kvant budeme používat dva scintilační detektory umístěné na stole s úhlovou stupnicí. Jeden z detektorů je pevný, druhý je spojen s otočným ramenem, na jehož ose je umístěn zdroj radioaktivního záření ^{22}Na . Osy detektorů se protínají ve středu zdroje. Impulzy z obou detektorů vedou na čítač impulzů.

Pokud by byly detektory bodové, byla by měřená úhlová rozdělovací funkce nulová pro všechny úhly různé od 180° a ve 180° by nabývala maxima. U plošných detektorů závisí rozdělení na překrytí detektorů. U obdélníkového tvaru se při vzájemném posouvání detektorů mění překrytí lineárně. Naměřené rozdělení by tedy mělo tvar rovnoramenného trojúhelníka s vrcholem při úhlu $\alpha = 180^\circ$. Jsou-li detektory kruhové, tvoří jejich překryv dvě kruhové úseče. Jejich obsah lze vyjádřit jako

$$S = \pi r^2 - x \sqrt{r^2 - \frac{x^2}{4}} - 2r^2 \arcsin \frac{x}{2r}, \quad (2)$$

kde r je poloměr detektoru a x vzdálenost středů kružnic, která odpovídá velikosti posunutí detektoru s otočným ramenem po kruhové dráze se středem ve zdroji. Tuto vzdálenost můžeme tedy vyjádřit pomocí vztahu pro kruhový oblouk jako

$$x = l \frac{2\pi}{360^\circ} |180^\circ - \alpha|, \quad (3)$$

kde l je vzdálenost detektoru od zdroje a α úhel, který mezi sebou detektory svírají. Relativní překryv detektorů je dán poměrem obsahu kruhu $S_0 = \pi r^2$ a obsahu plochy překrytí S .

¹ Napsáno na základě [1] a [2]

3. Výsledky měření

3. 1. Rozměry detektoru

Pomocí pravítka byl změřen průměr detektorů $d = (6,2 \pm 0,1)cm$ (poloměr tedy byl $r = \frac{d}{2} = (3,10 \pm 0,05) cm$), vzdálenost pevného detektoru od zářiče $l_1 = (12,0 \pm 0,5)cm$, vzdálenost otočného detektoru od zářiče $l_2 = (11,0 \pm 0,5)cm$ a šířka štěrbin v olověném kvádru používaném pro zúžení plochy detektorů $a = (1,00 \pm 0,05)cm$. Chyby měření jsou stanoveny odhadem podle obtížnosti změřeni jednotlivých vzdáleností.

3. 2. Měření celou plochou detektorů

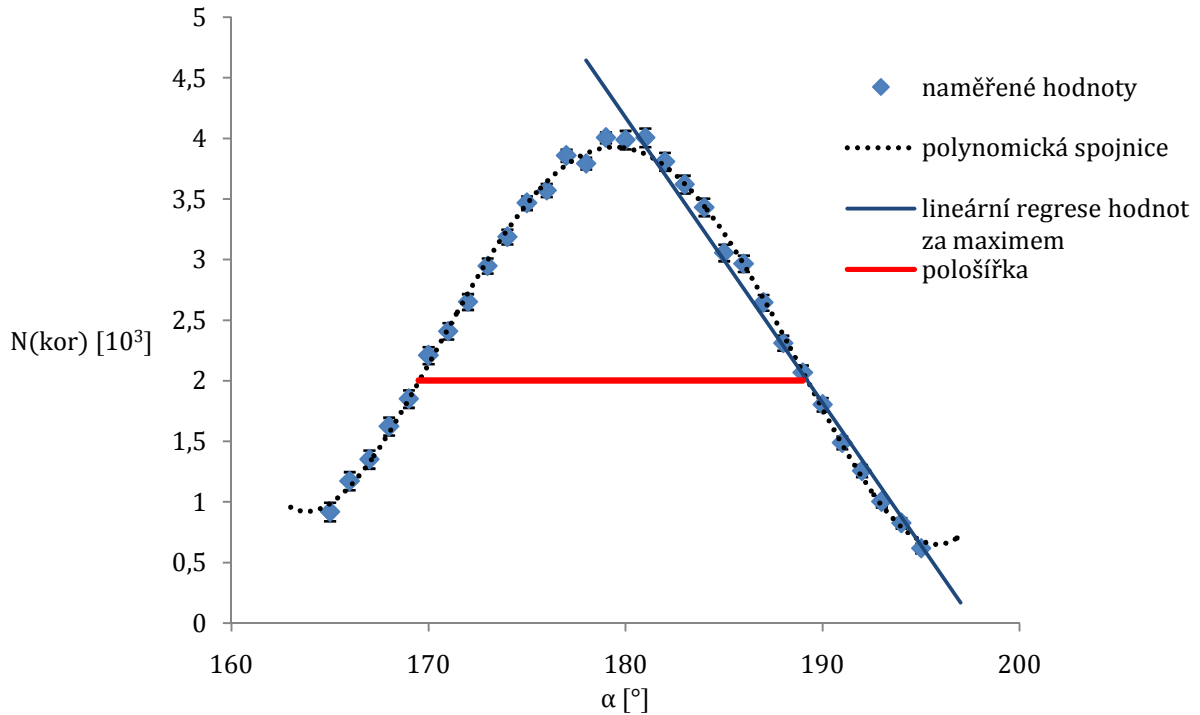
Měření bylo prováděno při napětí $U = 0,9 kV$. Doba měření jednoho úhlu byla $t = 100 s$. Nejprve bylo pro úhel $\alpha = 90^\circ$ mezi detektory proměřeno pozadí. Bylo napočítáno $N_{90} = (140 \pm 12)$ impulzů. Chyba je dána odmocninou z naměřené hodnoty. Počet impulzů byl naměřen také pro úhel $\alpha = 35^\circ$, kdy byly detektory blízko sebe: $N_{35} = 390 \pm 20$. Naměřené hodnoty pro úhly $\alpha = 165^\circ$ až 195° s krokem 1° jsou uvedeny v *Tab. 1*. Sloupec N udává počet impulzů napočítaný čítačem. Ve sloupci σ_N je pak uvedena chyba hodnoty N stanovená jako její odmocnina. Ve sloupci $N(kor)$ je hodnota N korigována odečtením pozadí podle vzorce $N(kor) = N - N_{90}$. Chyba korigované hodnoty $\sigma_{N(kor)}$ je stanovena jako součet chyb veličin N_{90} a N .

α [°]	N	σ_N	N(kor)	$\sigma_{N(kor)}$	α [°]	N	σ_N	N(kor)	$\sigma_{N(kor)}$
180	4128	64	3988	76					
181	4147	64	4007	76	179	4147	64	4007	76
182	3949	63	3809	75	178	3934	63	3794	75
183	3761	61	3621	73	177	3999	63	3859	75
184	3573	60	3433	72	176	3713	61	3573	73
185	3197	57	3057	68	175	3608	60	3468	72
186	3108	56	2968	68	174	3328	58	3188	70
187	2786	53	2646	65	173	3089	56	2949	67
188	2452	50	2312	61	172	2792	53	2652	65
189	2209	47	2069	59	171	2550	50	2410	62
190	1944	44	1804	56	170	2350	48	2210	60
191	1629	40	1489	52	169	1991	45	1851	56
192	1397	37	1257	49	168	1764	42	1624	54
193	1143	34	1003	46	167	1492	39	1352	50
194	966	31	826	43	166	1314	36	1174	48
195	758	28	618	39	165	1059	33	919	44

Tab.1: Měření úhlového rozdělení detekce fotonů celou plochou detektorů

Závislost korigovaného počtu impulzů $N(kor)$ na úhlu α mezi detektory je vynesena v *Grafu 1*. Všechny hodnoty jsou propojeny polynomickou funkcí pátého stupně a pro hodnoty se souřadnicí $\alpha \geq 179^\circ$ je sestrojena regresní přímka. Tvar lineární závislosti je $N(kor) = (-240 \pm 20)\alpha + (46000 \pm 4000)$. Chyby jsou dány součtem relativní chyby z lineární regrese a maximální relativní chyby hodnot $N(kor)$ použitých pro regresi. V *Grafu 1* je rovněž vyznačena pološířka úhlového rozdělení. Její velikost je $FWHM = (19,5 \pm 0,6)^\circ$. Její relativní chyba je stanovena shodně s relativní chybou veličiny $N(kor)$ naměřené pro úhel $\alpha = 169^\circ$.

Graf 1: Úhlové rozdělení detekce fotonů měřené celou plochou detektorů



3. 3. Měření zúženou plochou detektorů

Celé měření rozdělovací funkce bylo provedeno ještě jedenkrát, ale plocha detektorů byla zúžena přistavením olověného kvádrů se štěrbinou před každý z detektorů. Ostatní podmínky experimentu byly stejné.

Pozadí bylo opět proměřeno při úhlu $\alpha = 90^\circ$: $N_0 = (29 \pm 5)$ impulzů. Chyba je dána odmocninou z naměřené hodnoty.

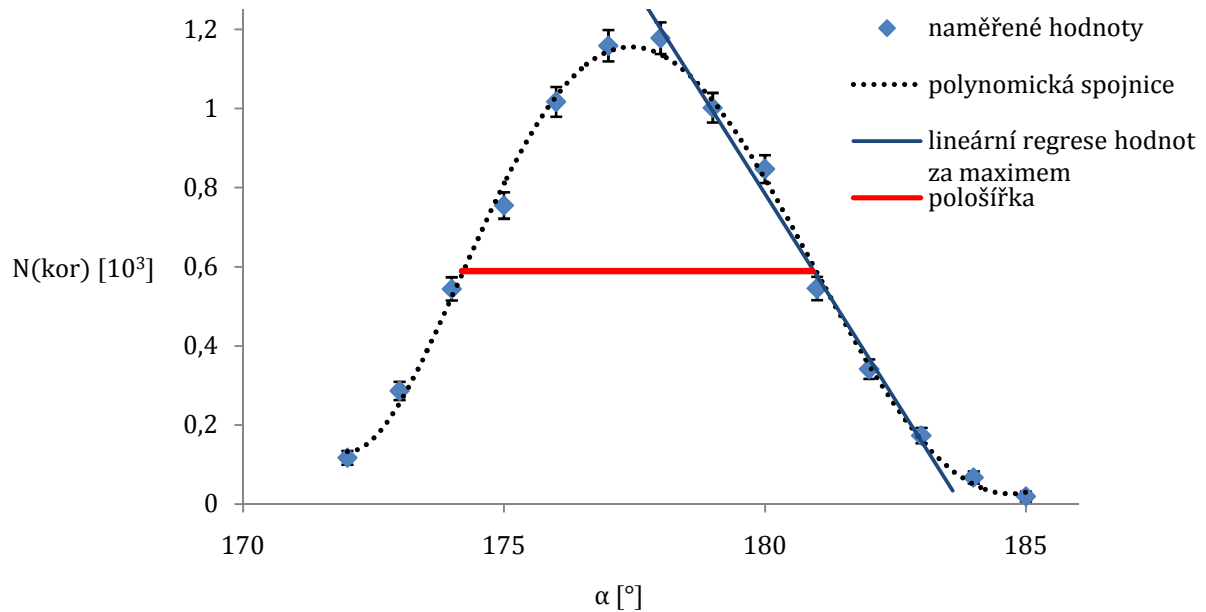
Naměřené hodnoty pro úhly $\alpha = 172^\circ$ až 185° s krokem 1° jsou uvedeny v *Tab. 2*. Jednotlivé veličiny jsou označeny a spočteny stejně jako veličiny v *Tab. 1*.

α [°]	N	σ_N	N(kor)	$\sigma_{n(kor)}$
172	146	12	117	17
173	315	18	286	23
174	573	24	544	29
175	784	28	755	33
176	1046	32	1017	38
177	1188	34	1159	40
178	1207	35	1178	40
179	1031	32	1002	37
180	876	30	847	35
181	574	24	545	29
182	370	19	341	25
183	202	14	173	20
184	96	10	67	15
185	48	7	19	12

Tab. 2: Měření úhlového rozdělení detekce fotonů zúženou plochou detektorů

Naměřené hodnoty z *Tab. 2* jsou vyneseny do *Grafu 2*, který je vytvořen analogickým způsobem jako *Graf 1*. Regresní přímka je proložena body, pro něž platí $183^\circ \geq \alpha \geq 178^\circ$. Tvar lineární závislosti je $N(kor) = (-210 \pm 30)\alpha + (38000 \pm 3000)$. Velikost pološířky je $FWHM = (6,7 \pm 0,4)^\circ$. Chyby jsou spočteny obdobně jako v předchozím případě.

Graf 2: Úhlové rozdělení detekce fotonů měřené zúženou plochou detektorů



4. Diskuse výsledků

Měření úhlového rozdělení celou plochou detektorů prokazuje, že směry výletu anihilačních fotonů vznikajících po β^+ rozpadu jader ^{22}Na svírají úhel 180° (viz *Tab. 1* a *Graf 1*). Maximální počet impulzů byl sice naměřen pro úhly $\alpha = 179^\circ$ a $\alpha = 181^\circ$, ale díky chybě dané statistikou můžeme tvrdit, že maximum leží u 180° . Navíc pozorujeme, že graf je symetrický podle osy $\alpha = 180^\circ$.

U úhlového rozdělení zúženou plochou detektorů leží maximum před bodem $\alpha = 180^\circ$. To je pravděpodobně způsobeno tím, že štěrbinové olověné kvádry nebyly umístěny přesně ve středu detektorů.

Tvar rozdělovací funkce závisí především na vzájemném překrytí detektorů (viz odstavec 2.3). U měření celou plochou detektorů jsme očekávali v blízkosti středu rozdělení pomalejší nárůst (respektive pokles) funkce, dále od středu by měl být nárůst (respektive pokles) prudší. Že tomu tak je, vidíme jasně z proložené regresní přímky (viz *Graf 1*): V blízkosti 180° leží naměřené hodnoty nad touto přímkou, ve větší vzdálenosti od 180° se dostávají pod ni.

U měření zúženou plochou detektorů bychom očekávali závislost ve tvaru trojúhelníku, neboť štěrbinové olověné kvádry měly obdélníkový tvar. Bylo však naměřeno pouze malé množství hodnot díky tomu, že počet impulzů velice rychle klesnul na nulu. Nemůžeme tedy dobře ověřit správnost úvah o tvaru rozdělení. Nicméně sestavená regresní přímka v rámci chyby měření prochází všemi body použitými do regrese. Tedy je možné, že při více naměřených bodech bychom jasněji našli lineární závislost.

Vyzkoušeli jsme změřit počet impulzů při vzájemném přiblížení detektorů. Zjistili jsme, že počet naměřených impulzů vzrostl. Příčinou byl nejspíš Comptonův jev, který probíhal na detektorech.

5. Závěr

Měření úhlového rozdělení celou plochou detektorů jsme ověřili, že směry výletu anihilačních fotonů vznikajících po β^+ rozpadu jader ^{22}Na svírají úhel 180° .

Úhlové rozdělení vzniklé měření celými plochami detektorů je vyneseno v *Grafu 1*. Pološířku tohoto rozdělení jsme určili jako $FWHM = (19,5 \pm 0,6)^\circ$.

Úhlové rozdělení vzniklé měření plochami detektorů zúženými pomocí olověných kvádrů se štěrbinou je vyneseno v *Grafu 2*. Pološířku tohoto rozdělení jsme určili jako $FWHM = (6,7 \pm 0,4)^\circ$

6. Seznam použité literatury

- [1] Vorobel V.: Měření úhlového rozdělení fotonů z anihilace elektro pozitronového páru, http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_407.pdf (2013 - platnost odkazu)
- [2] <http://cs.wikipedia.org/wiki/Pozitron> (2013 - platnost odkazu)

20 bodů