

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

1. Proved'te energetickou kalibraci α -spektrometru a ur'ete jeho rozlišení.
2. Ur'ete absolutní aktivitu kalibračního radioizotopu ^{241}Am .
3. Změřte závislost ionizačních ztrát α -částic na tlaku vzduchu $\Delta T = \Delta T(p)$.
4. Ur'ete specifické ionizační ztráty α -částic ve vzduchu při normálním tlaku $-dT/dx = f(T)$. Srovnajte tuto závislost se závislostí získanou pomocí empirické formule pro dolet α -částic ve vzduchu za normálních podmínek.
5. Ur'ete energie α -částic vyletujících ze vzorku obsahujícím izotop ^{239}Pu a příměs izotopu ^{238}Pu a porovnejte je s tabelovanými hodnotami. Stanovte relativní zastoupení izotopu ^{238}Pu ve vzorku s přesností lepší než 10 %, jsou-li $T_{1/2}(^{238}\text{Pu}) = 81.71 \text{ yr}$ a $T_{1/2}(^{239}\text{Pu}) = 24.13 \times 10^3 \text{ yr}$.

1 Teoretická část

1.1 α -záření, spec. ionizační ztráty

α -záření vzniká při α -rozpadu radioaktivních jader, záření je tvořeno jádry ^4He s klidovou energií přibližně 3.28 GeV. Při průchodu částice prostředím dochází k jeho ionizaci na úkor kinetické energie částice T . To je charakterizováno tzv. specifickou ionizační ztrátou

$$-\frac{dT}{dx} = f(T), \quad (1)$$

kteřá udává ztrátu energie nabitě částice na dráze jednotkové délky v určitém prostředí [1].

Vzdálenost, na které ionizace částice vymizí a ta se zastaví, je tzv. zbytkový dolet (dráha na níž částice ztratí veškerou počáteční energii)

$$R = \int_0^R dx = \int_0^{T_0} \frac{dT}{f(T)} = R(T_0), \quad (2)$$

kde T_0 je počáteční kinetická energie částice. V našem případě (průlet částice vzduchem) lze použít empirický vztah

$$R = \xi T_0^{\frac{3}{2}}, \quad \xi = 0.31 \text{ cm MeV}^{-\frac{3}{2}}, \quad T_0 \in [4, 7] \text{ MeV}. \quad (3)$$

Potom pro specifické ionizační ztráty platí

$$-\frac{dT}{dx} = f(T) = \frac{2}{3\xi} \frac{1}{\sqrt{T}}. \quad (4)$$

Chceme-li zjistit $f(T)$ ze závislosti $\Delta T = \Delta T(p)$ použijeme numerickou derivaci. Z hodnot i -tého a $i+1$ -tého měření určíme směrnici sečny neboli

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_i - T_{i+1}}{p_i - p_{i+1}} \frac{p_{\text{atm}}}{l}, \quad (5)$$

kde p_{atm} je atmosférický tlak, l vzdálenost zářiče od detektoru. Faktor $\frac{p_{\text{atm}}}{l}$ tak převádí měřenou závislost na tlaku p na závislost na tloušťce vzduchového sloupce při normálním tlaku.

1.2 Aktivita vzorku, zastoupení izotopů

Počet zaznamenaných impulsů (událostí) za daný čas je část celkové aktivity vzorku, která je dána velikostí prostorového úhlu, jenž plocha detektoru S zaujímá. Při vzdálenosti vzorku l , počtu zjištěných impulsů N za čas t pak lze celkovou aktivitu A vyjádřit jako

$$A = 4\pi \frac{l^2}{S} \frac{N}{t}. \quad (6)$$

Relativní zastoupení izotopů ve vzorku zjistíme z jejich jednotlivých aktivit. Při naměřeném počtu rozpadů $N^{(1)}$ a $N^{(2)}$ odpovídajících poločasům $t_{1/2}^{(1)}$ a $t_{1/2}^{(2)}$ je relativní zastoupení $\eta^{(2)}$ např. druhého z nich

$$\eta^{(2)} = \frac{N^{(2)}}{N^{(2)} + \frac{t_{1/2}^{(1)}}{t_{1/2}^{(2)}} N^{(1)}}. \quad (7)$$

1.3 Statistika a chyby měření

Předpokládáme, že počet zaregistrovaných částic N je střední hodnota n a zároveň rozptyl náhodné veličiny s Poissonovým rozdělením (počet naměřených událostí), tedy

$$\bar{N} \approx n, \quad \delta\bar{N} \approx \sqrt{n}. \quad (8)$$

Rozlišením spektrometru rozumíme pološířku Γ (FWHM) histogramu energetického rozdělení zachycených α -částic. Za předpokladu standartního gaussovského rozdělení je střední kinetická energie částic střední hodnotou tohoto rozdělení μ a pro σ platí (log značí přirozený logaritmus)

$$\Gamma = 2\sigma\sqrt{2\log 2}. \quad (9)$$

Chybu pološířky Γ a střední hodnoty energie \bar{T} můžeme odhadnout vztahy

$$\delta\Gamma \approx \frac{\Gamma}{\sqrt{2(n-1)}}, \quad \delta\bar{T} \approx \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\Gamma}{2\sqrt{2\log 2}}. \quad (10)$$

2 Výsledky měření

2.1 Kalibrace

Nejprve byl okalibrován spektrometr s detektorem. Po odčerpání vzduchu proběhlo první měření, ke kalibraci postačil jediný zjištěný peak. Jako druhý bod posloužil předpoklad, že nulovému kanálu přísluší nulová energie. Energie v oblasti peaku byla nastavena podle přiloženého vzorového spektra ^{241}Am na 5485.74 keV, což je také počáteční energie částic T_0 . Detaily měření v prvním řádku tabulky 1. Doba $t = 500$ s, po kterou nabírám data, byla nastavena během tohoto i všech následujících měření. Pološířka peaku Γ_0 při nulovém tlaku (vakuum) je zároveň rozlišením spektrometru

$$\Gamma_0 = (29.5 \pm 0.1) \text{ keV}.$$

2.2 Absolutní aktivita vzorku

Vzorek ^{241}Am je umístěn ve vzdálenosti $l = (3.9 \pm 0.1)$ cm, která byla odečtena z přiloženého měřítka. Pomocí šuplery s noniem jsem měřil průměr aktivní plochy detektoru $d = (1.20 \pm 0.01)$ cm. Dopočtu obsah plochy S (plocha je kruhová) a dle (6) absolutní aktivitu při použití dat z tabulky 1 při nulovém tlaku:

$$A = (8.8 \pm 0.7) \text{ kBq}.$$

2.3 Závislost pozorované $T = T(p)$ a $\Delta T = \Delta T(p)$

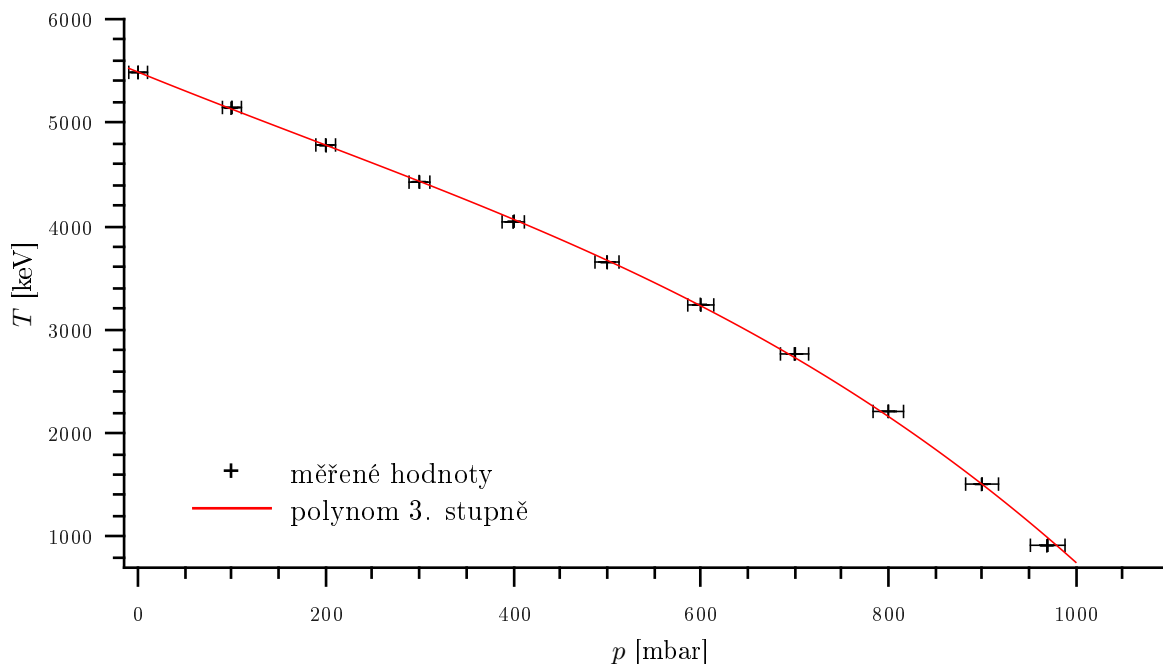
Závislost energie dopadajících α -částic na tlaku vzduchu ve zvonu je zaznamenána v tabulce 1 a vynesena v grafu na obr. 1. Vzduch z pod zvonu byl odčerpán rotační vývěvou, tlak měřím pomocí přítomného manometru (vakuometru), jenž je třídy přesnosti 1.6 a nejmenší dílek má velikost 10 mbar. Tomu odpovídá chyba vyznačená v grafech.

p [mbar]	T [keV]	ΔT [keV]	Γ [keV]	N
0	5485.7 \pm 0.1	0.0 \pm 0.2	29.5 \pm 0.1	25967 \pm 161
100	5146.6 \pm 0.2	339.2 \pm 0.3	44.8 \pm 0.2	25834 \pm 161
200	4784.3 \pm 0.2	701.4 \pm 0.3	59.6 \pm 0.3	26159 \pm 162
300	4425.1 \pm 0.3	1060.7 \pm 0.4	74.7 \pm 0.3	26307 \pm 162
400	4041.1 \pm 0.4	1444.7 \pm 0.5	91.4 \pm 0.4	26041 \pm 161
500	3653.5 \pm 0.4	1832.2 \pm 0.5	109.5 \pm 0.5	26237 \pm 162
600	3238.7 \pm 0.5	2247.1 \pm 0.6	126.9 \pm 0.6	25998 \pm 161
700	2765.3 \pm 0.6	2720.5 \pm 0.7	151.8 \pm 0.7	25918 \pm 161
800	2209.6 \pm 0.7	3276.2 \pm 0.8	184.7 \pm 0.8	26046 \pm 161
900	1508 \pm 1	3978 \pm 1	242 \pm 1	25839 \pm 161
970	916 \pm 1	4569 \pm 1	300 \pm 1	25865 \pm 161

Tabulka 1: Tlak vzduchu p v milibarech (1 mbar = 1hPa), střední energie dopadajících částic T , ionizační ztráty ΔT , pološířka naměřeného peaku Γ a počet zaznamenaných událostí N za čas měření $t = 500$ s.

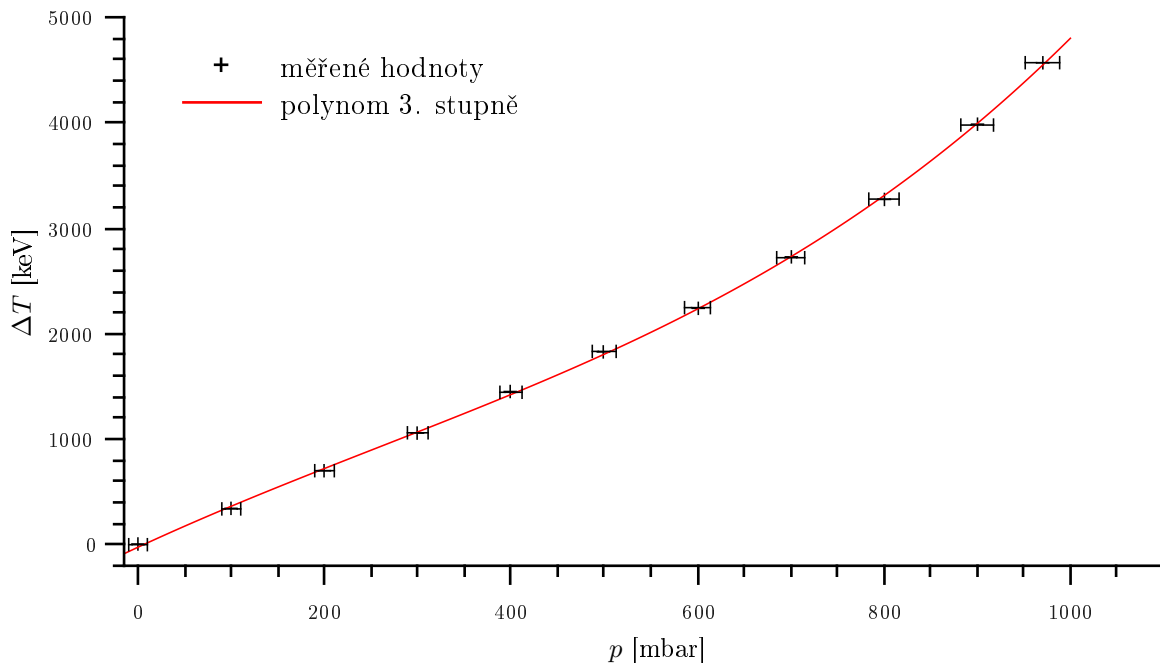
Ionizační ztráty ΔT v závislosti na tlaku vzduchu se opět nachází v tabulce 1 a závislost je vynesena v grafu na obr. 2.

Energie dopadajících alfa částic



Obr. 1: Graf závislosti energie dopadajících α -částic na tlaku vzduchu p .

Ionizační ztráty



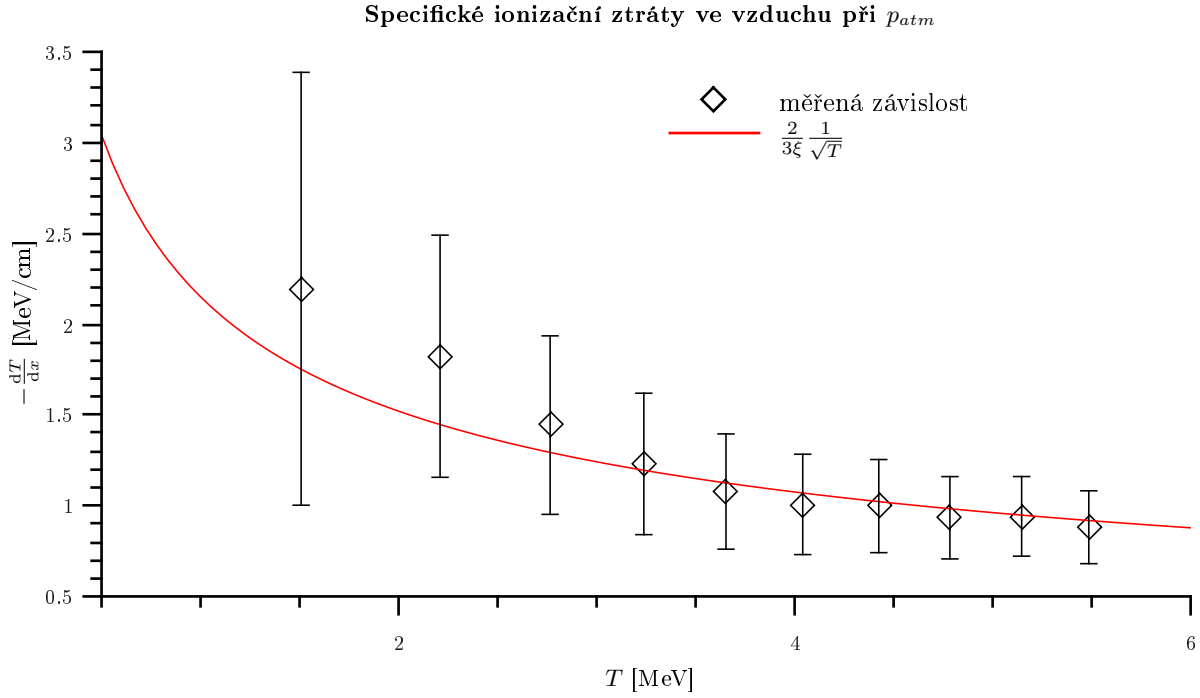
Obr. 2: Graf závislosti ionizačních ztrát ΔT v aparatuře na tlaku vzduchu p .

2.4 Specifické ionizační ztráty $f(T)$

Pro výpočet specifických ionizačních ztrát je nutné znát vzdálenost vzorku od detektoru l z části 2.2 a velikost atmosférického tlaku p_{atm} . Beru tabelovanou hodnotu $p_{\text{atm}} = 1013.25$ hPa [3]. Pro výpočet směrnice $-\frac{dT}{dx}$ použiji vztahu (5), tzn. spočtu ji pro každé i -té měření, viz. tabulka 2. Konečná závislost je vynesena v grafu na obr. 3, proložená empirickou závislostí (4) při $\xi = 0.31$ cm MeV $^{-\frac{3}{2}}$ (viz. část 1.1).

T [MeV]	$-\frac{dT}{dx}$ [MeV/cm]
5.4857	0.88 ± 0.20
5.1466	0.94 ± 0.22
4.7843	0.93 ± 0.23
4.4251	1.00 ± 0.26
4.0411	1.01 ± 0.28
3.6535	1.08 ± 0.32
3.2387	1.23 ± 0.39
2.7653	1.44 ± 0.49
2.2096	1.82 ± 0.67
1.508	2.2 ± 1.2

Tabulka 2: Energie α částic a odpovídající specifické ionizační ztráty $-dT/dx$.



Obr. 3: Graf závislosti specifických ionizačních ztrát na energii α -částice.

2.5 ^{238}Pu vs. ^{239}Pu

Na závěr jsem proměřoval spektrum ^{239}Pu , které obsahuje příměs ^{238}Pu . Vzorek se nachází co nejbližší u detektoru, měření opět probíhá $t = 500$ s. Ze získaných dat v tabulce 3 mohu dle (7) spočítat relativní zastoupení ^{238}Pu v celém vzorku

$$\eta^{(238)} = (3.2 \pm 0.1) \times 10^{-5}.$$

Protože rel. chyba je menší než 10 % nemusím už dále nastavený čas měření nijak korigovat a postup opakovat.

	T [keV]	Γ [keV]	N	$t_{1/2}$ [yr]
^{239}Pu	5149.7 ± 0.1	35.5	107578	24110
^{238}Pu	5492.2 ± 0.5	39.0	946	87.71

Tabulka 3: Charakteristika naměřených peaků ve spektru vzorku plutonia a poločas rozpadu jednotlivých izotopů $t_{1/2}$.

3 Diskuse výsledků

Zvolený postup kalibrace může do výsledků vnášet poměrně velkou systematickou chybu, protože není jasné, zda předpoklad o nulovém kanálu a linearitě je správný, neznám bližší parametry měřícího přístroje. Lepší by bylo kalibrovat pomocí většího množství bodů než pouze dvou.

Podobně při měření absolutní aktivity ^{241}Am není brán zřetel na to, že zdroj záření není bodový (vztah (6)). Obsah jeho plochy byl uveden jako $\approx 100 \text{ mm}^2$. Raději jsem průměr d změřil pomocí šuplery s noniem, což mělo také svá úskalí, neboť aktivní plochu detektoru nelze správně "obejmout", proto jsem lehce nadhodnotil i započítanou chybu d .

Při zkoumání en. spekter záření α v závislosti na tlaku vzduchu ve zvonu p bylo vidět, jak se střední energie T dopadajících částic zmenšuje (to je zřejmé) a spektra se postupně čím dál tím více rozšiřují směrem k menším energiím, neboli s rostoucí hustotou prostředí je interakce záření s ním intenzivnější a četnost dopadlých částic s menší energií se zvětšuje, zatímco samozřejmě částic s většími energiemi nepřibývá (ani nemůže).

Dopočítaná závislost specifických ionizačních ztrát na energii částic je zatížena podstatnou chybou (rozdíl blízkých hodnot při použití metody sečen, vztah (5)). Lze použít i teoreticky přesnější metody iterace (např. "mid-point", tedy chápat směrnici $-dT/dx$ v bodě uprostřed intervalu T_i, T_{i+1}), ale vzhledem k chybě to asi nemá větší význam. Spočtená závislost se v jejím rámci shoduje s empirickou dle (3) a (4), ačkoli pro energie menší než 4 MeV se už viditelně odklání.

Zjišťujeme-li relativní zastoupení ^{238}Pu v přiloženém vzorku, můžeme už na počátku učinit předpoklad, že množství $^{238}\text{Pu} \ll$ množství ^{239}Pu (tedy množství ^{239}Pu je cca celý vzorek) a namísto (7) určit přímo poměr $\frac{t_{1/2}^{(2)} N^{(2)}}{t_{1/2}^{(1)} N^{(1)}}$. To je korektní a výsledek $\eta^{(238)}$ se pak v našem případě liší až na čtvrté platné cifře.

Tabelované hodnoty energie α -záření pro ^{238}Pu činí 5499.03 keV (v 70.91 % případů) a pro ^{239}Pu 5156.59 keV (v 70.77 % případů) [3], což přímo neodpovídá naměřeným výsledkům. Nicméně dle [3] (a přiloženého vzorového spektra) jsou v menším zastoupeny i jiné energie (ve spektru identifikovány jako nižší peaky na svazích těch hlavních). Při přepočítání vzhledem k jejich relativním četnostem je pak shoda lepší.

4 Závěr

Byl okalibrován spektrometr k měření spektra α -záření pomocí vzorku ^{241}Am a určeno jeho rozlišení

$$\Gamma_0 = (29.5 \pm 0.1) \text{ keV.}$$

Absolutní aktivita zářiče ^{241}Am byla stanovena na

$$A = (8.8 \pm 0.7) \text{ kBq,}$$

podrobnosti viz. část 2.2.

Za použití rotační vývěvy a zvonu aparatury byla proměřena závislost energie T a ionizačních ztrát ΔT dopadajících α -částic na velikosti tlaku vzduchu p ve zvonu, viz. tabulka 1 a grafy na obr. 1 a 2. Ze získaných dat byla zjištěna závislost specifických ionizačních ztrát $f(T) = -\frac{dT}{dx}$ na energii částic T ve vzduchu při normálním tlaku p_{atm} , tabulka 2 a graf na obr. 3.

Ze spektra vzorku ^{239}Pu bylo určeno relativní zastoupení izotopu ^{238}Pu v něm, viz. tab. 3

$$\eta^{(238)} = (3.2 \pm 0.1) \times 10^{-5},$$

a střední energie vyletujících α -částic

$$T^{(239)} = (5149.7 \pm 0.1) \text{ keV,} \quad T^{(238)} = (5492.2 \pm 0.5) \text{ keV.}$$

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *QtiPlot 0.9.8.4*.

Reference

- [1] Nosek D., Vrzal J.: Spektrometrie záření α , <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>, 2003
- [2] English J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření, <http://physics.mff.cuni.cz/to.en/vyuka/zfp>, 1999
- [3] Kaye & Laby: Tables of Physical & Chemical Constants, National Physical Laboratory, <http://www.kayelaby.npl.co.uk/toc/>, 2012
- [4] Anděl J.: Matematická statistika, SNTL, Praha, 1985