

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

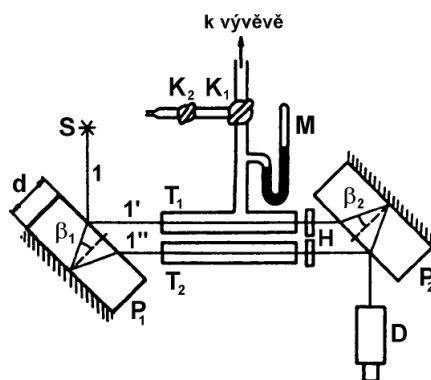
Pracovní úkoly

1. Změřte závislost indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$.
2. Závislost $n(p)$ zpracujte graficky. Vyneste také závislost vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu $\lambda(n)$. Proveďte lineární regresi závislosti $n(p)$, stanovte chybu parametrů získaných lineární regresi.
3. Porovnáním tabelovaného n_{15,p_0} a změřeného n_{t,p_0} stanovte teplotu laboratoře (včetně chyby).

1 Teoretická část

1.1 Měření indexu lomu Jaminovým interferometrem

Vlivem elektromagnetické interakce se světlo v různých látkových prostředích šíří různou rychlostí. Poměr mezi rychlostí světla ve vakuu a v jiném prostředí označujeme jako index lomu n . K měření velikosti indexu lomu lze s úspěchem použít právě Jaminova interferometru jako interferenčního refraktometru, jehož stručné schéma je na obr. 1. Interferometr se skládá ze dvou planoparalelních desek P_1 a P_2 o stejné tloušťce d zhotovených ze skla. Dopadající paprsek ze zdroje světla S se částečně odrazí a částečně láme, poté odrazí na vnitřní stěně pod úhlem β_1 . Rozdělíme tak původní paprsek 1 na dva rovnoběžné 1' a 1'', které pak opět dopadají na druhou desku P_2 , kde se znovu částečně lámou a odrazí, a jak je naznačeno na obr. 1 vstupují do dalekohledu (příp. jiného detektoru) D . Protože dráhový rozdíl pro všechny rovnoběžné paprsky je stejný, můžeme při osvětlení plošným monochromatickým zdrojem pozorovat v dalekohledu proužky stejného sklonu (viz. např. [1]).



Obr. 1: Schéma Jaminova interferometru.

Do dráhy paprsků je možné vložit dvě kyvety (T_1 , T_2) o délce l , naplněné látkou o indexu lomu n_1 a n_0 . Byl-li dráhový rozdíl paprsků před vložením kyvet δ_0 , pak nyní je

$$\delta_1 = l(n_1 - n_0) + \delta_0. \quad (1)$$

Změnou indexu lomu v první kyvetě na n_2 se změni i výsledný dráhový rozdíl na δ_2 . Změna dráhového rozdílu δ je pak úměrná změně indexu lomu v první kyvetě:

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = l(n_2 - n_1). \quad (2)$$

Probíhá-li tato změna spojitě a dostatečně pomalu, lze ji určit z počtu proužků (interferenčních maxim) prošlých dalekohledem jako

$$\delta = k\lambda, \quad (3)$$

kde λ je vlnová délka světla, k je počet prošlých proužků. Známe-li jednu z hodnot indexu lomu, můžeme pak druhou pomocí (2), (3) dopočíst třeba jako

$$n_2 = n_1 + \frac{k\lambda}{l}. \quad (4)$$

1.2 Vlnová délka sodíkové čáry

Jako zdroj světla je použita sodíková výbojka, což je zdroj kvazimonochromatický. Ve skutečnosti jde o dvě spektrální čáry sobě velice blízko, pro naše potřeby lze však světlo považovat za monochromatické. Jeho vlnová délka ve vzduchu je 589.3 nm. Závislost na indexu lomu prostředí je dána vztahem

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}, \quad (5)$$

kde λ_0 je vlnová délka ve vakuu.

1.3 Teplotní závislost indexu lomu

Závislost indexu lomu $n_{t,p}$ na teplotě t při tlaku p je popsána

$$n_{t,p} - 1 = (n_{15,p_0} - 1) \frac{(1 + 15\gamma)p}{(1 + \gamma t)p_0}, \quad (6)$$

kde $\gamma = 3.67 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $p_0 = 101.325 \text{ kPa}$ a $(n_{15,p_0} - 1)$ dle [4] pro světlo vlnové délky 550 nm je 277.8×10^{-6} , pro 600 nm pak 277.0×10^{-6} .

2 Výsledky měření

2.1 Zpracování

Není-li uvedeno jinak, chyby nepřímě měřených veličin (f) počítám podle [3] :

$$\sigma_{f(x_i)} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (7)$$

2.2 Závislost indexu lomu na tlaku p

Z jedné ze dvou kyvet interferometru byl pomocí vývěvy odčerpán vzduch (kohout K_1 , i přes minimální tlak budeme počáteční stav považovat za vakuum s indexem lomu $n_0 = 1$). Poté přes druhý kohout připouštím zvolna vzduch zpátky a zároveň dalekohledem pozoruji vzniklý interferenční obrazec. Po průchodu deseti proužků přes nitkový kříž připouštění zastavím a až se obrazec ustálí, odečtu tlak z digitálního manometru. Tak pokračuji, dokud se tlak v kyvetě nevyrovná s tlakem vzduchu v laboratoři. Provedl jsem celkem pět řad měření, zpracovávám však pouze čtyři (viz. příložený záznam). Podle (4) dopočítávám index lomu n , délka obou kyvet je $l = 50 \text{ cm}$. Chybu manometru beru 1 hPa, chybu stanovení počtu prošlých proužků k odhaduji následovně: $k = 0, 10, 20$ s chybou 0.25 proužku; $k = 30, 40, 50, 60$ 1 proužek; $k = 70, 80, 90, 100$ 2 proužky; $k = 100, 120, 130, 140$ 3 proužky; pro víc pak 4 proužky. Výsledky v tabulce 1.

Lineární regresí byly určeny koeficienty a, b v obecné lin. rovnici $n = ap + b$. Přičemž b předpokládám již od začátku rovno $n_0 = 1$ (mohu tedy prokládat přímo přímkou tvaru $1 + ax$). I při obecné lin. regresi ale vychází pro všechna měření $b = 1.00$ se zanedbatelnou chybou řádu maximálně 10^{-10} . Koeficienty a pak:

$$\begin{aligned} a_1 &= (2.605 \pm 0.005) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}, \\ a_2 &= (2.598 \pm 0.004) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}, \\ a_3 &= (2.595 \pm 0.005) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}, \\ a_4 &= (2.592 \pm 0.003) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}. \end{aligned}$$

Můžeme ještě stanovit arit. průměr koeficientů:

$$a = (2.598 \pm 0.005) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1},$$

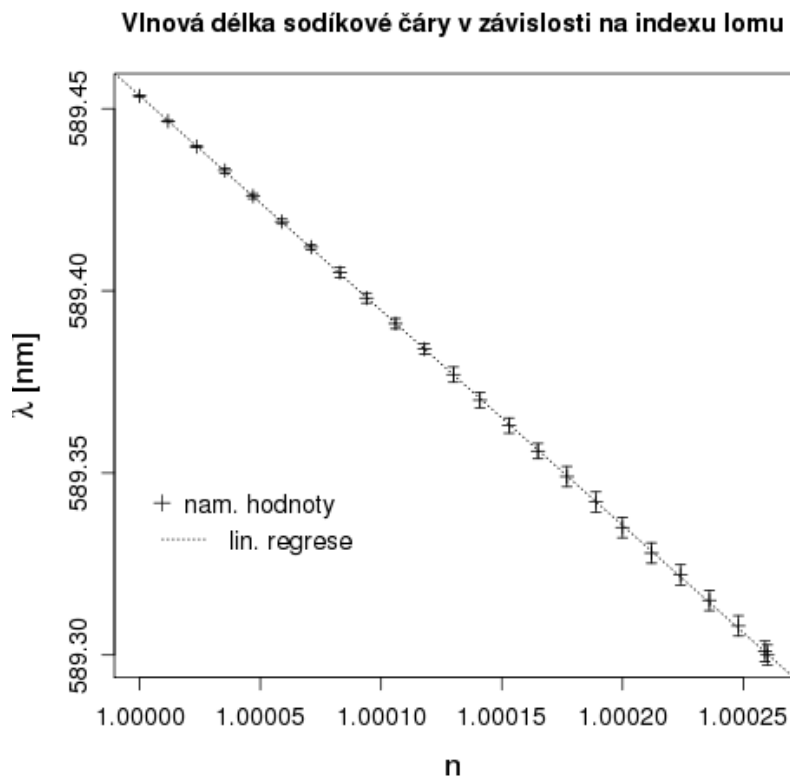
kde vzhledem k povaze měření neuvažuji menší chybu vlivem arit. průměru a raději odhaduji.

2.3 Vlnová délka sodíkové čáry

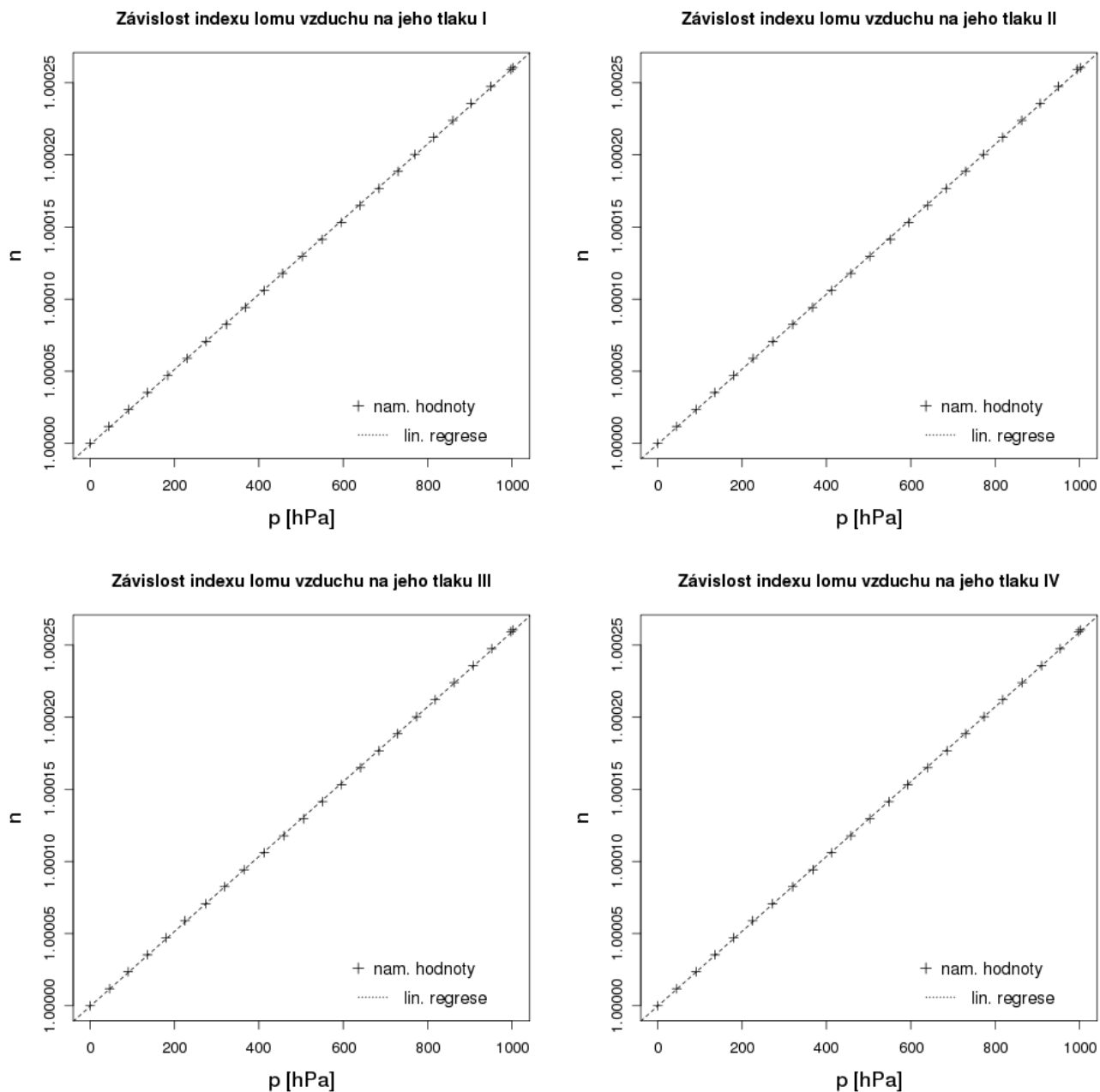
Ze znalosti vlnové délky sodíkové čáry ve vzduchu ($\lambda = 589.3 \text{ nm}$) nejprve pomocí (5) určím její vlnovou délku ve vakuu λ_0 . Potřebný index lomu n přitom beru z údajů v tabulce 1 v momentě, kdy je tlak v kyvetě vyrovnaný s tlakem v laboratoři, tzn. $n = 1.000260$. Ze získané λ_0 nakonec dopočítám vlnové délky pro zbylé indexy lomu dle (5). Výsledky v tabulce 1, závislost v grafu na obr. 2.

k	n	p_1 [hPa]	p_2 [hPa]	p_3 [hPa]	p_4 [hPa]	λ [nm]
0	1.000000	0	0	0	0	589.4535
10	1.0000118	44	45	46	45	589.4466
20	1.0000236	91	91	90	91	589.4396
30	1.0000354	136	135	136	136	589.433
40	1.000047	184	180	180	180	589.426
50	1.000059	230	226	225	225	589.419
60	1.000071	275	273	274	272	589.412
70	1.000083	323	320	319	320	589.405
80	1.000094	268	367	365	368	589.398
90	1.000106	413	412	413	412	589.391
100	1.000118	456	458	453	458	589.384
110	1.000130	503	503	506	503	589.377
120	1.000141	550	552	551	548	589.370
130	1.000153	596	595	596	593	589.363
140	1.000165	640	640	641	640	589.356
150	1.000177	685	684	685	686	589.349
160	1.000189	730	730	729	730	589.342
170	1.000200	770	773	774	774	589.335
180	1.000212	814	818	818	818	589.328
190	1.000224	860	863	863	864	589.322
200	1.000236	903	907	908	910	589.315
210	1.000248	950	950	952	954	589.308
220	1.000259	998	995	998	998	589.301
221	1.000260	1002	1002	1002	1002	589.300

Tabulka 1: Počet prošlých proužků přes nitkový kříž dalekohledu k , odpovídající index lomu n , odečtený tlak vzduchu p a vlnová délka sodíkové čáry λ .



Obr. 2: Graf závislosti vlnové délky sodíkové čáry λ na indexu lomu vzduchu n .



Obr. 3: Grafy závislosti indexu lomu vzduchu n na tlaku p pro jednotlivá měření 1 až 4.

2.4 Teplota laboratoře

Teplotu v laboratoři určím ze vztahu (6):

$$t = \frac{1}{\gamma} \left(\left(1 + 15\gamma\right) \frac{n_{15,p_0} - 1}{n_{t,p} - 1} \frac{p}{p_0} - 1 \right), \quad (8)$$

při známém γ , p_0 (viz. výše), dříve zjištěném $p = (100.2 \pm 0.1)$ kPa, $(n_{t,p} - 1) = (260 \pm 5) \times 10^{-6}$ z tabulky 1 a odhadnutém $n_{15,p_0} = 277.2 \times 10^{-6}$ z údajů v [4]:

$$t = (30.6 \pm 5.8) \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Teplota změřená teploměrem přímo v laboratoři byla $t = (24.0 \pm 0.5) \text{ } ^\circ\text{C}$.

3 Diskuse výsledků

Závislost indexu lomu vzduchu n na jeho tlaku je lineární. Zjištěné koeficienty úměrnosti a se většinou v rámci chyby shodují (nebo se alespoň nachází v trojnásobných intervalech chyb). Jak naznačují výsledky, měření je v zásadě reprodukovatelné. S výjimkou jedné řady dat, kterou jsem ani nezpracovával, neboť při ní nejspíše došlo k nějaké hrubější chybě (např. špatně spočítané proužky, viz. porovnejte data v příloženém záznamu), jsou hodnoty získávané manometrem prakticky shodné ve všech čtyřech případech I-IV.

Nepřesnost naměřených hodnot je velkou měrou ovlivněna schopností odečíst správný počet proužků v dalekohledu. Volbou odhadnuté chyby k jsem se snažil postihnout fakt, že s každou další prošlou desítkou proužků stoupá i počet o kolik se experimentátor spletl, to je umocněno i faktem, že chyba se nedá nijak korigovat (kromě bedlivé pozornosti a opatrnosti) např. přepočítáváním. Díky povaze experimentu se při pochybnostech každé měření musí opakovat úplně celé od začátku. I přesto jsou výsledné chyby koeficientů a relativně malé, spíše bych řekl podhodnocené.

Další odchylky způsobují marginálnější vlivy jako právě zanedbání změny vlnové délky sodíkové čáry nebo faktu, že index lomu se mění i s vlhkostí vzduchu. Chyby tohoto charakteru jsou však jednotlivě řádově zanedbatelné.

4 Závěr

Byla změřena závislost indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$ a určeny koeficienty závislosti a

$$\begin{aligned}a_1 &= (2.605 \pm 0.005) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}, \\a_2 &= (2.598 \pm 0.004) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}, \\a_3 &= (2.595 \pm 0.005) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}, \\a_4 &= (2.592 \pm 0.003) \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1},\end{aligned}$$

pro čtyři řady dat. Výsledky ilustruje tab. 1 a grafy na obr. 3.

Do grafu na obr. 2 byla podle tabulky 1 vynesena závislost vlnové délky λ sodíkové čáry na velikosti indexu lomu n .

Porovnáním tabelovaných hodnot n_{15,p_0} a změřených $n_{t,p}$ byla stanovena teplota laboratoře

$$t = (30.6 \pm 5.8) \text{ }^\circ\text{C}.$$

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *R 2.10.1*.

Reference

- [1] Studijní text, praktikum III: Interference a ohyb, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [2] Malý P.: Optika, Karolinum, Praha, 2008
- [3] English J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření, 1999, <http://physics.mff.cuni.cz/to.en/vyuka/zfp>
- [4] Brož V., Valouch M.: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha, 1980