

UNIVERZITA KARLOVA

ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM III.  
PRO OBOR OBECNÁ FYZIKA

---

## **XIX. Meranie indexu lomu Jaminovym interferometrom**

---

*Autor:*  
Samuel Kočiščák

18. apríla 2017

## 1 Pracovné úlohy - variant A

1. Zmerajte závislosť indexu lomu vzduchu na tlaku  $N(p)$ .
2. Závislosť  $N(p)$  spracujte graficky. Vyneste tiež závislosť vlnovej dĺžky sodíkovej čiary na indexu lomu vzduchu  $\lambda(N)$ . Lineárnou regresiou spracujte závislosť  $N(p)$ . Stanovte chybu parametrov získaných lineárnou regresiou.
3. Porovnaním tabelovaného  $N_{15,p_0}$  a zmeraného  $N_{t,p_0}$  stanovte teplotu laboratória.

## 2 Teoretická časť

### 2.1 Index lomu svetla v plyne

Bezrozmernú veličinu značenú  $N$  nazávanú *index lomu* prislúchajúcu danému homogénemu optickému prostrediu definujeme vzťahom

$$N = \frac{c_0}{c}, \quad (1)$$

kde  $c_0$  je rýchlosť svetla vo vákuu a  $c$  rýchlosť svetla v študovanom materiáli. Všeobecne môže byť  $N$  (a teda aj  $c$ ) funkciou vlnovej dĺžky svetla, v prípade plynu je samozrejme funkciou zloženia a stavu plynu, v prípade vzduchu teda záleží hlavne na jeho teplote  $t$ , tlaku  $p$  a vlhkosti. Za predpokladu rovnakého zloženia vzduchu (vrátane vlhkosti) pri zmene tlaku  $p$  sa priamoúmerne s tlakom mení aj koncentrácia molekúl jednotlivých zložiek vzduchu, teda očakávame afínnu závislosť indexu lomu svetla  $N$  na tlaku vzduchu  $p$ , pričom index lomu limitne riedkeho plynu bude rovný indexu lomu vákuu, teda  $\lim_{p \rightarrow 0} N = N_0 = 1$ .

### 2.2 Optická dráha a vlnová dĺžka

Veličinou zvanou *optická dráha* značenou  $l$  rozumieme súčin dráhy  $s$  a indexu lomu  $N$  prostredia, v ktorom sa svetlo šíri (alebo všeobecnejšie integrál indexu lomu pozdĺž dráhy  $s$ ).

Vlnovú dĺžku svetla  $\lambda$  definujeme ako podiel rýchlosti šírenia svetla v danom materiáli  $c$  a jeho frekvencie  $f$ :

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (2)$$

pričom použitím vzťahu 1 možno z ostatného vzťahu odvodiť vzťah

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{N}, \quad (3)$$

kde  $\lambda_0$  je vlnová dĺžka svetla vo vákuu,  $N$  je index lomu použitého materiálu a  $\lambda$  je vlnová dĺžka v tomto materiáli.

### 2.3 Meranie Jaminovym interferometrom

*Jaminov interferometer* je zariadenie, pomocou ktorého môžeme ako prejav svojzväzkovej interferencie merať rozdiel optických dráh cez dve kyvety naplnené plynom, pri známej optickej dráhe jednej kyvety teda môžeme určiť optickú dráhu kyvety druhej. Ak poznáme dĺžky týchto kyviet, ktorá je pre jednoduchosť usporiadania aj spracovania výsledkov typicky rovnaká, optické dráhy jednotlivých kyviet jednoznačne určujú indexy lomu plynov v nich.

Ak je Jaminov interferometer zostavený ako na obrázku 4.2-1 v [Pm], pozorujeme v okuláre interferenčné pružky. Ak je tlak  $p_0$  v jednej z kyviet na začiatku merania veľmi nízky (o niekoľko rádov nižší oproti atmosférickému – efektívne nulový) a v druhej z kyviet (označme túto kyvetu za *referenčnú*) pod atmosférickým tlakom, tak za predpokladu, že pri tomto tlaku  $p_0$  je index lomu svetla  $N_0 = 1$ , tak sa za zvyšujúceho sa tlaku v pôvodne evakuovanej kyvete pohybujú pružky v zornom poli ukalára. Podľa [Pm] platí pre počet pružkov  $\Delta k$ , o ktorý sa posunie interferenčný obrazec v okulári pri zvýšení tlaku o  $\Delta p$  pri konštantnej vlnovej dĺžke incidentného svetla  $\lambda$  vzťah:

$$\Delta N = \frac{\lambda \Delta k}{l}, \quad (4)$$

kde  $l$  je zhodná dĺžka každej z kyviet a  $\Delta N$  je samotná zmena indexu lomu vzduchu v pôvodne evakuovanej kyvete.

### 2.4 Teplotná závislosť indexu lomu

Podľa [FMT] platí vzťah pre teplotnú a tlakovú závislosť indexu lomu vzduchu

$$N_{t,p} = (N_{15,p_0} - 1) \frac{(1 + 15\gamma)p}{(1 + \gamma t)p_0} + 1 \Leftrightarrow t = \frac{N_{15,p_0} - 1}{N_{t,p} - 1} (1 + 15\gamma) \frac{p}{p_0\gamma} - \frac{1}{\gamma}, \quad (5)$$

kde  $N_{t,p}$  je index lomu vzduchu pri teplote  $t$  a tlaku  $p$ ,  $N_{15,p_0}$  je index lomu vzduchu pri teplote  $15^\circ\text{C}$  a tlaku  $p_0$  a  $\gamma$  je teplotný súčiniteľ objemovej rozťažnosti vzduchu, ktorého hodnota je  $\gamma = 3670 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

## 3 Výsledky merania

### 3.1 Podmienky merania

Meranie prebehlo v priestoroch základného fyzikálneho praktika, pri teplote na začiatku merania (určenej ortuľovm teplomerom v kóji experimentu)  $24,5(5)^\circ\text{C}$  a na konci merania  $25,5(5)^\circ\text{C}$ . Kontrolné meranie podmienkomerom vykonané na konci merania určilo teplotu na  $22,4(1)^\circ\text{C}$ , je teda (vrámci chyby vnesenej napr. vetraním kóje) konzistentné s meraniami ortuľovým teplomerom a môžeme vyhlásiť, že teplota okolitého vzduchu bola pri meraní  $25(1)^\circ\text{C}$ .

Tlak okolitého vzduchu bol podľa manometra DVR 2<sup>[Va]</sup> na začiatku merania  $999(1) \text{ hPa}$  a na konci merania  $998(1) \text{ hPa}$ . Na konci merania sme urobili kontrolné meranie podmienkomerom, ktoré ukázalo tlak  $991(1) \text{ hPa}$ , budeme však dôverovať viac digitálnemu manometru DVR 2, keďže tento meria s väčšou presnosťou.

Relatívna vlhkosť vzduchu v kóji bola na konci merania 37,6 %, táto sa však v priebehu merania musela výrazne meniť.

### 3.2 Aparatúra

Ako zdroj kvázimonochromatického svetla sme použili sodíkovú výbojku, ktorá produkuje svetlo s vlnovou dĺžkou vo vzduchu<sup>[FMT]</sup>  $\lambda_1 = 589,3$  nm. Tejto hodnote prisudzujeme nepresnosť  $\sigma_\lambda = 0,3$  nm kvôli vzdialenosti spektrálnych čiar sodíkoveho dubletu. Podľa [FMT] prislúcha vlnovej dĺžke 600 nm index lomu vzduchu 1,000 277 8, čomu podľa vzťahu 3 prislúcha vlnová dĺžka svetla sodíkovej výbojky vo vákuu (s prenesením chyby určenia  $\lambda_1$  bezozmeny)  $\lambda_0 = 589,5(3)$  nm. Obmedzme sa teda na presnosť určenia vlnovej dĺžky použitého svetla na  $\sigma_\lambda = 0,5$  nm a za vlnovú dĺžku použitého svetla pri spracovaní údajov ďalej považujeme  $\lambda = 589,4(5)$  nm.

Použitie kyvety mali dĺžku  $l = 50$  cm, presnosť tohto čísla nepoznáme, predpokladajme teda neistotu 1 v poslednej cifre, teda považujeme za dĺžku oboch kyviet dĺžku  $l = 0,50(1)$  m.

Tlak v evakuovanej kyvete sme určovali pomocou manometra DVR 2<sup>[Va]</sup>. Táto kyveta bola napojená na vývevu a na škrtiaci ventil, ktorým bolo možné po evakuácii sústavy pomaly zvyšovať tlak v kyvete.

Interferenčný obrazec sme pozorovali v okulári s krížom, ktorý vytyčoval pevný bod v zornom poli a umožnil nám počítať počet prešlých prúžkov.

### 3.3 Meranie

Cieľom merania bolo určiť závislosť  $p = f(k)$ , kde  $p$  je postupne sa zvyšujúci tlak v pôvodne evakuovanej kyvete a  $k$  je počet prúžkov, ktoré prešli stredom (krížom) okulára. Na začiatku každého z meraní sme úplne uzavreli škrtiaci ventil a evakovali aparatúru až na tlak, pri ktorom manometer udával nulový tlak. Aj napriek dobrému utesneniu a uzavretiu všetkých relevantných ventilov tlak pomaly (o 1 hPa za 2 s) stúpал, okamžite po evakuovaní aparatúry sme teda sledovali obrazec v okulári, aby sme identifikovali prúžok, na ktorom bol kríž pri "nulovom" tlaku.

Sledovali sme prúžky v okulári a jemne otvorili škrtiaci ventil, čím sme výrazne zrýchlili pohyb prúžkov. Po odrátaní 10-tich prúžkov prešlých cez stred okuláru sme ventil znovu maximálne uzavreli a zapísali sme hodnotu tlaku udávanú manometrom. Toto muselo prebehnúť veľmi rýchlo, aby nám v medzičase neprešiel okulárom ani jeden prúžok. Meranie vyžadovalo istý cvik, po čase sme dokázali odhadnúť, akej zmene tlaku prislúcha 1 prúžok a zapisovať čísla tak rýchlo, že sme si boli skutočne istí, že ani jeden prúžok nemohol prejsť, kým sme hodnotu tlaku zapísali. Celkovo sme urobili 5 meraní, no prvé z nich sme v spracovaní nepoužili, keďže je pravdepodobne chybné – pri ňom sme si iba osvojili techniku zápisu údajov. Zvyšné 4 merania sú navzájom veľmi konzistentné. Všetky namerané dáta možno nájsť v prílohe.

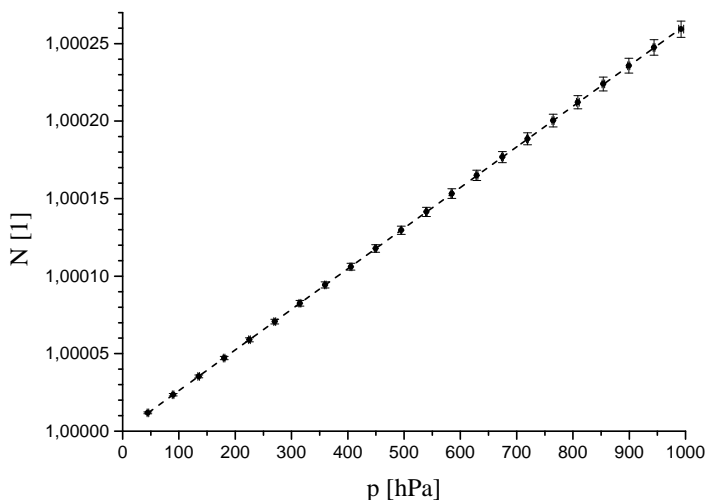
Pre každý prejdený počet prúžkov sme určili priemerný tlak udávaný manometrom a strednú kvadratickú odchýlku tohoto čísla určenú z definície na základe jednotlivých hodnôt tlaku. Za nepresnosť určenia tlaku považujeme odmocninu súčtu štvorca tejto strednej kvadratickej odchýlky a štvorca nepresnosti jedného merania

udávaného výrobcom<sup>[Va]</sup>. Za nepresnosť určenia počtu prejdejších prúžkov považujeme  $\sigma_k = 0,5$  prúžku, keďže ťažko jednoznačne určiť polohu prúžku a pri "nulovom" tlaku prúžok presne v strede okulára. Sme presvedčení, že nám žiadny prúžok pri žiadnom zo 4 spracovaných meraní neušiel a ich počty sú presné až na  $\sigma_k$ .

Dáta formátu  $p = f(k)$  sme pomocou vzťahu 4 (kde za  $\Delta k$  dosádzame celkový počet prúžkov  $k$ , o ktorý sa obrazec posunul, potom  $\Delta N$  je celkový rozdiel pôvodného indexu lomu  $N_0$  (ktorého veľkosť je  $N_0 = 1$ ) a aktuálneho indexu lomu  $N$ ) prerobili na dáta formátu  $p = f(N)$ . Inverziu tejto závislosti  $N = f^{-1}(p)$  možno vidieť v grafe na obrázku 1. Metódu určenia veľkostí chyby  $p$  a  $k$  sme si popísali v predchádzajúcom odstavci, z chyby určenia počtu prúžkov  $\sigma_k$  určíme chybu určenia indexu lomu  $\sigma_N$  pomocou vzťahu

$$\sigma_N^2 = \left(\frac{N}{\lambda}\right)^2 \sigma_\lambda^2 + \left(\frac{N}{l}\right)^2 \sigma_l^2 + \left(\frac{N}{k}\right)^2 \sigma_k^2, \quad (6)$$

takto určená chyba  $\sigma_N$  je znázornená v grafe na obrázku 1 pomocou vertikálnych chybových úsečiek. Horizontálne chybové úsečky reprezentujúce  $\sigma_p$  nevidno, keďže sú menšie, ako body v grafe.



Obr. 1: Závislosť indexu lomu na tlaku vzduchu v kyvete

Grafom na obrázku 1 je preložená afínna funkcia predpisu  $N = qp + N_0^*$ , hodnoty parametrov  $q$  a  $N_0^*$  určené fitovaním spolu s chybami ich určenia (zohľadňujúcimi veľkosť chybových úsečiek) sú zapísané v tabuľke ??.

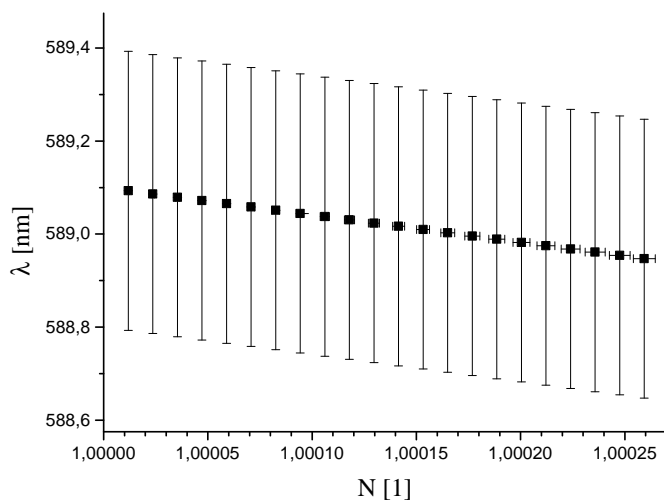
Tabuľka 1: Fitovaním určené hodnoty koeficientov  $q$  a  $N_0^*$ 

$q [1 \times 10^{-7} (\text{hPa})^{-1}]$	$\sigma_q [1 \times 10^{-7} (\text{hPa})^{-1}]$	$N_0^* [1]$	$\sigma_{N_0^*} [1]$
2,620	0,001	1,00000000	0,00000003

Keďže poznáme závislosť  $N = f(p)$  a hodnotu  $\lambda_0 = 589,1(3)$  nm môžeme pomocou vzťahu 3 určiť závislosť  $\lambda = f(p)$ . Chybu  $\sigma_\lambda$  určenia  $\lambda$  určíme z chýb určenia  $\lambda_0$  a  $N$  pomocou vzťahu

$$\sigma_\lambda^2 = \left(\frac{\lambda}{N}\right)^2 \sigma_N^2 + \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^2 \sigma_{\lambda_0}^2, \quad (7)$$

závislosť  $\lambda = f(p)$  je aj s takto určenými chybovými úsečkami znázornená v grafe na obrázku 2.



Obr. 2: Závislosť vlnovej dĺžky svetla sodíkovej výbojky na indexe lomu

Teplotu laboratória možno určiť zo vzťahu 5, keďže vďaka [FMT] poznáme  $N_{15,p_0}$ , kde  $p_0 = 1013$  hPa (použijeme hodnotu  $N_{15,p_0} - 1 = 2,77 \times 10^{-4}$  pre  $\lambda \approx 0,6 \mu\text{m}$ ), rovnako, ako poznáme  $N_{t,p}$ , kde  $p = 944$  hPa, na hodnotu

$$t \approx 27,2 \text{ }^\circ\text{C}, \quad (8)$$

čo je rozumné, hoc nepresné číslo.

## 4 Diskusia výsledkov

Podmienkomerom sme mohli zmerať len vlhkosť vzduchu v kóji, nie priamo v kyvete, vzduch v nej nie je v dobrom kontakte so vzduchom v okolí, preto vlhkosť vzduchu v nej mohla byť značne iná, než nami nameraná. Predpokladáme každopádne, že táto vlhkosť, akákoľvek bola, sa v priebehu merania výrazne nemenila.

S klesajúcim tlakom sa mení zloženie vzduchu, niektoré pri poklese tlaku plynu o 3 rády, ako v našom prípade, je už zmena zloženia pozorovateľná, keďže niektoré plyny sú pri nízkom tlaku vývevou odsávané efektívnejšie, ako iné. Pri poklese tlaku tiež klesá teplota, keďže odsávanie vzduchu bolo dosť rýchle. Pred každým meraním sme vzduch odsali na nemerateľne nízky tlak niekoľkokrát, aby sme dali vzduchu čas tepelne sa vyrovnáť s okolím. Keďže vzduch pod nízkym tlakom má pomerne nízku tepelnú akapcitu a jeho molekuly majú pomerne vysokú strednú voľnú dráhu (0,1 mm), tento čas mohol stačiť na vyrovnanie teploty s okolím. Samotné pomalé zvyšovanie tlaku možno považovať za zhruba izotermický proces. Pri všetkom spracovaní sme predpokladali, že teplota vzduchu v referenčnej kyvete je rovnaká, ako teplota okolia, čo nemusí byť všeobecne pravda. Používali sme tabuľkové hodnoty pre suchý vzduch s presne daným obsahom  $CO_2$ , o vlhkosti vzduchu v kyvetách a o zložení okolitého vzduchu toho veľa nevieme. Všetky tieto ťažko kvantifikovateľné faktory však mohli ovplyvniť meranie.

Pri spracovaní sme neuvažovali zmenu vlnovej dĺžky použitého svetla so zmenou tlaku, aj keď ďalšie spracovanie závislosti vlnovej dĺžky na indexe lomu ukázalo, že zmena je merateľná. Táto zmena je však podľa tých istých výsledkov vrámci našej mierne nadsadenej chyby určenia vlnovej dĺžky. Na spresnenie merania každopádne odporúčame použiť lepšie monochromatický zdroj svetla, buď to vybraný pomocou precízneho monochromátoru, alebo použiť ako zdroj laser.

Z tabuľky 1 vidno, že fitovaním určené  $N_0^*$  je veľmi blízko  $N_0 = 1$ . To nepoukazuje ani tak na to, že by index lomu vzduchu nízkeho tlaku bol skutočne 1 (to by bol totiž dôkaz kruhom), ako na to, že závislosť je skutočne veľmi presne lineárna.

V grafe 2 je na chybových úsečkách vidieť, že chyba merania je tak veľká, že zmena vlnovej dĺžky je voči tejto chybe tak malá, že je prinajlepšom merateľná. Takmer celá chyba pochádza z veľkej nepresnosti vlnovej dĺžky svetla sodíkovej výbojky pochádzajúcej z predpokladu, že sodíkový dublet je iba jedna čiara.

Pri určení teploty vzduchu z sme použili údaje pre tlak vzduchu  $p = 944$  hPa, keďže pre tento tlak sme poznali ostatné parametre relatívne presne. Keďže je tento tlak veľmi blízky atmosférickému a vzťah 5 zahŕňa aj tlakpvú závislosť, mohli sme použiť napríklad aj práve tieto údaje.

Neurčili sme chybu určenia teploty vzduchu v referenčnej kyvete, keďže nepoznáme presnosť koeficientu  $\gamma$  ani presnosť hodnôt  $N - 1$  z tabuľky [FMT]. Kvôli počtu uvádzaných čísel týchto čísel však rpedpokladáme prenosť výpočtu aspoň 3 platné cifry, ktoré aj uvádzame. S prihliadnutím na to, koľko faktorov sme neboli schopní kvantifikovať považujeme výsledok za konzistentný s meraním teploty laboratória ortuťovým teplomerom a podmienkomerom.

## 5 Záver

Podarilo sa nám odmerať a graficky znázorniť závislosť indexu lomu vzduchu na jeho tlaku.

Znázornili sme aj závislosť vlnovej dĺžky použitého svetla na indexe lomu vzduchu.

Na závislosti indexu lomu na tlaku vzduchu sme vykonali lineárnu regresiu a určili sme presnosti koeficientov získaných touto regresiou, tieto sú v zhode s očakávaním.

Porovnaním tabelovaného indexu lomu vzduchu pre vzduch známeho stavu a nami nameraného indexu lomu vzduchu sa nám podarilo určiť teplotu okolia na

$$t \approx 27,2^{\circ}\text{C}, \quad (9)$$

čo je s prihliadnutím a nekvantifikovateľné zdroje chýb v zhode s nameranou teplotou  $25(1)^{\circ}\text{C}$ .

## 6 Zoznam použitej literatúry

- [St] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Študijný text k meraniu: Meranie indexu lomu jaminovym interferometrom*. [cit. 2017-03-10]. URL: [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_319.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_319.pdf).
- [Pm] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Pokyny pro měření: Meranie indexu lomu jaminovym interferometrom*. [cit. 2017-03-10]. URL: [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/pokyny/mereni\\_319.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/pokyny/mereni_319.pdf).
- [Va] Vacuumbrand. *Vacuum gauge DVR 2* [cit. 2017-04-18]. URL: <http://www.vacuubrand.com/en/page790.html#technicalData>.
- [FMT] BROŽ, Jan et al. 1980. *Fyzikální a matematické tabulky*. Praha: SNTL, 2013. s. 126.