

1 Pracovní úkol

1. Změřte závislost indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$.
2. Závislost $n(p)$ zpracujte graficky. Vyneste také závislost vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu $\lambda(n)$. Proveďte lineární regresi závislosti $n(p)$, stanovte chybu parametrů získaných lineární regresi.
3. Porovnáním tabelovaného n_{15,p_0} a změřeného n_t, p_0 stanovte teplotu laboratoře (včetně chyby).

2 Teorie

K měření použijeme Jaminův interferometr. Jeho náčrt je na obrázku 1. Ze zdroje světla S vychází světelný paprsek, které se po dopadu na desku P_1 buď odrazí (paprsek 1'), nebo se láme (paprsek 1''). Jsou-li tyto paprsky dostatečně daleko od sebe, může každý projít jinou z kyvet T_1 a T_2 . Poté se po za pomoci desky P_2 opět složí a my s dalekohledu D pozorujeme interferenční proužky stejného sklonu.

Obsah kyvet ovšem nemusí mít stejný index lomu. Je-li N_1 index lomu v kyvetě T_1 a $N_{2,a}$ index lomu v kyvetě T_2 , dráhový rozdíl paprsků δ_a je potom:

$$\delta_a = \ell(N_{2,a} - N_1) + \delta_0, \quad (1)$$

kde ℓ je délka kyvety a δ_0 je dráhový rozdíl paprsků, jsou-li obě kyvety naplněny látkami se stejným indexem lomu. Pokud nyní změníme v kyvetě T_2 index lomu na $N_{2,b}$, změní se i dráhový rozdíl na δ_b . Změna dráhového rozdílu δ bude:

$$\delta = \delta_b - \delta_a = \ell(N_{2,b} - N_{2,a}) \quad (2)$$

V dalekohledu D můžeme při změně dráhového rozdílu pozorovat posunutí interferenčních proužků. Dráhový rozdíl určíme jako:

$$\delta = k\lambda, \quad (3)$$

kde k je počet proužků, o kolik se posunul interferenční obrazec, λ je potom vlnová délka použitého světla. Uvážením rovnic (2) a (3) dostáváme vztah:

$$N_{2,b} = N_{2,a} + \frac{k\lambda}{\ell} \quad (4)$$

Pokud tedy známe hodnotu indexu lomu $N_{2,a}$ a počet proužků k , můžeme ze znalosti vlnové délky použitého světla λ a délky kyvety ℓ spočítat index lomu $N_{2,b}$. Povšimněme si, že (4) nezávisí na indexu lomu N_1 .

Vlnová délka světla λ závisí na indexu lomu N dle vztahu:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{N}, \quad (5)$$

kde λ_0 je vlnová délka ve vakuu.

Index lomu závisí také na teplotě. Známe-li index lomu, můžeme vypočítat teplotu t . Teplotu vzduchu v laboratoři t spočítáme pomocí vzorce (viz [4]):

$$t = \frac{N_{15,p_0} - 1}{N_{t,p} - 1} \frac{(1 + 15\gamma)p}{p_0\gamma} - \frac{1}{\gamma}, \quad (6)$$

kde p_0 je atmosférický tlak ($p_0=101,325$ kPa), N_{15,p_0} je index lomu vzduchu při tlaku p_0 a teplotě 15°C ($N_{15,p_0}=1,0002771$ pro vlnovou délku $589,3$ nm, viz [4]), γ je teplotní součinitel objemové roztažnosti vzduchu ($\gamma=3\,670 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$), p je tlak vzduchu v laboratoři a $N_{t,p}$ je index lomu při tlaku p a teplotě t .

3 Výsledky měření

Jako zdroj světla (na obrázku 1 označen S) jsme použili sodíkovou výbojku o vlnové délce $\lambda=589,3$ nm. Uvedená vlnová délka platí pro vzduch. Obě kyvety měly stejnou délku a sice $\ell=0,5$ m. Změnu indexu lomu budeme provádět změnou tlaku vzduchu v kyvetě. Nejdříve z kyvety odčerpáme všechnu vzduch. Potom budeme povolovat ventilek a připouštět do kyvety vzduch. Zároveň budeme sledovat posuv interferenčních proužků v dalekohledu. Vždy po 10 proužcích zaznamenáme tlak naměřený tlakoměrem, až do vyrovnání tlaku v kyvetě s atmosférickým tlakem. Naměřená data jsou v tabulce 2. Chybu určení tlaku jsme odhadli jako řád poslední číslice digitálního tlakoměru.

Z rovnice (5) vidíme, že vlnová délka závisí na indexu lomu. Ovšem pokud chceme spočítat podle (4) index lomu, musíme znát vlnovou délku. Proto budeme předpokládat, že můžeme index lomu a vlnovou délku považovat na malém úseku měření za konstantní. Předpokládejme, že známe index lomu a vlnovou délku při nulovém počtu proužků. Podle (4) spočítáme index lomu $N_{2,b}$ po k proužcích. Jako $N_{2,a}$ bereme předchozí index lomu. Dle (5) můžeme vypočítat vlnovou délku λ_b jako:

$$\lambda_b = \frac{\lambda_a N_{2,a}}{N_{2,b}}, \quad (7)$$

kde λ_a je předchozí vlnová délka. Takto můžeme vypočítat všechny vlnové délky a všechny indexy lomu. My ovšem vlnovou délku ve vakuu neznáme, musíme ji tedy určit tak, aby vlnová délka ve vzduchu vycházela správně, tj. 589,3 nm.

Mohli bychom také v rovnici (4) brát vlnovou délku λ za konstantu. Bylo by pak ovšem zvláštní, abychom vzápětí ukázali, jak λ závisí na N .

Nulový počet proužků neodpovídá nulovému tlaku (tj. vakuu). Proto by bylo třeba místo $N_{2,a}=1$ při nulovém počtu proužků brát skutečnou hodnotu indexu lomu. Potom by však spočtené hodnoty indexu lomu $N_{2,b}$ byly pouze posunuté o konstantu. Na směrnici proložené přímkou to tedy nemá vliv. Naměřené hodnoty proložíme přímkou ve tvaru $(N-1) = ap + b$, kde a a b jsou koeficienty lineární regrese. Zjištěné hodnoty koeficientů jsou v tabulce 1.

Tabulka 1: Hodnoty koeficientů lineární regrese

| číslo měření | $a \cdot 10^9$ | $b \cdot 10^6$ |
|--------------|----------------|----------------|
| 1 | 2,635±0,002 | -2,4±0,1 |
| 2 | 2,647±0,002 | -2,0±0,1 |
| 3 | 2,665±0,002 | -3,0±0,1 |
| 4 | 2,658±0,002 | -1,3±0,1 |
| 5 | 2,658±0,002 | -1,3±0,1 |
| 6 | 2,660±0,002 | -2,5±0,1 |

Vidíme, že koeficienty b jsou nenulové. Vzhledem k tomu, že je správně předpokládat, že ve vakuu je index lomu 1, posuneme o tyto hodnoty spočtené hodnoty indexů lomu u každého měření. Závislost $n(p)$ potom bude správně. Požadované závislosti jsou v grafech 1-6. V tabulce 3 nalezneme hodnoty indexů lomu při každém měření a každém počtu proužků. Tyto hodnoty jsme použili pro tvorbu grafů 1-6.

Závislost vlnové délky na indexu lomu je v grafu 7. Vlnovou délku jsme spočítali podle (5).

Teplota t spočítaná podle (6) činí:

$$t_s = (24,2 \pm 0,5) ^\circ \text{C}$$

Naměřená teplota pomocí teploměru v laboratoři byla:

$$t_n = (22,5 \pm 0,5) ^\circ \text{C}$$

4 Diskuse

V měření jsme mohli způsobit hrubou chybu tím, že jsme místo požadovaných 10 proužků nechali projít 11 či pouze 9 proužků. Vzduch se přísával, i když byl ventilek uzavřený (v aparatuře tedy byly netěsnosti), mohlo se stát, že než jsme zaznamenali tlak vzduchu, mohl se interferenční obrazec posunout o celý proužek a my jsme si ničeho nevšimli. Nebylo možné vždy přesně zastavit připouštění vzduchu ve stejném okamžiku při každém měření, proto uvažujeme chybu odečítání proužků na 0,3 proužku.

Vývěva dovolovala vyčerpat vzduch až na 0 hPa (v rámci přesnosti měření). Měření jsme však prováděli od 5 či více hPa. Než jsme uzavřeli kohout vývěvy, vypnuli ji a otevřeli její zavzdušňovací ventil, vlivem netěsností se do aparatury již nasál vzduch.

Při výpočtu jsme uvažovali jistou konstantnost indexu lomu a vlnové délky. Zde je jistá možnost, že jsme se dopustili chyby.

Vypočtená teplota je vyšší než teplota naměřená teploměrem v místnosti. Použitím vzorce (6) jsme totiž nestanovili teplotu v místnosti, nýbrž teplotu v kyvetě. Vzhledem k tomu, že jsme při připouštění vzduchu drželi ventilek neustále v ruce, vzduch procházející ventilkem se ohříval. Teplotu vzduchu v místnosti tedy požadovaným způsobem nelze určit.

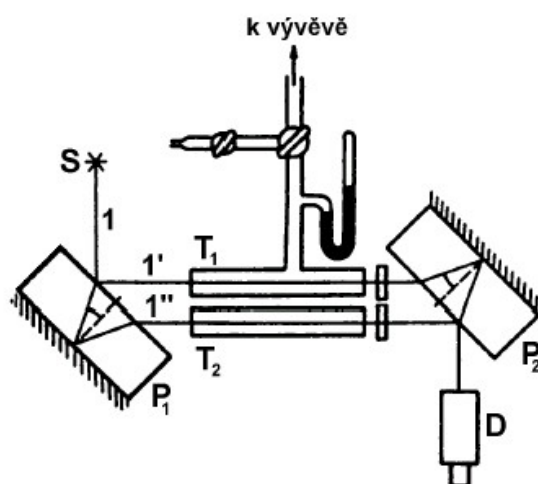
5 Závěr

1. Naměřené hodnoty můžeme nalézt v tabulce 2

2. Grafické zpracování naměřených hodnot je v grafech 1-6. Závislost vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu je v grafu 7. Hodnoty koeficientů lineární regrese jsou v tabulce 1.
3. Teplotu vzduchu v kyvetě jsme vypočítali jako:
 $t_s = (24,2 \pm 0,5) ^\circ\text{C}$
 Teploměrem změřená teplota v místnosti byla:
 $t_n = (22,5 \pm 0,5) ^\circ\text{C}$

6 Literatura

- [1] I. Pelant, J. Fiala, J. Pospíšil, J. Fährnich: Fyzikální praktikum III - Optika, Karolinum, Praha, 1993
- [2] J. English: Zpracování výsledků fyzikálních měření, Praha, 2000
- [3] studijní text (<http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp>)
- [4] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha, 1980



Obrázek 1: Jaminův interferometr

Tabulka 2: Naměřené hodnoty

| č. měření | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| proužků | p ₁ [hPa] | p ₂ [hPa] | p ₃ [hPa] | p ₄ [hPa] | p ₅ [hPa] | p ₆ [hPa] |
| 0 | 10±1 | 9±1 | 10±1 | 5±1 | 5±1 | 8±1 |
| 10±0,3 | 54±1 | 53±1 | 56±1 | 49±1 | 49±1 | 53±1 |
| 20±0,3 | 99±1 | 97±1 | 98±1 | 94±1 | 93±1 | 98±1 |
| 30±0,3 | 143±1 | 140±1 | 145±1 | 138±1 | 138±1 | 142±1 |
| 40±0,3 | 187±1 | 185±1 | 188±1 | 183±1 | 182±1 | 186±1 |
| 50±0,3 | 231±1 | 229±1 | 233±1 | 227±1 | 226±1 | 231±1 |
| 60±0,3 | 276±1 | 273±1 | 277±1 | 271±1 | 271±1 | 275±1 |
| 70±0,3 | 320±1 | 317±1 | 321±1 | 316±1 | 315±1 | 320±1 |
| 80±0,3 | 364±1 | 361±1 | 366±1 | 360±1 | 360±1 | 364±1 |
| 90±0,3 | 412±1 | 407±1 | 409±1 | 404±1 | 405±1 | 408±1 |
| 100±0,3 | 457±1 | 452±1 | 454±1 | 448±1 | 449±1 | 453±1 |
| 110±0,3 | 504±1 | 499±1 | 498±1 | 493±1 | 494±1 | 498±1 |
| 120±0,3 | 549±1 | 543±1 | 542±1 | 537±1 | 537±1 | 540±1 |
| 130±0,3 | 594±1 | 589±1 | 587±1 | 581±1 | 581±1 | 585±1 |
| 140±0,3 | 639±1 | 635±1 | 631±1 | 625±1 | 626±1 | 630±1 |
| 150±0,3 | 682±1 | 680±1 | 675±1 | 670±1 | 670±1 | 675±1 |
| 160±0,3 | 727±1 | 724±1 | 719±1 | 715±1 | 715±1 | 719±1 |
| 170±0,3 | 770±1 | 767±1 | 762±1 | 759±1 | 758±1 | 762±1 |
| 180±0,3 | 815±1 | 811±1 | 808±1 | 803±1 | 802±1 | 806±1 |
| 190±0,3 | 858±1 | 852±1 | 852±1 | 847±1 | 847±1 | 851±1 |
| 200±0,3 | 903±1 | 897±1 | 895±1 | 892±1 | 891±1 | 896±1 |
| 210±0,3 | 946±1 | 941±1 | 940±1 | 935±1 | 935±1 | 940±1 |
| 220±0,3 | 990±1 | 984±1 | 984±1 | 980±1 | 980±1 | 982±1 |
| 222±0,3 | | 992±1 | 992±1 | | | 992±1 |
| 223±0,3 | | | | 992±1 | 992±1 | |

Tabulka 3: Indexy lomu

| č. měření | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| proužků | (N ₁ -1).10 ⁵ | (N ₂ -1).10 ⁵ | (N ₃ -1).10 ⁵ | (N ₄ -1).10 ⁵ | (N ₅ -1).10 ⁵ | (N ₆ -1).10 ⁵ |
| 0 | 0,24±0,04 | 0,20±0,04 | 0,30±0,04 | 0,13±0,04 | 0,13±0,04 | 0,25±0,04 |
| 10±0,3 | 1,42±0,04 | 1,38±0,04 | 1,48±0,04 | 1,31±0,04 | 1,31±0,04 | 1,43±0,04 |
| 20±0,3 | 2,60±0,04 | 2,56±0,04 | 2,66±0,04 | 2,49±0,04 | 2,49±0,04 | 2,61±0,04 |
| 30±0,3 | 3,78±0,04 | 3,74±0,04 | 3,84±0,04 | 3,67±0,04 | 3,67±0,04 | 3,79±0,04 |
| 40±0,3 | 4,96±0,04 | 4,92±0,04 | 5,02±0,04 | 4,85±0,04 | 4,85±0,04 | 4,97±0,04 |
| 50±0,3 | 6,13±0,04 | 6,09±0,04 | 6,19±0,04 | 6,02±0,04 | 6,02±0,04 | 6,14±0,04 |
| 60±0,3 | 7,31±0,04 | 7,27±0,04 | 7,37±0,04 | 7,20±0,04 | 7,20±0,04 | 7,32±0,04 |
| 70±0,3 | 8,49±0,04 | 8,45±0,04 | 8,55±0,04 | 8,38±0,04 | 8,38±0,04 | 8,50±0,04 |
| 80±0,3 | 9,67±0,04 | 9,63±0,04 | 9,73±0,04 | 9,56±0,04 | 9,56±0,04 | 9,68±0,04 |
| 90±0,3 | 10,85±0,04 | 10,81±0,04 | 10,91±0,04 | 10,74±0,04 | 10,74±0,04 | 10,86±0,04 |
| 100±0,3 | 12,03±0,04 | 11,99±0,04 | 12,09±0,04 | 11,92±0,04 | 11,92±0,04 | 12,04±0,04 |
| 110±0,3 | 13,21±0,04 | 13,17±0,04 | 13,27±0,04 | 13,10±0,04 | 13,10±0,04 | 13,22±0,04 |
| 120±0,3 | 14,38±0,04 | 14,34±0,04 | 14,44±0,04 | 14,27±0,04 | 14,27±0,04 | 14,39±0,04 |
| 130±0,3 | 15,56±0,04 | 15,52±0,04 | 15,62±0,04 | 15,45±0,04 | 15,45±0,04 | 15,57±0,04 |
| 140±0,3 | 16,74±0,04 | 16,70±0,04 | 16,80±0,04 | 16,63±0,04 | 16,63±0,04 | 16,75±0,04 |
| 150±0,3 | 17,92±0,04 | 17,88±0,04 | 17,98±0,04 | 17,81±0,04 | 17,81±0,04 | 17,93±0,04 |
| 160±0,3 | 19,10±0,04 | 19,06±0,04 | 19,16±0,04 | 18,99±0,04 | 18,99±0,04 | 19,11±0,04 |
| 170±0,3 | 20,28±0,04 | 20,24±0,04 | 20,34±0,04 | 20,17±0,04 | 20,17±0,04 | 20,29±0,04 |
| 180±0,3 | 21,46±0,04 | 21,42±0,04 | 21,52±0,04 | 21,35±0,04 | 21,35±0,04 | 21,47±0,04 |
| 190±0,3 | 22,63±0,04 | 22,59±0,04 | 22,69±0,04 | 22,52±0,04 | 22,52±0,04 | 22,64±0,04 |
| 200±0,3 | 23,81±0,04 | 23,77±0,04 | 23,87±0,04 | 23,70±0,04 | 23,70±0,04 | 23,82±0,04 |
| 210±0,3 | 24,99±0,04 | 24,95±0,04 | 25,05±0,04 | 24,88±0,04 | 24,88±0,04 | 25,00±0,04 |
| 220±0,3 | 26,17±0,04 | 26,13±0,04 | 26,23±0,04 | 26,06±0,04 | 26,06±0,04 | 26,18±0,04 |
| 222±0,3 | | 26,36±0,04 | 26,46±0,04 | | | 26,41±0,04 |
| 223±0,3 | | | | 26,41±0,04 | 26,41±0,04 | |